SHOUT
SHARE
IT

8310.c.26.

S1310.C28.

# ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMAT.-PHYSIKALISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

7.

---

## SIEBENTER BAND.

IN DER REIHE DER DENKSCHRIFTEN DER XXVIII. BAND.

---

MÜNCHEN.
1855.
VERLAG DER K. AKADEMIE,
IN COMMISSION BEI G. FRANZ.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

# Inhalt des VII. Bandes.

Seite

Dr. SEB. FISCHER.

Beitrag zur Kenntniss der Ostracoden. Mit 2 Tafeln . . . . . . 635

Dr. J. N. v. FUCHS.

Theoretische Bemerkungen über die Gestaltungszustände des Eisens . . 1

Dr. E. HARLESS.

Theorie und Anwendung des „Seitendruckspirometers“ eines neuen Instrumentes zur Bestimmung der Respirationsluft . . . . . . 527

Beiträge zu einer wissenschaftlichen Begründung der Lehre vom Mienenspiel 697

Dr. C Fr. Ph. v. MARTIUS.

Versuch eines Commentars über die Pflanzen in den Werken von Marcgrav und Piso über Brasilien, nebst weiteren Erörterungen über die Flora dieses Reiches. (Erste Abth.: Kryptogamen.) . . . . . . 179

Dr. G. S. OHM.

Erklärung aller in einaxigen Krystallplatten zwischen geradlinig polarisirtem Lichte wahrnehmbaren Interferenz-Erscheinungen in mathematischer Form mitgetheilt. Mit 1 Tafel. Erste Hälfte . . . . . . . 41

Zweite Hälfte, worin die in übereinander liegenden Krystallplatten entstehenden Erscheinungen zur Sprache kommen . . . . . . . 265

Dr. J. ROTH und Dr. A. WAGNER.

Die fossilen Knochenüberreste von Pikermi in Griechenland. Gemeinschaftlich bestimmt und beschrieben nach den Materialien, welche durch die, von dem Erstgenannten im Winter 1852/53 dort vorgenommenen Ausgrabungen erlangt wurden. Mit 8 Tafeln . . . . . . . 371

Seite

### Dr. E. SCHAFHÄUTL.

Abbildung und Beschreibung des Universal-Vibrations-Photometers. Mit 2 Tafeln . . . . . . . . . . . . 465

Ueber Phonometrie, nebst Beschreibung eines zur Messung der Intensität des Schalles erfundenen Instrumentes. Mit 1 Tafel . . . . . 499

### Dr. C. F. SCHOENBEIN.

Ueber die nächste Ursache der spontanen Bläuung einiger Pilze . . . 723

### Dr. L. SEIDEL.

Bemerkungen über den Zusammenhang zwischen dem Bildungsgesetze eines Kettenbruches und der Art des Fortgangs seiner Näherungsbrüche . 559

### Dr. L. C. TREVIRANUS.

Ueber Bau und Entwicklung der Eychen und Saamen der Mistel. Mit 2 Tafeln 151

### Dr. A. VOGEL, jun.

Ueber Löthrohrgebläse und der Construction einer neuen Aeolipile . . 17

Ueber die Zersetzungen salpetersaurer Salze durch Kohle . . . . 603

Beitrag zur Kenntniss der oxalsauren Salze . . . . . . . 667

### Dr. A. WAGNER.

Beschreibung einer fossilen Schildkröte und etlicher anderer Reptilien-Ueberreste aus den lithographischen Schiefern und dem Grünsandsteine von Kelheim. Mit 3 Tafeln . . . . . . . . . 239

---

# ABHANDLUNGEN

DER

# MATHEMAT.-PHYSIKALISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

---

## SIEBENTEN BANDES

ERSTE ABTHEILUNG.

IN DER REIHE DER DENKSCHRIFTEN DER XXVIII. BAND.

---

MÜNCHEN.
1853.
VERLAG DER K. AKADEMIE,
IN COMMISSION BEI G. FRANZ.

BRITISH MUSEUM
NATURAL HISTORY

# Inhalt.

Seite

Theoretische Bemerkungen über die Gestaltungs-Zustände des Eisens. Von Dr. *J. N. v. Fuchs* . . . . . . . . . . 1

Ueber Löthrohrgebläse und die Construktion einer neuen Aeolipile. Von Dr. *A. Vogel, jun.* . . . . . . . . . . 17

Erklärung aller in einaxigen Krystallplatten zwischen geradlinig polarisirtem Lichte wahrnehmbaren Interferenz-Erscheinungen in mathematischer Form mitgetheilt. (Erste Hälfte.) Von Dr. *G. S. Ohm.* Mit 1 Tafel 41

Ueber Bau und Entwicklung der Eychen und Saamen der Mistel. Von *L. C. Treviranus.* Mit 2 Tafeln . . . . . . . . 151

Versuch eines Commentars über die Pflanzen in den Werken von Marcgrav und Piso über Brasilien, nebst weiteren Erörterungen über die Flora dieses Reiches. (I. Kryptogamen.) Von Dr. *C. Fr. Ph. v. Martius* 179

Beschreibung einer fossilen Schildkröte und etlicher anderer Reptilien-Ueberreste aus den lithographischen Schiefern und dem Grünsandsteine von Kelheim. Von Dr. *Andreas Wagner.* Mit 3 Tafeln . . . . 239

# ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMAT.-PHYSIKALISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

SIEBENTEN BANDES

ERSTE ABTHEILUNG

# Theoretische Bemerkungen

über die

# Gestaltungs-Zustände des Eisens.

---

Von

**Dr. J. N. v. Fuchs,**
ordentlichem Mitgliede der k. Akademie der Wissenschaften.

# Theoretische Bemerkungen

über die

# Gestaltungs-Zustände des Eisens.

Von

***Dr. J. N. v. Fuchs.***

Ungeachtet das Eisen in allen seinen Zuständen von den ausgezeichnetsten Chemikern und Technikern in mehrfacher Hinsicht auf das sorgfältigste und genaueste untersucht worden, so sind doch manche Punkte dabei noch nicht so ganz in's Klare gesetzt, dass nicht zu wünschen wäre, darüber nähere Aufschlüsse zu erhalten. Seit langer Zeit hat dieses wichtige Metall meine Aufmerksamkeit besonders gefesselt, und ich habe mit dem grössten Interesse an den Fortschritten in der näheren Kenntniss desselben lebhaften Antheil genommen, kann aber nicht sagen, dass ich in allen Stücken befriediget worden wäre, zumal da über manches die grössten Metallurgen selbst nicht einig sind.

Daher kam es, dass ich in gewissen Beziehungen auf Ansichten verfiel, die man vielleicht als paradoxe bezeichnen und unbeachtet lassen wird, und welche ich schwerlich jemals veröffentlicht haben würde, wenn mich nicht ein guter Freund *), dem ich sie unlängst mitgetheilt habe, dringend dazu aufgefordert hätte.

---

*) Dr. Emil Dingler in Augsburg.

Nun zur Sache.

Das Eisen tritt nach Umständen mit sehr verschiedenen physischen Eigenschaften auf, und gewisse Sorten haben auch ein auffallend verschiedenes chemisches Verhalten.

Bekanntlich unterscheidet man überhaupt *Roheisen, Stabeisen* und *Stahl*, zwischen welchen es wieder mehrere Modifikationen gibt.

Von allen Sorten ist, wie bekannt, keine ganz reines Eisen; die Substanzen, welche man damit vereinigt findet, sind: Kohlenstoff, Silicium, Aluminium, Mangan, Arsenik, Phosphor, Schwefel, Stickstoff etc.

Diese Stoffe, welche aber nie zusammen in einer Sorte vorkommen, modificiren mehr oder weniger die Eigenschaften des Eisens, und machen es, wenn sie ein gewisses Minimum übersteigen, zu manchen technischen Zwecken unbrauchbar.

Der wichtigste darunter ist der Kohlenstoff, welcher nie fehlt, und fast immer von Silicium begleitet ist, welches vielleicht theilweise dieselbe Funktion wie jenes hat.

Ich richte im Nachfolgenden meine Aufmerksamkeit besonders auf den Kohlenstoff, welcher eine vorzügliche Rolle im Eisen spielt, und lasse hier die übrigen unberücksichtigt.

Am meisten Kohlenstoff enthält das *Roheisen,* vorzüglich das sogenannte *Spiegeleisen,* am wenigsten das Stabeisen, und zwischen beiden steht gewissermassen der *Stahl.*

Bei keinem findet aber ein bestimmtes und constantes Verhältniss zwischen Eisen und Kohlenstoff statt; ebenso wenig lässt sich eine bestimmte Gränze zwischen den genannten Eisensorten festsetzen.

Dieses beweiset schon zur Genüge, dass die Verbindung des Kohlenstoffes mit Eisen keine innige chemische seyn kann, und man ist nicht berechtigt, anzunehmen, dass die verschiedenen Zustände dieses Metalls vom besten Stabeisen angefangen bis zum Spiegeleisen, abgesehen von zufälligen Beimischungen, allein in einem plus oder minus des Kohlenstoffes ihren Grund haben*).

Alle Analysen der verschiedenen Eisensorten, die in mehrfacher Hinsicht sehr werthvoll sind und allen Dank verdienen, haben nur dazu gedient, das eben Gesagte zu beweisen. und man muss sich wundern, dass man nicht schon längst zu diesem Schlusse gekommen ist.

Indem man immer nur den Kohlenstoffgehalt in's Auge fasste, womit man meinte, die Natur der so sehr in ihren übrigen Eigenschaften von einander abweichenden Eisensorten zu ergründen, hat man einen *wesentlichen Faktor* dabei übersehen, und dieser ist die *Krystallisation.* Ich bin der Ueberzeugung, dass das *Eisen ein dimorpher Körper* ist, d. h. in zweierlei nach dem Gesetze der Symmetrie nicht verträglichen, oder generisch verschiedenen Formen erscheinen kann, und zwar im *tesseralen* und *rhomboedrischen* (beziehlich hexagonalen) *Krystallsystem.*

Demnach gibt es zwei *Specien* (Arten) des Eisens — das *tesserale* und das *rhomboedrische,* wozu sich auch oft Gemenge von beiden gesellen**). Dass das geschmeidige Eisen (Stabeisen) tesseral krystallisirt ist, ist als ausgemacht anzunehmen, und wenn auch darüber noch Zweifel beständen, so liesse sich aus der Analogie darauf schliessen, indem nämlich alle geschmeidige Metalle, wozu das Stabeisen gehört, in diesem System krystallisirt sind.

---

*) Siehe in dieser Beziehung *Bromeis's* lehrreiche Abhandlung über den Kohlenstoffgehalt des Eisens und seine Bestimmung (in den Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. 42, S. 241).

**) Ob mit krystallinischem Eisen auch amorphes gemengt seyn könne, wie z. B. im Chalcedon und Feuerstein mit krystallinischer Kieselerde (Quarz) amorphe (Opal) gemengt vorkommt, muss ich vor der Hand dahin gestellt seyn lassen.

Nicht so bestimmt ist die Krystallisation des Roheisens nachgewiesen.

Dass es aber dem rhomboedrischen Systeme angehöre, ist mir darum höchst wahrscheinlich, weil es, namentlich das Spiegeleisen, in die Reihe der vollkommen spröden Metalle gehört, welche, in so weit wir sie mit regelmässiger Gestaltung kennen, durchgehends rhomboedrisch krystallisirt sind.

Beiläufig muss ich bemerken, dass die ebenen und glänzenden Flächen, welche beim Zerschlagen des Spiegeleisens zum Vorschein kommen, keine, bestimmten Blätterdurchgängen entsprechende Spaltungsflächen sind, wofür man sie gewöhnlich hält, sondern Absonderungsflächen; denn diesen Ebenen fehlt der Parallelismus, der ein wesentlicher Charakter der Blätterdurchgänge ist, und sie neigen sich nach den verschiedensten Richtungen gegen einander, wie ich mich öfters durch Winkelmessungen überzeugt habe.

Uebrigens kann man diese Flächen doch als einen halben Beweis gelten lassen, dass die ganze, in der Hauptsache körnige Masse ein krystallinisches Gebilde sei, und nicht dem tesseralen Systeme angehören könne.

Die Verschiedenartigkeit des Stab- und Spiegeleisens gründet sich nicht allein auf die Verschiedenheit der Krystallisation, die man vielleicht noch bezweifeln möchte, sondern zugleich auf den grossen Unterschied in den physischen Eigenschaften und zum Theil auch in dem chemischen

Verhalten, als: in der Verschiebbarkeit der Theile, der Härte, Zerspringbarkeit, der Oxydirbarkeit, der Auflöslichkeit in Säuren, der Schmelzbarkeit etc.

Daraus wäre allein schon mit Grund zu schliessen, dass das Stab- und Spiegeleisen nicht gleichartige Körper seyn können, sondern specifisch verschiedene seyn müssen.

Besonders merkwürdig ist der Unterschied in der Schmelzbarkeit beider Eisenarten; während das rhomboedrische Eisen bei einem gewissen Hitzgrade vollkommen flüssig wird, geht das tesserale nur in einen sehr weichen Zustand über, und es ist noch zweifelhaft, ob es als solches vollkommen tropfbar gemacht werden kann, falls nicht ein Umstand eintritt, wodurch es in rhomboedrisches Eisen verwandelt wird. In diesem weichen Zustande, in welchem es sich bekanntlich schweissen lässt, ist es *amorph,* und mit dem Glase zu vergleichen.

Dieses verschiedene Verhalten der beiden Eisenarten darf uns nicht Wunder nehmen, da schon mehrere andere Körper bekannt sind, welche in verschiedenen Gestaltungs-Zuständen ein ähnliches Verhalten zeigen. Ich will hiebei nur an die verschiedenen Zustände des Schwefels, Phosphors, der arsenigen Säure und des Glases gegenüber dem sogenannten Reaumur'schen Porzellan erinnern.

*Wöhler,* der in dieser Beziehung höchst interessante Versuche gemacht hat, stellt den allgemeinen Satz auf: dass *jeder dimorpher Körper zweierlei Schmelzpunkte hat* *).

Indem ich hiemit die das Spiegeleisen auszeichnenden Eigenschaften.

---

*) Siehe Annalen der Chemie und Pharmacie Bd. 41. S. 155.

insbesondere die Schmelzbarkeit seiner eigenthümlichen krystallinischen Beschaffenheit, und den Unterschied zwischen ihm und dem Stabeisen dem *Dimorphismus* zuschreibe, will ich nicht behaupten, dass der Kohlenstoff darin ohne Bedeutung sei.

Dieses zu behaupten, bin ich weit entfernt, indem ich annehme, dass der Kohlenstoff als *Graphit*, dessen Krystallisation rhomboedrisch ist, die schon im Eisen liegende Disposition zu derselben Gestaltung aufregt oder den Impuls dazu gibt, wozu eben kein bestimmtes Quantum erforderlich ist. Diese Krystallisations-Tendenz behält das Roheisen auch im flüssigen Zustande bei; der Kohlenstoff ist aber nicht als Schmelzmittel des Eisens zu betrachten, eher dürfte man vielleicht sagen, dass dieses ein Schmelzmittel für jenen sei*).

Ich wende mich zum *Stahle*, diesem wichtigen und in mancher Hinsicht noch immer räthselhaften Körper, ungeachtet der vielen und sorgfältigen Untersuchungen, welchen er von den ausgezeichnetsten Chemikern und Metallurgen schon unterworfen worden.

Ich wage es nur schüchtern, meine mit so grossen Autoritäten nicht ganz übereinstimmenden Ansichten auszusprechen.

Der Stahl ist ein Kohlenstoff haltiges Eisen, dessen Kohlenstoffgehalt wechselt von 0,625 Proc. nach Gay-Lussac im besten englischen

---

*) Ich hielt es früher für sehr wahrscheinlich, dass der Graphit amorpher Kohlenstoff sei, bin aber jetzt in Uebereinstimmung mit fast allen Mineralogen der Meinung, dass er zum hexagonalen, respective rhomboedrischen Krystallsysteme gehört, jedoch aber nur der blättrige, nicht der dichte; und dies hauptsächlich aus dem Grunde, weil dieser mit Salpeter verpufft wie die gewiss nicht krystallinische Kohle, während jener im schmelzenden Salpeter ganz ruhig liegen bleibt.

Gusstahl, aus schwedischem Eisen bereitet, bis zu 1,9 Proc. als dem Maximum nach Karsten, was einen Unterschied von 1,2 Proc. ausmacht.

Der Stahl ist mithin kein bestimmtes und constantes Product aus Eisen und Kohlenstoff, und er nähert sich theils dem Stabeisen, theils gewissen Sorten von Roheisen. Die Resultate der chemischen Analysen geben uns keinen genügenden Aufschluss über seine Natur und seine Relation zum Stabeisen und Roheisen, und insbesondere können wir uns daraus nicht den Vorgang beim *Härten* und *Anlassen* erklären.

Ich kann nicht umhin, beiläufig Dalton's Ansicht über die Natur des Stahles anzuführen. Er sagt unter Anderm: ich bin geneigt, anzunehmen, dass die Eigenschaften, welche Stahl vom Eisen unterscheiden, mehr einer besonderen Krystallisation oder Lagerung der Eisenatome, als einer Verbindung mit Kohle oder andern Substanzen zuzuschreiben sind*).

Diese geistreiche Ansicht, welche unberücksichtigt geblieben ist, kann uns jedoch nicht ganz befriedigen.

Ich betrachte *den Stahl als eine Legirung vom tesseralen und rhomboedrischen Eisen.*

Von anderen Legirungen unterscheidet sich diese, dass sich, ohne dass etwas hinzukommt oder daraus entfernt wird, ihre Eigenschaften auffallend ändern können, wie wir es beim gehärteten und ungehärteten Stahl finden. Diese Verschiedenheit kann ihren Grund nur darin haben, dass sich das Verhältniss der beiden Eisenarten ändert, nämlich durch eine im Innern vorgehende und alternirende *Umgestaltung* der einen Art in die andere, so dass bald die eine mehr oder weniger das Uebergewicht über die andere erhält, oder unter gewissen Umständen beide in's Gleichgewicht kommen.

---

*) S. Dumas Handbuch der angewandten Chemie, übers. v. Alex und Engelhardt Bd. 3, Seite 73.

In dem gehärteten Stahl ist das Verhältniss ein anderes, als im ungehärteten; in diesem ist das tesserale Eisen überwiegend über das rhomboedrische, in jenem ist es umgekehrt; im möglichst stark gehärteten Stahl ist das tesserale Eisen so sehr zurückgedrängt, dass er dem Spiegeleisen nahe kommt. Und da dieses ein geringeres specifisches Gewicht hat, als das tesserale Eisen, so erklärt sich, warum der gehärtete Stahl specifisch leichter ist, als der ungehärtete. Beim *Anlassen* tritt das tesserale im Verhältnisse der steigenden Hitze mehr und mehr hervor, wodurch die verschiedenen Härtegrade nebst der erwünschten Elasticität erzielt werden, wie man sie für verschiedene Instrumente nöthig hat. Die beiden Eisenarten sind im Stahl, so zu sagen, in beständiger gegenseitiger Spannung, und dieses ist vielleicht der Grund, warum der dem Stahl mitgetheilte Magnetismus permanent bleibt, während ihn das Stabeisen bald wieder verliert.

Es darf hier ein höchst interessanter Versuch nicht unbeachtet bleiben, welchen Hr. Prof. *Schafhäutl**) mit einem Stück der abgebrochenen Schneide eines gehärteten englischen Rassirmessers gemacht hat. Er liess nämlich darauf mehrere Tage ziemlich concentrirte Salzsäure wirken, wodurch es sehr ungleichförmig angegriffen wurde, so dass sich daran die mannichfaltigsten Gruben und Höcker zeigten. Das dann gut abgewaschene und getrocknete Stückchen im Demantenmörser gestossen zerfiel in Körner, die zum Theile pulverisirbar, zum Theile weich waren und sich wie Eisen unter dem Hammer zu Blättchen ausdehnen liessen;

---

*) Siehe Schafhäutl's gehaltreiche und gründliche Abhandlung über den Stahl in Prechtl's technologischer Encyclopädie. Bd. 15. S. 373.

was einen schönen Beleg zu meiner Annahme abgibt, dass im Stahle rhomboedrisches und tesserales Eisen miteinander gemengt seien.

Bei dieser Gelegenheit will ich auch Einiges über eine andere Umgestaltung des Eisens sagen, die zwar nicht so sehr in das Wesen des Eisens eingreift, wie die so eben besprochene, aber doch von grosser Bedeutung ist.

Es ist nämlich in der neuern Zeit öfters in Erfahrung gebracht worden, dass zu gewissen technischen Zwecken verwendetes Stabeisen nach Verlauf einiger Zeit seinen Dienst versagte, in der Art, dass daraus verfertigte Maschinentheile, welche continuirlichen Erschütterungen, Stössen und Torsionen ausgesetzt waren, spröde und brüchig wurden, und auf dem Bruche sich körnig zeigten, bald von gröberem, bald von feinerem Korn.

Die Ursache dieser Erscheinung schreiben Einige einer im Eisen unter diesen Umständen vorgehenden Krystallisation und dadurch bewirkten Textur-Veränderung zu; Andere bezweifeln dieses und meinen, dass bei gutem und gehörig bearbeitetem Eisen dieser Uebelstand nie eintrete.

In jüngster Zeit sind in dieser Beziehung vom Hrn. Karl *Kohn* in Wien sehr genaue Versuche angestellt worden *), welche es ausser Zweifel setzen, dass das besste Stabeisen bei rascher und lange fortgesetzter Erschütterung, wie es z. B. bei den Achsen der Eisenbahn-Wagen der Fall ist, seine ursprüngliche fasrige Textur in eine körnige umändert und dadurch seine Festigkeit mehr oder weniger verliert.

Diese Thatsache erkenne ich als ganz richtig an, aber mit der Erklärung derselben kann ich nicht ganz einverstanden seyn. Man sieht diese Veränderung für eine Folge von Krystallisation des Eisens an, und scheint nicht zu bedenken, dass es dann vorher keine krystallinische, sondern eine amorphe Masse gewesen seyn müsste. Das Eisen ist aber wie jedes regulinische Metall ein krystallinisches Gebilde und gehört, wie oben schon gesagt wurde, in die Reihe der tesseralen Metalle, und im geschmeidigen Zustande oder als Stabeisen ist es ein Aggregat von feinern oder gröbern Fasern, welche durch Aneinanderreihung von höchst kleinen Krystallen (Würfeln) gebildet sind, wie es z. B. beim fasrigen Steinsalz der Fall ist. Die in Rede stehende Veränderung des Eisens ist also nichts anderes und kann nichts anderes seyn, als ein *Uebergang der krystallinisch fasrigen Masse in eine krystallinisch körnige* — eine andere Art von Aggregation, *keine wesentliche Umgestaltung,* folglich keine Veränderung der Natur des Eisens. — (Eine wesentliche Umgestaltung wäre es nur dann, wenn es aus dem amorphen Zustande in den krystallinischen oder aus einer Krystallform in eine andere generisch verschiedene überginge.) — Je feiner die Fasern des Stabeisens sind, oder durch das Hammern und Walzen gemacht werden können, und je mehr sie ineinander verschlungen sind, desto grösser wird die Festigkeit und Tenacität desselben seyn. Ich möchte in dieser Beziehung das fasrige Eisen mit dem Asbest, besonders mit derjenigen Varietät vergleichen, welche unter dem Namen *Bergleder* bekannt ist. Je zarter die Fasern dieses Minerals und je mehr sie ineinander verschlungen sind, desto grösser ist die Festigkeit des Ganzen.

---

*) S. Dinglers polytechn. Journal 1851. I. Juliheft S. 10.

Wenn die fasrige Textur des Eisens in die körnige übergeht, so wird der Zusammenhang zwischen den kleinsten Theilen aufgehoben, und indem diese sich zu rundlichen Partien oder Körnern gruppiren, so entsteht ein den körnigen Mineralien vergleichbares Haufwerk von abgesonderten Stücken, wie es der Mineralog nennt, welche einander nur noch mehr oder minder stark adhäriren, mithin kein Continuum mehr bilden, und demnach die Festigkeit des Ganzen in dem Maasse abnehmen muss, in welchem die Körner zahlreicher und grösser werden. Dass der Zusammenhang der Theile und die Continuität in einer innerlich so gestalteten Eisenmasse wirklich aufgehoben ist, beweiset zur Genüge der Umstand, dass, wie Hr. *Kohn* dargethan hat, der ursprüngliche Zustand des Eisens nicht durch vorsichtiges Ausglühen und Ueberschmieden, sondern nur bei der Schweisshitze wieder hergestellt werden kann. Das körnige Eisen muss aber amorph werden, was in der Schweisshitze geschieht, wodurch die abgesonderten Stücke wieder in ununterbrochenen Zusammenhang kommen und der Cohäsionskraft unterworfen werden, was bei andern Körpern durch die Schmelzung geschieht.

Beiläufig muss ich bemerken, dass es nicht uninteressant wäre, das durch Erschütterung etc. körnig gewordene Eisen in Hinsicht seiner physischen Beschaffenheit und des chemischen Verhaltens näher zu untersuchen; denn es lässt sich denken, dass es sich dem Stahl könnte angenähert haben.

Die hier besprochene Veränderung des Eisens im festen Zustande lässt sich nach dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft nicht erklären; es ist dies eben eine Thatsache, die wir hinnehmen müssen, wie sie uns vorliegt. Sie steht aber nicht einzeln da; es gibt noch andere ähnlicher Art, an die wir sie anreihen können, und die insgesammt beweisen, dass nicht nur in flüssigen, sondern auch in festen Körpern eine Molekularbewegung und Veränderung der Lage und Gestaltung der kleinsten Theile, ja sogar ihrer Natur, stattfinden kann. So geht z. B. die glasartige, d. i. amorphe arsenige Säure ohne alle äussere Veranlassung in den krystallinischen Zustand über, ja selbst in vollkommen ausgebildete Krystalle (Octaeder), wie *Hausmann* beobachtet hat.

Ein noch auffallenderes Beispiel liefert uns das Quecksilberjodid, welches durch blosse Berührung mit den Fingern oder durch Erschütterung rasch aus einer Krystallform in eine andere generisch verschiedene übergeführt wird. Demnach wird man es auch nicht für unmöglich halten, dass das rhomboëdrische Eisen beim Anlassen des Stahls theilweise in tesserales übergehen kann, was ich hier nachträglich bemerken wollte. Dass Silber, Kupfer, Zinn, Messing etc. unter gewissen Umständen eben so wie das Eisen körnig und brüchig werden können, ist bekannt.

Ich kann nicht umhin, einen Fall dieser Art anzuführen, der mir schon vor vielen Jahren bei dem Silber vorgekommen ist. Ich bediente mich öftmals in Ermanglung eines Platintiegels eines kleinen Tiegels von reinem Silber, worin ich kleine Mengen von Mineralien, Niederschlägen etc. über einer Weingeistlampe mit doppeltem Luftzug ausglühte. Nachdem derselbe eine Zeit lang gebraucht worden, fing er auf der vorher ganz glatten und glänzenden Oberfläche an, immer mehr und mehr rauh zu werden, und als ich ihn nach längerem Gebrauche einmal auf den Tisch fallen liess, brach der Boden ein, und bei näherer Prüfung zeigte er sich so mürbe wie eine Eierschale, so dass er sich leicht zwischen den Fingern zerbröckeln liess. Nach dem Schmelzen hatte das Silber seine eigenthümliche Geschmeidigkeit wieder erhalten, indem die durch das öftere Ausglühen aufgehobene Continuität der Theile wieder hergestellt worden, wie sie beim körnigen Eisen durch das Schweissen hergestellt wird. Es möchte hiebei wohl kaum Jemanden einfallen, zu behaupten, dass das Silber anfangs amorph gewesen und erst durch oft wiederholtes Ausglühen krystallinisch und dadurch spröde geworden sei.

Hiezu möchte ich mir noch die Bemerkung erlauben, dass fast in allen den Fällen, wo dehnbare Metalle spröde und brüchig wurden, vorzüglich die Wärme es sei, wodurch dieses bewirkt wird, sie möge von aussen mitgetheilt oder in den Metallen selbst durch mechanische Behandlung erregt werden.

Es ist auch die Vermuthung geäussert worden, dass hiebei vorzüglich die Electricität im Spiele seyn müsse, die gar oft herhalten muss, wenn man sich eine räthselhafte Erscheinung nicht auf eine andere Art zu erklären weiss, womit aber gewöhnlich so viel wie nichts erklärt wird. An der Veränderung meines Silbertiegels hatte die Electricität gewiss keinen Antheil.

# Ueber Löthrohrgebläse

und die

# Construction einer neuen Aeolipile.

Von

*August Vogel, jun.*

# Ueber Löthrohrgebläse

und die

# Construction einer neuen Aeolipile.

Von

***August Vogel, jun.***

Seit Berzelius das schon in einer frühen Periode entdeckte und zu technischen Zwecken verwendete Löthrohr *) in die Chemie einführte, hat dasselbe seine Brauchbarkeit in stets steigendem Grade in solcher Weise bewährt, dass es dermalen fast das unentbehrlichste Hilfsmittel des Chemikers geworden ist. Es hat nicht nur die Untersuchung und Lösung fast aller mineralischen Körper vermittelt und erleichtert, sondern wir verdanken ihm auch insbesondere die jetzt eingetretene innige Verschmelzung der Mineralogie und Chemie, durch welche erstere Wissenschaft erst dem Standpunkte der Empirie entrückt wurde, über den sie sich früher nur wenig zu erheben vermochte. Berzelius hatte diese grosse Zukunft des kleinen unscheinbaren Instrumentes mit richtigem Blicke erkannt und darum auch mehrjährige Mühe und den aufmerksamsten Fleiss darauf verwendet, sich die Erfahrungen Gahn's anzueignen, der sich in dem Gebrauche und der Behandlung des Löthrohrs eine grosse Fertigkeit erworben hatte.

---

*) Anton von Swab 1738.

Mit Gahn's reichen Erfahrungen ausgerüstet hatte sich Berzelius die Aufgabe gestellt, durch eigene zahlreiche Forschungen die Anwendung des Löthrohrs nicht nur zu vervollkommnen und zu erweitern, sondern sie auch durch die Herausgabe seines Werkes: „die Anwendung des Löthrohrs in der Chemie und Mineralogie 1821“ in weiterem Umfange zu verbreiten. So war denn der Weg angebahnt, auf welchem fortschreitend seit jener Zeit eine grosse Anzahl von Naturforschern mit Umsicht und Glück Versuche anstellten, welche dem Löthrohr dessen jetzige wichtige Stellung in der Wissenschaft erworben haben.

Früher ausschliesslich zu qualitativen Arbeiten verwendet, hat das Löthrohr jetzt durch Harkort *) einen neuen Zweig der Anwendung gewonnen, indem er zuerst mit dem Löthrohr quantitative Bestimmungen ausführte. Zunächst beschränkten sich die quantitativen Bestimmungen auf eine Silberprobe mit dem Löthrohr. Plattner **) führte diese Idee weiter aus, indem es ihm durch fortgesetzte Versuche gelang, jedes Mineral, Erz-, Hütten- oder Kunstprodukt ausserdem noch auf seinen Gehalt an Gold, Kupfer, Bley und Zinn quantitativ mit dem Löthrohr zu analysiren. Später fügte er diesen quantitativen Metallproben noch die für den Berg- und Hüttenmann so nothwendigen Nickel- und Kobaltproben und endlich die Eisenprobe hinzu.

Allen älteren Löthrohrversuchen liegt die einfachste Anwendung desselben, nämlich die Erzeugung des nöthigen Luftstromes durch die menschliche Lunge zu Grunde. So bequem dieses Verfahren bei einzelnen Versuchen im Kleinen ist, so ergeben sich doch auch andrerseits vielfache Misstände. Bei anhaltend fortgesetzten Arbeiten stellt sich bald eine merkliche Ermüdung ein; der Arbeitende ist ferner an eine gewisse geringe Distanz des Gesichtes von dem zu behandelnden Gegenstand gebunden, welche nicht selten sowohl in Bezug auf die Sicherung der Augen, als auch rücksichtlich der richtigen Sehweite unbequem wird. Nicht minder unbequem ist die gezwungene Haltung des Körpers und die hiebei nothwendige gleichzeitige Beschäftigung beider Hände. Endlich ist es unmöglich, mittelst des menschlichen Athems Stücke von einigen Linien Durchmesser vollständig zu erhitzen und überhaupt eine Temperatur zu erzeugen, welche die gewöhnliche Weissglühhitze um ein Erhebliches übersteigt.

---

*) Harkort, die Probirkunst mit dem Löthrohre. 1827.

**) Plattner, die Probirkunst mit dem Löthrohre. 2. Auflage. 1847.

Diese Misstände führten denn bald zur Construction mehrfacher mechanischer Blaseapparate, die theils nur darauf berechnet sind, den menschlichen Athem zu ersetzen, theils auch die Erzielung eines höheren Temperaturgrades bezwecken. Letztere beruhen fast ausschliessend auf der Verwendung von Sauerstoffgas. So zweckmässig viele der vorgeschlagenen und versuchten Constructionen auch immerhin seyn mögen, so kann doch nicht in Abrede gestellt werden, dass sie in Betreff ihrer Anwendung zu chemischen Zwecken stets nur als eine nicht zureichende Aushilfe betrachtet werden können, indem es fast unmöglich ist, die mittelst derselben erzeugte Flamme so zweckentsprechend zu manipuliren, wie es bei der geschickten Handhabung eines durch den menschlichen Hauch gespeisten Löthrohres erreicht werden kann.

Diejenigen Löthrohrgebläse, welche auf die Verwendung von Sauerstoffgas berechnet sind, unterliegen ausserdem noch mehreren sehr erheblichen Misständen. Allerdings lässt sich mit Sauerstoffgas ein ungleich höherer pyrometrischer Wärmeeffekt erzielen, als mit atmosphärischer Luft. Allein einerseits ist es unvermeidlich, dass ein Theil der aus dem angewendeten Brennstoffe erzeugten Gasarten dem Verbrennungs-Prozesse des künstlich zugeführten Sauerstoffgases entgeht und deshalb auf Kosten der umgebenden atmosphärischen Luft verbrennt, weshalb auch der auf solche Weise gewonnene Hitzgrad bei weitem nicht die Höhe erreicht, welche der Verbrennung von Aether, Alkohol, Talg, Oel etc. in reinem Sauerstoffgase entspricht. Anderseits aber bedingt eine Vermengung des Sauerstoffgases mit einer brennbaren Gasart in demjenigen Verhältnisse, welche den höchsten Wärmeeffekt zu geben vermag, nothwendig die Möglichkeit einer Explosion und ist daher fast immer mit einiger Gefahr für den Arbeitenden verbunden. Gleichwohl lässt sich eine bedeutend höhere Temperatur, als jene der Weissglühhitze für kleinere chemische Versuche wahrscheinlich nur durch die Verwendung von Sauerstoffgas mit brennbaren Gasarten oder Dämpfen erzielen. Bisher wurden ausschliessend nur erstere hiezu verwendet, insbesondere das Wasserstoffgas.

Die verschiedenen und mannichfaltigen Constructionen, welche das Löthrohrgebläse mit einem Gemenge aus Sauerstoffgas und Wasserstoffgas bis in die neueste Zeit erfahren hat, sind alle durch das Bestreben bedingt, die Gefahr der Explosion bei diesen Versuchen zu verringern, wo nicht völlig aufzuheben. Ganz gefahrlos ist das Experiment allerdings durch die Anwendung des Maugham'schen Hahns geworden. Es ist indessen nicht zu übersehen, dass man es bei dieser Vorrichtung nicht mit einem Gemenge beider Gasarten zu thun hat, sondern dass aus zwei getrennten Gasometern Sauerstoffgas und Wasserstoffgas erst in der Spitze in dem geeigneten Verhältniss zusammentreten. Man erzielt auf solche Weise niemals eine so hohe Temperatur, als mit dem direkten innigen Gemenge der beiden Gasarten, indem es fast unmöglich ist, diese Zuströmung der beiden Gasarten genau in dem erforderlichen stöchiometrischen Verhältnisse zu reguliren und zugleich dieselben vor ihrer Entzündung richtig zu mengen. Jede Mangelhaftigkeit hierin hat eine bedeutende Minderung des Effekts zur Folge, indem entweder der Ueberschuss an Sauerstoffgas abkühlend wirkt, oder ein Theil des

Wasserstoffgases nur mittelst der umgebenden atmosphärischen Luft zur Verbrennung gelangt.

Die Erfahrung hat gelehrt, dass alle Vorrichtungen, das Zurückschlagen der Flamme des Gasgemenges in das Innere des Behälters zu verhindern, keine absolute Sicherheit gewähren. Die in neuester Zeit von Hare angegebenen Sicherheits-Cylinder, welche aus porösem Kupfer bestehen, erreichen allerdings den Zweck am besten, wenn deren mehrere und in Zwischenräumen angewendet werden. Durch mehrere hintereinander eintretende Explosionen werden jedoch, wie ich mich durch direkte Versuche überzeugt habe, die Kupferstücke so sehr erwärmt, dass sie die Flamme hindurchlassen, abgesehen von dem hindernden Umstande, dass ein gewöhnlicher Gasometerdruck nicht hinreicht, das Gasgemenge mit der gehörigen Schnelligkeit hindurch zu treiben, wozu stets eine bedeutende Compression des Gases erfordert wird.

Einem anderen Prinzipe folgend hat Th. Osbrey*) einen Gasrecipienten von massivem Kupfer und Schmiedeeisen construirt von solcher Stärke, dass er der Explosion eines mit 13 Atmosphären comprimirten Knallgasgemenges Widerstand zu leisten vermochte. Ich habe keine Gelegenheit gehabt, diesen jedenfalls sehr kostspieligen Apparat zu benützen; es lässt sich indess a priori schliessen, dass sogar hier nach längerem Gebrauche von einer absoluten Sicherheit nicht die Rede seyn könne. Alle diese Apparate leiden übrigens an einem Misstande, der sie zu anhaltenden und eigentlich wissenschaftlichen Versuchen geradezu unbrauchbar macht. Jede Explosion, auch wenn sie vollkommen gefahrlos ist, hat nämlich ein augenblickliches Erlöschen der Flamme und dadurch eine Unterbrechung der Operation zur Folge.

Man hat es versucht, das Wasserstoffgas durch andere Gasarten zu ersetzen. Das Leuchtgas mit Sauerstoffgas in dem Verhältniss von 1 Vol. zu 2,5 Vol. vermengt erzeugt nach den von Pfaff mitgetheilten Versuchen eine Temperatur, welche die Wirkungen des Knallgases entschieden übertrifft. Andere Versuche von Cumming, Daniell und Clarke haben dagegen mit diesem Gasgemenge keine so günstigen Resultate erzielt. Die Gefahr der Explosion ist aber mit diesem Gemenge ebenso gross und fast noch schwerer zu vermeiden, als bei dem gewöhnlichen Knallgase. Ich habe Leuchtgas, bereitet aus Schwefelsäure und Alkohol, mit Sauerstoffgas in verschiedenen Verhältnissen gemengt und gefunden, dass die Explosion der mit Knallgas stattfindenden an Heftigkeit nicht nachsteht.

---

*) Gilb. Annal. Bd. LXII, S. 270.

Dasselbe Verhältniss findet mit dem Grubengas statt, welches nach der von Dumas angegebenen Methode aus essigsaurem Natron und Kalk bereitet war. Diese beiden Gasarten wurden, um annähernd ihren Temperaturgrad bei Löthrohrgebläsen zu untersuchen, in getrennten Gasometern einzeln mit Sauerstoffgas mittelst des Maugham'schen Hahnes vereinigt und entzündet. Die Schmelzversuche mit Platin, Feuerstein etc. haben wenigstens keine das Sauerstoffgas und Wasserstoffgas in demselben Apparat übertreffenden Temperatur-Resultate gegeben.

Da die bisher angeführten Gasgemenge demnach leicht explodiren, das Zurückschlagen der Flamme aber auch bei allen angewendeten Vorsichtsmaassregeln nicht immer zu vermeiden ist, so bleibt die Vornahme dieser Experimente stets von einem Gefühl von Unbehaglichkeit begleitet. Es kann allerdings jede Gefahr der Explosion durch die Anwendung des Maugham'schen Hahnes und getrennter Gasometer abgeschnitten werden, allein es wird auf solche Weise, abgesehen von der unbequemeren Manipulation, wie schon bemerkt, niemals eine so hohe Temperatur als durch das direkte Gemenge beider Gasarten erzeugt.

Von anderen Gasarten, welche im Stande seyn könnten, mit Sauerstoffgas gemengt, das Wasserstoffgas zu ersetzen, ist nur noch das Kohlenoxydgas zu berücksichtigen.

Reich*) hat zuerst auf dieses Gas in seiner Anwendung zum Löthrohrgebläse aufmerksam gemacht und empfiehlt das Gemeng des Kohlenoxydgases mit Sauerstoffgas besonders deshalb, weil bei seinen Versuchen wenigstens keine Explosion stattgefunden hat. Ich habe in dieser Beziehung einige direkte Versuche angestellt und gefunden, dass die Entzündung dieses Gasgemenges unter keinen Umständen mit der Gefahr einer Explosion verbunden ist. 2 Vol. Kohlenoxydgas mit 1 Vol. Sauerstoffgas gemischt wurden in einer ungefähr $\frac{1}{2}$ Maas enthaltenden Glasflasche entzündet. Die Verbrennung ging zwar rasch, aber ohne das mindeste Geräusch, vor sich. Ebenso geht die Verbrennung in einem offenen Cylinderglas von statten. Am besten lässt sich die Schnelligkeit des Verbrennens und somit der wesentliche Unterschied von explodirenden Gasgemengen beurtheilen, wenn das Gemeng aus 2 Vol. Kohlenoxydgas und 1 Vol. Sauerstoffgas in Seifenwasser geleitet wird. Bei Entzündung der Seifenblasen verbrennt das Gas rasch und mit hellleuchtender Flamme, allein vollkommen geräuschlos. Bekanntlich kann dieser Versuch mit dem gewöhnlichen Knallgas aus Sauerstoffgas und Wasserstoffgas nur in eisernen Gefässen vorgenommen werden wegen Gefahr des Zerspringens. Hinsichtlich der pyrometrischen Wirkung des Gebläses hat eine Vergleichung mit dem Knallgasgebläse das Resultat geliefert, dass dieselbe dem Gemeng aus Sauerstoffgas und Wasserstoffgas nicht wesentlich nachsteht, und daher, da durchaus keine Gefahr der Explosion vorhanden ist, den Vorzug gewährt, dass man zu seiner Anwendung nur *eines* Gasometers bedarf, was natürlich die Manipulationen sehr erleichtert. Es ist noch zu bemerken, dass die Reinheit des

---

*) Journal für praktische Chemie. B. XXXIII. pag. 477.

Kohlenoxydgases von bedeutendem Einfluss auf die zu erzielende Temperatur ist, welche durch eine Beimengung von kohlensaurem Gase sehr vermindert wird. Die Darstellung dieses Gases nach Fownes*) aus Kaliumeisencyanür und Schwefelsäure ist zur Gewinnung grösserer Mengen von Kohlenoxydgas ganz besonders geeignet. Man erhält aus 100 Grm. Kaliumeisencyanür 31633 Cub. Centimenter Kohlenoxydgas. Bei der Darstellung des Kohlenoxydgases aus Kleesalz habe ich mit Vortheil zur Abscheidung der Kohlensäure eine mit einem Gemeng aus gleichen Gewichtstheilen krystallisirten Glaubersalz und Kalkhydrat gefüllte Uförmige Röhre angewendet. Dies Gemeng gewährt den Vortheil, dass das Kalkhydrat weder staubig trocken, noch sehr bemerkbar feucht ist, sondern sich gerade in dem Zustande von Feuchtigkeit befindet, in welchem es mit grösster Begierde Kohlensäure absorbirt.

Obgleich es ziemlich nahe lag, für die Erzeugung hoher Temperaturgrade brennbare Dämpfe zu verwenden, so hat dies gleichwohl bisher nur in sehr beschränktem Maasse stattgefunden. Die einzigen bisher bekannten Anwendungen bilden das unter dem Namen Aeolipile bekannte Instrument und Debassayer de Richemont's Chalumeau à vapeurs combustibles.

Die Aeolipile besteht ihrer Wesenheit nach aus einem in eine feine Röhre ausgehenden im Uebrigen aber luftdicht verschlossenen Gefässe, welches zum Theile mit Weingeist oder einer sonstigen brennbaren Flüssigkeit gefüllt und dann bis zum Siedpunkte der letzteren erwärmt wird. Die Dämpfe dieser Flüssigkeit strömen nun mit Heftigkeit aus der feinen Löthrohrspitze aus und werden dort gewöhnlich durch die auch zum Erwärmen benützte Flamme entzündet und bilden nun einen je nach der stattfindenden Erhitzung längeren oder kürzeren Feuerstrahl. Die früher übliche Form der Aeolipile, welche in einem ringförmigen Gefässe mit aufrecht stehender Spitze bestand, ist ziemlich unbrauchbar und gestattet nur eine sehr beschränkte Anwendung, deren Effekt in den meisten Fällen jenen einer guten Weingeistlampe nicht übersteigt. Auch die jetzt allgemein übliche Construction, welche in einem runden oder cylinderartigen Gefässe mit untergestellter Lampe und einer aus dem oberen Theile des Gefässes ausgehenden, dann abwärts gebogenen und in die Lampe horizontal einmündenden Röhrchen besteht, hat für den wissenschaftlichen Gebrauch nur geringen Werth. Welcher brennbaren Flüssigkeit man sich auch bedienen mag, so wird der mit dieser Vorrichtung erreichbare Temperaturgrad in der Regel ziemlich weit hinter dem Effekte einer gewöhnlichen Glasbläserlampe zurückbleiben, während die Kosten bedeutend höher kommen. Bei Anwendung von Alkoholdämpfen wird keine höhere Temperatur, als jene einer lebhaften Rothglühhitze erreicht. Dagegen hat dieses einfache Instrument in der Technik eine ziemlich verbreitete Anwendung gefunden, indem es bei Weichlöthungen den grossen Vortheil gewährt, die Flamme beliebig in alle Fugen und Winkel des zu löthenden Gegenstandes richten zu können und zugleich dieselbe jeden Augenblick zur Hand zu haben, ohne dass es hiezu eines Kohlenbeckens oder dergl. bedarf. Auch zum Hartlöthen kleinerer Gegenstände kann die Aeolipile mit Vortheil verwendet werden, doch können sehr streng flüssige Lothe nur schwer mit derselben zum Flusse gebracht werden, besonders wenn der zu behandelnde Gegenstand so gross ist, dass die Flamme ihn nicht vollständig zu umhüllen und gleichmässig zu erwärmen vermag. Messing oder Kupfer kann mit der gewöhnlichen Aeolipile niemals zum Flusse gebracht werden. Man kann die Hitze der brennenden Weingeistdämpfe allerdings bedeutend an einem einzelnen Punkte erhöhen, wenn man mit einem gewöhnlichen Löthrohre in den Flammenkegel atmosphärische Luft einbläst und dies ist bei Hartlöthungen auch meist nothwendig; indessen wird dadurch der Gesammteffekt nur wenig, die Unbequemlichkeit der Handhabung aber bedeutend erhöht.

---

*) Chem. Gazette 1843. Nr. 16. pag. 442.

Auf der Londoner Industrie-Ausstellung war ein sehr sinnreich construirter tragbarer Kochofen, der auf dem Princip der Aeolipile beruht. Diese Vorrichtung könnte mit einiger Veränderung offenbar auch für chemische Zwecke eine vortheilhafte Anwendung finden. (Peter Rigby portable cooking stove, for cooking with gas generated from heated spirits.)

Diese Zuführung von atmosphärischer Luft in brennende Dämpfe hat Desbassayer de Richemont*) in seinem oben erwähnten Chalumeau à vapeurs combustibles, einem Terpentinöl-Gebläse versucht, welches in Frankreich zu manchen technischen Zwecken, namentlich zum Löthen von Bijouterie-Waaren, angewendet werden soll. Mit demselben im Wesentlichen identisch scheint diejenige Vorrichtung zu seyn, welche in Payen's Gewerbschemie beschrieben und abgebildet ist**). Ich habe keine Gelegenheit gehabt, die Brauchbarkeit dieses etwas complicirten Instrumentes näher zu prüfen. Indesssen scheint nach der Beschreibung angenommen werden zu dürfen, dass ihr Wärmeeffekt weit hinter jenem der gewöhnlichen Knallgasgebläse zurückbleibt, während anderseits die Gefahr einer Explosion, die bei der vorhandenen grossen Menge kochenden Terpentinöls ausserordentlich seyn müsste, nicht hinlänglich beseitigt erscheint. Die Versuche, welche ich über die Verwendung von Terpentinöldämpfen in verschiedenen Apparaten anstellte, haben im Allgemeinen kein günstiges Resultat ergeben. Sie scheinen zwar eine etwas grössere Hitze zu entwickeln, als brennende Weingeistdämpfe, indessen wird dieser geringe Vortheil mehr als aufgewogen durch die damit verbundenen grossen Uebelstände. Gewöhnliches Terpentinöl entwickelt bekanntlich bei seiner Verbrennung eine grosse Menge von Rauch und Russ, welcher nicht nur an und für sich höchst lästig ist, sondern sich auch an den der Flamme ausgesetzten Gegenständen und dem Apparate in solchem Maasse ansetzt, dass er alle genauen Versuche behindert. Selbst ganz gereinigtes Terpentinöl, Camphin, zeigte den gleichen Misstand.

---

*) Dictionnaire des arts et manufactures. pag. 631.

**) Payen's Gewerbschemie. pag. 48.

Aus den bisherigen Betrachtungen ergibt sich, dass alle bisher bekannten mechanischen Löthrohrgebläse in drei Classen zerfallen, nämlich:

a. Vorrichtungen, bei welchen der menschliche Athem lediglich durch eine mechanische Zuführung atmosphärischer Luft ersetzt wird. Der Effekt dieser Gebläse vermag daher jenen des gewöhnlichen Löthrohres nur um sehr weniges zu übersteigen.

b. Vorrichtungen, in welchen brennbare Gasarten gemeinschaftlich mit Sauerstoffgas zur Verbrennung gebracht werden — Knallgasgebläse. Der grösste Effekt lässt sich hier nur erreichen, wenn diese Vermengung im genauen stöchiometrischen Verhältnisse nicht erst im Momente der Entzündung, sondern schon vorher in einem besonderen Recipienten bewerkstelligt wird. In diesem Falle aber ist die Gefahr einer Explosion mit alleiniger Ausnahme des Kohlenoxydgases unvermeidlich und die Folgen einer solchen werden um so furchtbarer seyn, je kräftiger die angewendeten Mittel zur Comprimirung und Einschliessung des Gasgemenges waren. Ausserdem aber wird die Wirksamkeit dieser Vorrichtungen ganz besonders dadurch gemindert, dass es fast unmöglich wird, mit grösseren Gasquantitäten zu operiren. Je geringer aber der Durchmesser der ausströmenden Flamme ist, desto stärker wird die abkühlende Wirkung der umgebenden atmosphärischen Luft, und desto schwieriger wird es, das Volumen des der Flamme auszusetzenden Körpers in das richtige Verhältniss zu jenem des Flammenkegels zu bringen. Darum gelingt bei diesen Knallgasgebläsen die Schmelzung von feinem Platindrahte, die Erzeugung sehr lebhafter Lichterscheinungen u. dgl. nur mit sehr kleinen Proben. Findet aber eine Mengung der beiden Gasarten erst im Momente ihrer Entzündung oder unmittelbar vorher, d. h. mittelst des Maugham'schen Hahnes und einer auf denselben aufgesteckten Spitze oder einer analogen Vorrichtung *) statt, so wird der pyrometrische Effekt bedeutend dadurch vermindert, dass es fast unmöglich wird, das richtige Verhältniss der Zuströmung der beiden Gase zu finden und das brennbare Gas ausschliessend auf Kosten des gleichzeitig ausströmenden Sauerstoffgases zu verbrennen. Allein auch unter einer solchen Voraussetzung tritt hier die eben erwähnte Abkühlung einer kleinen Flamme durch die umgebende atmosphärische Luft in Kraft. Darum ist es bisher auch nicht gelungen, Knallgasgebläse — mit Ausnahme der sehr beschränkten Anwendung derselben bei Verbindung ganz reiner Bleiflächen — in den allgemeinen technischen Gebrauch einzuführen und selbst in chemischen Laboratorien werden sie in der Regel nur zu wenigen Demonstrationen und bei irgend vorhandener Gefahr von Explosion nur mit grosser Vorsicht und nicht ohne ein gewisses Gefühl von Unbehaglichkeit angewendet. Gleichwohl konnte ich nicht umhin, da es sich um die Erzielung der höchsten möglichen Temperaturgrade zu eigenen Versuchen handelte, auf die Idee des Knallgasgebläses zu rekurriren, da der Zweck unter gleichzeitiger Möglichkeit der leichten Hand-

---

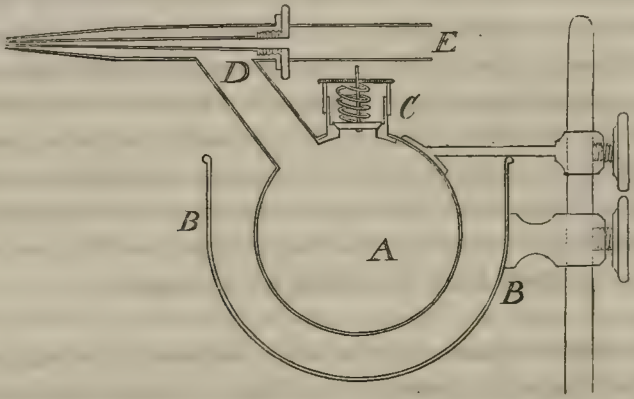
*) Da, wo man beliebige Quantitäten von Leuchtgas zur steten Verfügung hat, können die Operationen allerdings in etwas grösserem Maasstabe vorgenommen werden. Dabei kann der Maugham'sche Hahn durch eine sehr einfache Vorrichtung ersetzt werden, nämlich durch eine etwa 2 Cub″ haltende konische Spitze, welche mit feinem Kupferdraht gefüllt wird, in deren flache Rückwand zwei elastische mit den Gasapparaten verbundene Röhren münden.

habung des Apparates und der ungehinderten Beobachtung nur unter Anwendung von Sauerstoffgas erreichbar schien. Indessen gaben alle Versuche mit den bisher bekannten Knallgasgebläsen aus den schon erwähnten Gründen nur ein höchst ungenügendes Resultat.

c. Die dritte Art der bekannten mechanischen Löthrohrgebläse, nämlich die Aeolipile mit brennenden Weingeist-, Terpentinöl- oder Aetherdämpfen vermochte zwar an und für sich eine Erreichung des Zweckes nicht in Aussicht zu stellen, da ihr Effekt weit hinter der Temperatur des Knallgasgebläses zurückblieb. Dagegen bot sie in anderer Beziehung grosse Vortheile dar, namentlich: Einfachheit der Construction, leichte Behandlung, leichte und beliebig zu regulirende Entwicklung des brennbaren Stoffes, eine grössere und darum minder der Abkühlung der atmosphärischen Luft unterliegende Flamme u. dgl. Es lag darum die Idee nahe, alle diese Vortheile zu benützen und gleichzeitig durch die Verwendung von Sauerstoffgas den Wärmeeffekt mindestens zur gleichen Höhe des Knallgases zu steigern.

Die ersten Versuche ergaben neben mehreren Schwierigkeiten ein sehr befriedigendes Resultat und so gelang es endlich, theils durch Beseitigung einzelner Anstände, theils durch Verbesserung der mechanischen Einrichtungen einen Apparat herzustellen, der allen Knallgasgebläsen in Bezug auf den pyrometrischen Effekt nicht nur wenigstens gleichsteht, sondern sie an Leichtigkeit und Gefahrlosigkeit der Behandlung übertrifft.

Dieser Apparat, dessen Construction aus der beigefügten Zeichnung leicht verständlich ist, besteht seiner Wesenheit nach aus einer Aeolipile (A), aus welcher die brennenden Dämpfe jedoch nicht in die zur Erhitzung dienende Lampe, sondern von der oberen Fläche des Gefässes sogleich unmittelbar horizontal in die Luft geführt und dort beliebig durch eine kleine gläserne Weingeistlampe entzündet werden. Zugleich ist diese Ausmündungsröhre (D) nach dem Prinzipe des Maugham'schen Hahnes mit einer in ihr concentrisch liegenden zweiten Röhre versehen, welche bei (E) mit einem Sauerstoffgas enthaltenden Gasometer in Verbindung gesetzt wird und daher bei gehörigem Drucke in der Mittellinie der brennenden Dämpfe einen Strahl Sauerstoffgas erzeugt, der vollkommen von den brennenden Dämpfen absorbirt wird und dadurch einen sehr hohen Temperaturgrad erzeugt.



Da hier immer noch ein grosser Theil der Dämpfe auf Kosten der atmosphärischen Luft, sonach mit weit geringerem Wärmeeffekte, verbrennt, als der innen liegende Theil, so wurde der Versuch gemacht, die Dämpfe in einem sie völlig umhüllenden concentrischen Strahl von Sauerstoff zu legen; indessen hat der Erfolg nicht den Erwartungen entsprochen, indem die hiedurch erzielte Flamme keine merklich höhere Temperatur darbot, bei der Manipulation aber einige Unbequemlichkeiten mit sich führte.

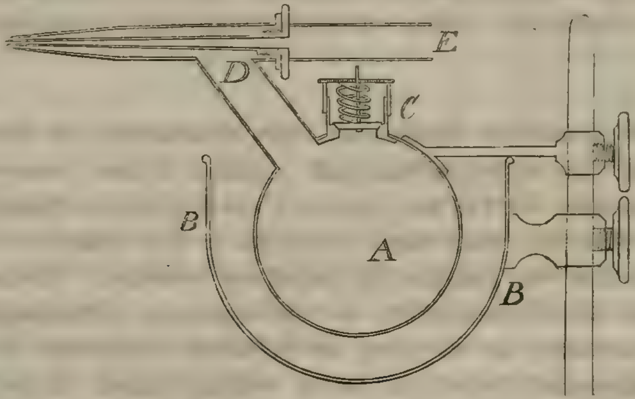
Unter allen Mitteln zur Erzeugung der brennbaren Dämpfe hat sich Aether bei weitem am besten bewährt. Er erzeugt nicht blos die höchste

Temperatur, sondern verursacht auch beim Gebrauche keinerlei Unbequemlichkeit; die Flamme entwickelt sich rasch, ruhig und stetig, und nimmt beim Zuströmen von Sauerstoffgas sehr schnell eine fast spindelförmige Gestalt an, in welcher es sehr leicht ist, denjenigen Punkt zu finden, welcher die höchste Temperatur zeigt. Weingeist gibt einen niederen Temperaturgrad, die Flamme ist unruhiger, flackernder, die Entwicklung nicht selten ungleich. Dasselbe ist der Fall bei Terpentinöl und Camphin, die noch ausserdem mehrfache andere Unbequemlichkeiten mit sich führen. Dagegen gebot die Verwendung von Aether allerdings grössere Vorsicht wegen seiner leichteren Entzündbarkeit und ich verwendete vor Allem besondere Aufmerksamkeit darauf, den Grad der Gefahr, welcher mit der Benützung dieses Apparates möglicher Weise verbunden seyn könnte, genau zu constatiren und die Vorsichtsmaassregeln ausfindig zu machen, welche die Gefahr vollständig zu beseitigen vermögen.

Wird Aether der Verdunstung oder Verdampfung in einem verschlossenen mit atmosphärischer Luft gefüllten Gefässe ausgesetzt, so tritt bekanntlich der Fall ein, dass bei einem gewissen Mischungsverhältnisse der beiden gasförmigen Flüssigkeiten und erfolgender Entzündung dieselben wie Knallgas zu explodiren vermögen. Hieraus folgt von selbst die Nothwendigkeit, die ausströmenden Aetherdämpfe nicht eher zu entzünden, als bis solche die im Innern des Gefässes noch enthaltene atmosphärische Luft vollständig verdrängt haben. Dieser Moment ist sehr leicht zu erkennen, indem er sich theils durch die veränderte Farbe der Dämpfe, theils auch durch das Ausfliessen von einigen Tropfen Aether aus der Röhrenspitze bemerklich macht. Aus diesem Grunde musste bei der Anwendung von Aether die gewöhnliche Form der Aeolipile, nämlich die Einmündung der Ausströmungsröhre in die zur Erhitzung dienende Flamme, unbedingt verworfen werden, indem selbst bei Anwendung von Weingeist hier unter gewissen Umständen kleine, jedoch meistens unschädliche Explosionen veranlasst werden.

Ein zweiter Grund, die Erhitzungslampe nicht zugleich zur Entzündung der Dämpfe zu benützen, liegt in dem Umstande, dass der in diese Lampe einströmende Dampfstrahl dieselbe höchst ungleich und unruhig macht und dadurch sehr unbequeme Störungen in der Dampfentwicklung hervorbringt.

Eine weitere zweckmässig erscheinende Sicherung gegen die Folgen allenfallsiger Explosionen besteht darin, dass an der oberen mit (C) bezeichneten Oeffnung, die zum Einbringen des Aethers dient, ein gewöhnliches Sicherheitsventil mit einer Spirale angebracht wird. Ein solches ist namentlich dann sehr nützlich, wenn die untergestellte Lampe im Verhältnisse zur Oeffnung der Spitze (E) zu gross ist, sohin die sich zu rasch entwickelnden Dämpfe stark gegen die Innenwände des Gefässes drücken. Sie finden in diesem Falle durch das sich hebende Ventil und einige in dem Deckel befindliche Oeffnungen ihren Ausweg. Tritt aber eine noch heftigere Dampfentwicklung oder auch eine Explo-



sion ein, so wird nicht blos das Ventil, sondern auch der dasselbe niederdrückende Deckel, welcher auf die Oeffnung (C) nicht aufgeschraubt, sondern nur aufgesteckt wird, gehoben und bietet den Dämpfen einen genügenden Ausweg dar. Ich habe mehrfach solche heftige Dampfentwicklungen und kleine Explosionen absichtlich hervorgerufen und solche jederzeit gefahrlos gefunden, selbst wenn die ausströmende Dampfsäule sich entzündete.

Uebrigens können alle diese Besorgnisse noch dadurch beseitigt werden, dass man das den Aether oder Alkohol enthaltende Gefäss nicht direkt, sondern mittelst eines in der Zeichnung mit (BB) bezeichneten Wasserbades der Erhitzung aussetzt. Die Dampfentwicklung lässt sich dann vollkommen regeln und erfolgt so ruhig und stetig, dass bei länger andauernden und sorgfältigen Versuchen diese Vorrichtung sehr zu empfehlen ist.

Eine sehr zu beachtende Vorsichtsmaassregel besteht noch darin, das Gefäss niemals mehr, als zu etwa $\frac{2}{3}$ mit Aether zu füllen. Steigt das Niveau der Flüssigkeit bis nahe an die Oeffnung der Röhre (D), so wird bei lebhafter Dampfentwicklung eine Quantität Flüssigkeit in tropfbarem Zustande mitfortgerissen und sodann stossweise und brennend oft bis auf mehrere Fusse Entfernung aus der Spitze ausgeworfen. Das von Payen a. ang. O. beschriebene Terpentinölgebläse enthält eine ziemlich einfache Vorrichtung zur fortwährenden gleichmässigen Speisung des Apparates mit Terpentinöl, die sich hier gleichfalls anwenden lässt und dann nicht bloss jede Besorgniss einer Ueberfüllung beseitigt, sondern auch länger andauernde Versuche gestattet.

Dass man die bei der Behandlung von Aether nöthigen allgemeinen Vorsichtsmaassregeln nicht ausser Acht lasse, versteht sich von selbst. Unter dieser Voraussetzung bietet der Aether ein vollkommen gefahrloses, sehr leicht zu behandelndes Mittel zur Erzeugung hoher Temperaturen dar, dessen Effekt von keiner anderen flüssigen oder gasartigen Substanz erreicht wird. Schon die bekannte Aetherlampe von Mitscherlich liefert hiefür hinreichenden Beleg; mit der eben beschriebenen Vorrichtung aber gelang es, noch weit höhere Wirkungen zu erzielen. Ja es bedarf hiezu nicht einmal reinen Aethers, sondern derselbe kann ungefähr mit der Hälfte Alkohol gemischt seyn, ohne dass hiedurch die Flamme merklich an Intensität verliert. Auch das Sauerstoffgas kann bis zu $\frac{1}{3}$ mit atmosphärischer Luft vermengt seyn, ohne die Temperatur der Flamme erheblich zu beeinträchtigen. Grössere Beimengungen von atmosphärischer Luft werden jedoch bald fühlbar.

Der pyrometrische Wärmeeffekt dieser Vorrichtung übertrifft jenen der bekannten Knallgasgebläse namentlich dadurch, dass bei einem verhältnissmässig geringen Verbrauche von Sauerstoffgas die Flamme einen grösseren Umfang und — wie es scheint — selbst eine höhere absolute Temperatur erhält. Nicht nur gelang es mit Leichtigkeit, Platinkugeln von 1,3 Grm. zusammenzuschmelzen und Platindraht von ziemlicher Stärke fast augenblicklich zum Schmelzen zu bringen, sondern das Platin wurde noch überdiess zum lebhaften Verdampfen und zuletzt zum förmlichen Verbrennen gebracht, was mit einer lebhaften gelbröthlichen Flamme erfolgte. Da der Schmelzpunkt des Platins etwa bei 2600° C liegt, so kann man hieraus einen Schluss auf den Wirkungsgrad der erzielten Flamme ziehen. Eisen und Stahl verbrennen in derselben mit ganz ungemeiner Heftigkeit. Eine Uhrfeder in die Flamme gehalten verbrennt augenblicklich mit solcher Schnelligkeit, dass der erregte Funkenregen einen Kreis von mehreren Fuss Durchmesser bildet und der Glanz der Erscheinung weit die gewöhnliche Verbrennung eines Stahldrahts oder einer Stahlfeder in reinem Sauerstoffgase übertrifft. Der Versuch gelang auch mit Eisen und Stahlstücken von ziemlicher Stärke, so mit einer Blechröhre von 5''' Durchmesser und $\frac{1}{2}$''' Stärke, mit einem

Stahlstücke von 1,5''' Durchmesser u. a. m. Fast alle gewöhnlich als feuerbeständig betrachteten Materialien, Quarz, Feuerstein, Thonerde, Trippelerde, Glimmer u. dgl. unterliegen in dieser Flamme binnen wenig Sekunden einer sehr bemerklichen Schmelzung. So fiel das Ende einer gewöhnlichen sogenannten kölnischen Pfeife in Tropfen ab und selbst Stücke des wegen seiner Feuerbeständigkeit bekannten Nymphenburger Porcellans erlitten eine vollständige Schmelzung, wobei jederzeit eine blasige Aufblähung eintrat.

Bei einiger Uebung erlangt man leicht die nöthige Fertigkeit, den Apparat ohne Unbequemlichkeit zu handhaben, die dem Zwecke jedesmal entsprechende Grösse der Flamme, die nöthige Zuströmung an Sauerstoffgas, sowie die erforderliche Gleichmässigkeit der Flamme zu erzielen und sogleich denjenigen Theil der Flamme zu finden, welcher die höchste Temperatur entwickelt. Gewöhnlich ist derselbe wenig mehr als 1 bis 2 Zoll von der Oeffnung der Dampfröhre entfernt und macht sich durch eine eigenthümliche Klarheit der Farbe, die etwas in's Bläuliche geht, bemerkbar.

Gleichwohl lässt sich nicht in Abrede stellen, dass diese Wirkungen noch weit von denjenigen Temperaturgraden entfernt liegen, welche man nach theoretischen Voraussetzungen als die höchsten Gränzen der Wärmeentwicklung bei der Verbindung des Sauerstoffes mit brennbaren Körpern betrachtet und welche von einigen bei 7000° C, von anderen selbst bei 9000° C angenommen werden. Der Grund hievon liegt theils in der unvermeidlichen Abkühlung einer so kleinen Flamme durch die umgebende Luft, theils in der Unmöglichkeit, den Zufluss von Sauerstoffgas dergestalt zu regeln, dass er vollkommen von den Aetherdämpfen absorbirt wird und weder durch Ueberschuss abkühlend wirkt, noch bei zu geringer Zuströmung ein grosser Theil des Aethers gezwungen wird, lediglich auf Kosten der atmosphärischen Luft zu verbrennen. Eine Ausführung der Vorrichtung in grösserem Maasstabe vermöchte nur einem kleinen Theil dieser Mängel zu begegnen.

Dagegen scheinen zwei Wege geeignet, die Hervorbringung noch höherer Wärmeeffekte zu erzielen, einmal die Benützung einer Kohlenunterlage und zweitens die Anwendung von glühendem Sauerstoffgase. Das erstere ist von mir zwar versucht worden, es fehlte jedoch die Gelegenheit, die Versuche umfassender fortzusetzen, um ein genügendes Resultat zu erzielen. Bei den meisten Versuchen mit obiger Vorrichtung ist es nämlich nothwendig, den Gegenstand ohne Kohlenunterlage der Flamme auszusetzen, was natürlich die Abkühlung nur vermehrt. Die Art der Behandlung wie bei dem gewöhnlichen Löthrohr ist in den meisten Fällen darum nicht anwendbar, weil die starke Flamme der brennenden Dämpfe an der Kohle abgleitet, ohne gehörig in dieselbe einzudringen. Es wurde daher der zu behandelnde Körper in einem kleinen Tiegel in einem besonders hiezu construirten Ofen mit glühenden Kohlen umgeben und nun der brennende Dampfstrahl mit überschüssigem Sauerstoffgase darauf geleitet. Obwohl sich hiebei eine anscheinend sehr hohe Temperatur bildete, so erreichte sie doch bei weitem nicht jenen Grad, welcher unmittelbar in der Flamme beobachtet wurde. Auffallend war dabei eine sehr heftige, aber ganz gefahrlose Detonation, die im Anfang der Operation eintrat.

Wenn es auf diesem Wege bei zweckmässiger Vorrichtung möglich ist, die Abkühlung durch die umgebende Luft zu vermindern, so vermag auf dem anderen Wege die Verwendung von heissem — etwa bis zu 300° C — erhitzten Sauerstoffgase sicherlich direkt den Total-Wärmeeffekt zu vermehren. Es mangelte jedoch an passenden Apparaten, welche natürlich zu diesem Zwecke hart gelöthet seyn müssten, um Versuche dieser Art, die ausserdem mit ziemlichen Schwierigkeiten verbunden sind, anzustellen. Es liegt nicht in dem Bereiche der Unmöglichkeit, durch weitere Entwicklung der hier angedeuteten Momente eine Temperatur zu erzeugen, welche in ihrem Effekte den ungewöhnlichen und höchst interessanten Resultaten Despretz's *) nicht wesentlich nachstehen dürften und zwar in einer minder unbequemen und complicirten Weise. Derselbe hat bekanntlich mit der Verbrennung noch die beiden anderen mächtigsten Faktoren der Wärme — die Sonne und den elektrischen Strom — vereinigt, und so die schwer schmelzbarsten Körper zur Verflüchtigung gebracht. Es bedarf indess kaum der Erwähnung, dass ein Apparat, der unter anderem 500 Bunsen'sche Elemente erfordert, wohl nur wenigen Forschern zu Gebote stehen dürfte.

Für die Technik vermöchte obige Form der Aeolipile, ungeachtet die Kosten des Aethers und Sauerstoffgases eine regelmässige Anwendung kaum zulassen, in einigen Fällen vielleicht Nutzen gewähren, indem es mittelst derselben möglich werden kann, harte Löthungen an grösseren Gegenständen vorzunehmen, ohne gezwungen zu seyn, einzelne Maschinentheile auseinander zu nehmen und ganz oder zum grösseren Theile dem Feuer auszusetzen. Namentlich dürfte es gelingen, z. B. kleinere Beschädigungen an kupfernen und dergleichen Röhren mit Messing oder Hartloth zuzuschmelzen, ohne die Röhre selbst abnehmen zu müssen. Einige vorgenommene kleinere Proben machen dies nicht unwahrscheinlich.

Eine andere Verwendung liesse sich vielleicht zur Verbindung des Porcellans mit Glas und glasartigen Stoffen versuchen, sowie es überhaupt nicht uninteressant seyn dürfte, das Verhalten sehr schwer schmelzbarer Silikate, Thonverbindungen und ähnlicher Stoffe bei *länger andauernder Schmelzung* zu beobachten, — Versuche, auf welche ich demnächst zurückzukommen beabsichtige.

---

*) Despretz, Comptes rendus. Juli 1849, Nr. 3.

# Erklärung

aller

in einaxigen Krystallplatten zwischen geradlinig polarisirtem Lichte wahrnehmbaren

# Interferenz-Erscheinungen

in mathematischer Form mitgetheilt

von

**_Dr. G. S. Ohm._**

Mit 1 Tafel.

## Erste Hälfte,

worin die in einer einzigen Krystallplatte entstehenden Erscheinungen betrachtet werden.

# Erklärung

aller

in einaxigen Krystallplatten zwischen geradlinig polarisirtem Lichte
wahrnehmbaren

# Interferenz-Erscheinungen

in mathematischer Form mitgetheilt

von

**Dr. G. S. Ohm.**

Meine im Sommersemester 1851 an hiesiger Universität gehaltene Vorlesung über Optik legte mir die Verpflichtung auf, den dahin gehörigen Apparat zu diesem Zwecke zu ordnen und zu vervollständigen. Bei dieser Gelegenheit stiess ich auf eine Interferenzerscheinung in Krystallplatten, die mich anfangs in Erstaunen setzte, weil mir nicht bekannt war, dass sie je in den Bereich der Experimentalphysik gezogen worden wäre. Nimmt man nämlich zwei gleich dicke Platten mit parallelen Oberflächen, welche aus einem einaxigen Krystalle so herausgeschnitten worden sind, dass deren optische Axe einen Winkel von 45° mit ihren Oberflächen bildet, welche Platten bekanntlich einzeln im homogenen Lichte geradlinige, helle und dunkle Streifen von der Farbe des benützten Lichtes, und gekreuzt über einander gelegt schon im gewöhnlichen Tageslichte geradlinige, prismatisch gefärbte Abwechselungen sehen lassen, die denen sehr ähnlich sind, welche der gewöhnliche Interferenzversuch an den Fresnel'schen Spiegeln oder an zwei, auf die von mir in Poggendorff's Annalen (XLIX. pag. 98) beschriebene Weise zubereiteten

Spiegelglasstücken *) liefert, — und legt man diese beiden Platten so übereinander, dass deren *Hauptnormalebenen,* (so wollen wir die Ebenen nennen, welche durch die Normale zu den Oberflächen der Platte und durch deren optische Axen gehen), in einander, deren optische Axen

---

*) In Bezug auf diese letztere äusserst einfache und im Gebrauch so sehr bequeme Vorrichtung benütze ich diese Gelegenheit, einen Umstand zu berichtigen, der ihrer weitern Verbreitung mit um so grössern Erfolg entgegen zu treten im Stande ist, als eine Stelle in Airy's Werken, die in solchen Dingen eine Autorität bilden, keinen Zweifel hinsichtlich der Unzulänglichkeit meines Apparätchens übrig zu lassen scheint. Dieser hochachtbare Gelehrte sagt in seinen Mathematical Tracts 3 Edit. pag. 284 bei Gelegenheit der Bildung von Interferenzstreifen mittelst zweier völlig gleicher Prismen mit gemeinschaftlichen Rücken: The breadth of the bars for different colours does not as before (wo von den Fresnel'schen Spiegeln die Rede war) depend simply on $\lambda$, (welcher Buchstabe die Wellenlänge eines einfachen Lichts bezeichnet) but on $\frac{\lambda}{\mu - 1}$, (wo $\mu$ den Brechungsexponenten vorstellt). Now $\mu$ varies with $\lambda$: it is greatest for the blue rays or those for which $\lambda$ is least, and less for those for which $\lambda$ is greater through all the different colours. Consequently the breadths of the bars formed by the different colours are not in the same proportion as before, but are more unequal. The mixture of colours therefore at the edges of those bars which are a little removed from the central bar is not the same as before, and after a smaller number from the center, the colours of the different bars are mixed with each other. Diese an und für sich völlig richtigen theoretischen Angaben eines anerkannten englischen Gelehrten scheinen in Deutschland mein Apparätchen, theilweise wenigstens, in Miskredit gebracht zu haben. Ich hingegen habe bei sehr vielen vergleichenden Versuchen, und auch jüngst wieder in meinen Vorlesungen, wo ich, um meinen Zuhörern die Vergleichung zu erleichtern, den Spiegelapparat so regulirte, dass die in ihm sich zeigenden Streifen gleiche Breite mit denen meines Prismenapparates hatten, in den Spiegelglasstücken nie weniger Streifen gefunden als in den Fresnel'schen Spiegeln, eher ein Paar mehr in Folge der bei jenem vorhandenen viel grössern Lichtstärke. Auch zeigt eine ganz einfache rechnende Auseinanderlegung der Grösse $\frac{\lambda}{\mu}$, dass eine wahrnehmbare Verschiedenheit in der

---

Anzahl und dem Aussehen der Streifen bei den beiden Apparaten sich nicht wohl früher offenbaren könne, als bei etwa 50 vorhandenen Streifen, während sich in der Wirklichkeit doch kaum je mehr als 13 solcher Streifen an dem einen wie an dem andern wahrnehmen lassen, so dass eine Verschiedenheit in den beiden Apparaten theoretisch zwar begründet ist, jedoch ausserhalb aller Erfahrung liegt. Ich vermuthe daher, dass Airy's letzter Satz: „and after a smaller number from the center the colours of the different bars are mixed with each other“, der allerdings auf eine wirkliche Beobachtung sich zu stüzen scheint, einem andern Umstande seine Entstehung verdankt, von dem ich hier, den Experimentatoren zu Liebe, noch etwas ausführlicher reden werde. Wenn man einen einzigen Spiegelstreifen von seiner Mitte aus nach beiden Enden hin dünner schleift, so dass derselbe zwei mit ihrem Rücken gegen einander gekehrte sehr schwache Prismen in sich vereinigt, und dann polirt, so gibt dieses Doppelprisma, von welchem auch in Herschel's Optik (Schmidt'sche Uebersetzung §. 736) die Rede ist, nicht völlig die gleiche Erscheinung, wie meine beiden neben einander hingestellten Spiegelglasstücke, oder wie die Fresnel'schen Spiegel. Die in dem einen Doppelprisma gebildete Erscheinung unterscheidet sich namentlich von der in den letzt genannten Apparaten auftretenden dadurch, dass die Streifen von der Mitte aus nach beiden Seiten hin bald in hellen Säumen verbleichen, während sie in den beiden andern Apparaten auf dunkelerem Grunde liegen, in dem sie länger sichtbar bleiben. Auch nehmen jene häufig eine abwechselnd röthliche und grünliche Färbung an. Auf die hier angeführte Erscheinung mit hellen Säumen zu beiden Seiten dürften Airy's Worte zu beziehen seyn; diese enthält immer nur beträchtlich weniger Abwechselungen, als die Fresnel'schen Spiegel oder meine zwei Spiegelglasstücke sehen lassen. Stellt man indessen vor den Rücken des Doppelprismas, da wo seine beiden angeschliffenen Flächen an einander gränzen, irgend einen undurchsichtigen Körper von der erforderlichen Dicke, wie z. B. eine Stricknadel, so verschwinden die hellen Säume zu beiden Seiten der Erscheinung, und hingegen nach entgegengesetzten Seiten von der, beiden Platten gemeinschaftlichen Normale zu liegen kommen, und betrachtet sie zwischen zwei Polarisationsapparaten, deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander stehen, im homogenen Lichte, so wird man dadurch überrascht, dass jetzt in denselben Platten, die sonst immer nur geradlinige Streifen sehen lassen, ein System von unzählig vielen Ellipsen, deren grosse Axen den vereinigten Hauptnormalebenen der beiden Platten parallel laufen, mit einem centralen, dunkeln, ovalen Flecken, aber ohne alle Spur von dunkeln Armen sich zeigt, wie in (Fig. 7) versinnlicht worden ist. Lässt man die beiden Polarisationsebenen allmälig in einander übergehen, so ändert sich die eben angezeigte Erscheinung nach und nach in ihr Complementärbild ab, wodurch sie indessen kein sehr verändertes Aussehen annimmt, nur dass der vorhin dunkle und von einer breiten hellen Ellipse umgebene Centralfleck jetzt in einen hellen und von einer breiten dunklen Ellipse umgebenen sich verwandelt hat. Während dieses Ueberganges, mitten zwischen den zwei äussersten Stellungen der beiden Polarisationsapparate, nimmt das ganze Gesichtsfeld ein gleichmässiges Helldunkel an, was auch geschieht, wenn bei senkrechten oder parallelen Polarisationsebenen die vereinigte Hauptnormalebene in einer dieser Ebenen oder senkrecht auf ihr steht. Die hier beschriebene Erscheinung

---

diese nimmt wieder den Charakter von der an, welche man bei den übrigen Interferenzapparaten wahrzunehmen pflegt, wiewohl sie stets lichtschwächer zu seyn scheint, und daher wohl nie die Streifen in der gleichen Anzahl wie die andern Apparate in sich aufnimmt. Ohne allen Zweifel macht sich bei diesem Doppelprisma aus einem Stücke Glas wieder jene Besonderheit geltend, auf die ich schon in meinem Eingangs erwähnten Aufsatze aufmerksam gemacht habe, in Folge der ein vom Rande eines Spiegels genommener Abschnitt für sich allein schon auf der Seite, wo sich während der Bearbeitung des Spiegels das rothe Polirpulver angehängt hat, Interferenzstreifen in grosser Menge, welche nach den Seiten hin stets näher an einander rücken, sehen lässt.

tritt nämlich am deutlichsten auf, wenn die vereinigte Hauptnormalebene einen Winkel von 45° mit einer der senkrecht auf einander stehenden oder parallelen Polarisationsebenen bildet, nimmt mit diesem Winkel stets ab und verschwindet endlich gänzlich, wenn dieser Winkel null ist. Nimmt man zu diesen Versuchen gleich dicke Platten von Bergkrystall, deren Oberflächen unter 45° zur optischen Axe geneigt sind, so wird die Erscheinung, wie wegen des Drehungsvermögens dieses Minerals zu erwarten war, eine andere, deren Hauptunterschied darin liegt, dass neben den Ellipsen gleichzeitig geradlinige Streifen auferstehen, die eine senkrechte Stellung zu den grossen Axen der Ellipsen haben, und je nach der Lage der Hauptnormalebene die Ellipsen überstrahlen oder von diesen bis zu ihrem gänzlichen Verschwinden bei einer völlig bestimmten Lage der Hauptnormalebene überstrahlt werden. Man wird ohne mein Erinnern einsehen, dass diese eigenthümliche Modification der Erscheinung im Bergkrystall für die nähere Kenntniss der Eigenthümlichkeiten dieses Körpers höchst wichtig zu werden verspricht.

Obgleich die so eben beschriebene Erscheinung wegen der Sonderbarkeit ihrer Entstehungsbedingungen längst in unsere Lehrbücher übergegangen seyn müsste, wenn sie früher schon beobachtet worden wäre, und dies um so mehr, da sie, wovon ich mich bald überzeugen konnte, bereits schon in den bekannten Rechnungsformeln, die wir der Wellentheorie des Lichts verdanken, enthalten sind, so nahm ich nichts desto weniger Anstand, mit ihr als einer neuen hervor zu treten, besonders aus dem Grunde, weil sie in Krystallplatten sich zeigt, die in den Händen eines jeden Physikers zu seyn pflegen, und es mir desshalb unglaublich schien, dass sie sich so lange verborgen zu halten im Stande gewesen seyn sollte. Um in dieser Beziehung mir nichts vorwerfen zu müssen, nahm ich die Gelegenheit wahr, sie sowohl in der ersten als zweiten Section der im vorigen Jahre in Gotha tagenden Naturforscherversammlung vorzuzeigen, und die Bitte beizufügen, mich davon in

Kenntniss zu setzen, wenn vielleicht einem der anwesenden Herren diese Erscheinung oder auch nur Analoges bekannt geworden seyn sollte; aber obgleich daselbst viele ausgezeichnete Gelehrte und sogar Schriftsteller im Fache der Optik zu finden waren, wurde mir doch nicht die geringste Anzeige zu Theil, und so halte ich mich für berechtigt, dieselbe als eine vor mir noch nicht beobachtete auszugeben. Es lassen sich zwei Ursachen für ihr kaum begreifliches so langes Verborgenbleiben angeben. Einmal bedient man sich zweier vereinigter Krystallplatten gewöhnlich nur zu Versuchen im Tageslichte, während die hier besprochene Erscheinung sich nicht anders als im homogenen Lichte zeigt, im Tageslichte dagegen nie gesehen werden kann; dann dienen zum Nachweis der geradlinigen Interferenzstreifen im Tageslichte häufig Bergkrystallplatten, die, wenn sie auch zufällig im homogenen Lichte gebraucht worden wären, jene Erscheinung nur in so verwickelter Weise zur Anschauung kommen lassen, dass der Beobachter leicht unsicher bleiben konnte, wohin er sie zu stellen habe. Der Bergkrystall ändert vermöge seiner individuellen Natur diese Erscheinung ungleich stärker ab, als er bei allen vordem beobachteten Interferenzerscheinungen thut und ist daher am wenigsten geeignet, sie in ihrer Reinheit erkennen zu lassen.

Die nun folgende Abhandlung hat sich zum Ziel gesetzt, den Entstehungsgrund der bisher besprochenen Erscheinung aufzudecken; weil sich aber an sie andere Betrachtungen von ungemeiner Wichtigkeit für die Lichtwellentheorie anknüpfen lassen, diese jedoch nur an der Hand von allgemeineren Formeln als die bisher gegebenen angestellt werden können, so sehe ich mich genöthigt, eine allgemeine Theorie des Gangs des Lichtes durch einaxige Krystallplatten voraus zu schicken und glaube, damit kein unnützes Unternehmen begonnen zu haben, da unsere Literatur in diesem Felde, obgleich an jeder Stelle von einem glänzenden Fortschritte bezeichnet, doch im Grunde noch sehr jugendlich ist. Die

Meisterarbeiten von Airy und J. Müller, welche das Beste bieten, was wir in diesem Felde besitzen, vereinzeln doch noch immer zu sehr die Gesichtspunkte, als dass die hohe Schönheit, welche diese Art optischer Rechnungen entfalten kann, ganz sichtbar würde. Irre ich nicht, so wird die vorliegende Arbeit es der heutigen Physik möglich machen, eines der schönsten, aber auch dunkelsten Kapitel in ihren Compendien gleichzeitig klarer, vollständiger und kürzer geben zu können.

---

## *A. Allgemeine Bestimmung der Veränderungen, welche das Licht bei seinem Durchgange durch einaxige Krystalle hindurch erleidet.*

I. Das Licht ändert in der Regel bei seinem Uebergange aus einem durchsichtigen Mittel in ein anderes seine Richtung, falls es sich in den beiden Mitteln nicht mit einer und derselben Geschwindigkeit fortbewegt, und die hierbei eintretende Richtungsänderung lässt sich auf nachstehende Weise bestimmen. Bezeichnet nämlich $v$ die Fortpflanzungsgeschwindigkeit im ersten Mittel, $v'$ die im zweiten Mittel; stellen ferner i und i′ die Winkel vor, welche die Richtungen des Lichts im ersten und zweiten durchsichtigen Mittel mit der Normale zu deren gemeinschaftlicher Gränzfläche bilden an der Stelle, wo der Uebergang statt hat, so ist stets

$$\sin. i : \sin. i' = v : v' \text{ oder } \sin. i = \frac{v}{v'} \sin. i';$$

es wird diesemnach i grösser als i′ seyn, d. h. die gebrochenen Strahlen werden dem Einfallslothe zugelenkt werden, wenn $v'$ kleiner als $v$ ist, und in dem Maase stärker, je grösser der Quotient $\frac{v}{v'}$, d. h. je kleiner die Geschwindigkeit im zweiten Mittel in Vergleich zu der im ersten Mittel ist. Dieser Quotient $\frac{v}{v'}$, welcher mit der Grösse der Zulenkung in innigem Zusammenhange steht, ist es, dem man den Namen des *Brechungsexponenten* gegeben hat. Ist in einem andern Falle $v'$ grösser als $v$, so wird i' grösser als i, das gebrochene Licht wird dann nicht mehr dem Einfallslothe zugelenkt, sondern umgekehrt davon abgelenkt, und dann gibt der umgestürzte Quotient $\frac{v'}{v}$ gewissermassen ein Maass für die Grösse dieser Ablenkung her. Nennt man in beiden Fällen den Quotienten $\frac{v}{v'}$ den Brechungsexponenten zwischen den beiden Mitteln, so gibt der Brechungsexponent, wenn er grösser als 1 ist, eine Zulenkung des Lichts nach dem Einfallslothe zu erkennen, deren Stärke von seiner Grösse abhängt; hingegen gibt er, wenn er kleiner als 1 ist, eine Ablenkung des Lichts vom Einfallslothe zu erkennen, die durch ihn bestimmt wird, und mit seinem umgestürzten Werthe zu- oder abnimmt. Ist in einem Ausnahmsfalle $v = v'$, so wird $i = i'$, und dies zeigt an, dass in diesem Falle das Licht bei seinem Uebergange aus dem einen Mittel in das andere seine Richtung gar nicht ändert. Ist $i = 0$, d. h. fällt das Licht in einer senkrechten Richtung auf die Gränzfläche auf, so wird auch $i' = 0$, und dies zeigt an, dass in diesem besondern Falle das Licht bei seinem Uebergange aus einem durchsichtigen Mittel in ein anderes seine Richtung ebenfalls nicht ändert. Die Gleichung

$$\sin.\, i' = \frac{v'}{v} \sin.\, i,$$

welche aus der eben aufgestellten Proportion sich ableiten lässt, deutet noch auf eine unter Umständen vorkommende ganz aussergewöhnliche Erscheinung hin. Erwägt man nämlich, dass alle möglichen positiven Werthe der Sinuse immer zwischen 0 und 1 liegen müssen, dass aber da, wo $v'$ grösser als $v$ ist, i stets so gross genommen werden kann, dass $\frac{v'}{v}$ sin. i grösser als 1 wird, so würde obige Gleichung in jedem solchen Falle sin. i' grösser als 1 werden lassen, was mit dem Begriff vom Sinus nicht vereinbar ist, sonach auf eine Unmöglichkeit hindeutet. Hieraus folgt, dass das Licht in Fällen, wo es bei seinem Uebergange aus einem Mittel in das andere vom Einfallsloth abgelenkt wird, bei einer gewissen Grösse des Einfallswinkels nicht mehr gebrochen werden kann, und die Erfahrung lehrt, dass in diesem Falle die Brechung in eine Zurückwerfung überspringt, die man durch das Beiwort der *totalen* zu bezeichnen pflegt.

Die Wellentheorie des Lichts gelangt zu den vorstehenden Resultaten durch ziemlich verwickelte Betrachtungen. Sie ist gewungen als Princip den Satz aufzustellen, dass der Zustand eines Wellenzuges zu irgend einer beliebigen Zeit bedingt wird durch den Zustand desselben Wellenzuges zu irgend einer vorangegangenen Zeit, und dass jener Zustand ans diesem gefunden werden kann, wenn man die Schwingungsbewegung eines jeden Aethertheilchens in letzterm als Quelle einer daraus hervorgehenden Wellenbewegung ansieht, und das Resultat von allen diesen unendlich vielen partiellen Wellenbewegungen aufsucht. Diese besondere Vorstellung von dem Grund des Fortgangs eines Wellenzuges wird ihr insbesondere da ganz unerlässlich, wo die ankommenden Wellen irgend welchen Gränzbedingungen unterworfen werden, wie dies z. B. bei der Zurückwerfung und bei der Brechung des Lichts stets der Fall ist. Die Undulationstheorie stellt sich dann im Innern eines zurückwerfenden oder brechenden Mittels alle die Wellen vor, welche von sämmtlichen, an der gemeinschaftlichen Gränzfläche beider Körper schwingenden Theilchen aus einzeln in den zweiten Körper hinein erzeugt werden, und sucht das Gesammtergebniss hievon zu jeder beliebigen Zeit zu bestimmen. Bei diesem Geschäfte stützt sie sich auf die Annahme, dass die Totalwirkung von vielen aus einzelnen Punkten hervorgehenden Wellen zu einer bestimmten Zeit in der Fläche liege, die alle diese in dem gleichen Augenblicke gebildeten Wellen zusammen berührt, und sie ist zu dieser Annahme allerdings berechtigt, da sich zeigen lässt, dass die einzelnen in demselben Augenblicke bestehenden Wellenflächen nur an den Stellen ihrer gemeinschaftlichen

Umhüllungsfläche gegenseitig durch Interferenz sich verstärken können, an andern Stellen hingegen sich vernichten müssen. Diese Umhüllungsfläche, welche die Stirnfläche für den neu entstandenen Wellenzug hergibt, wird im Allgemeinen eine krumme Fläche seyn; in dem besondern Falle aber, wo der anlangende Wellenzug ein ebener ist, und zugleich an einer ebenen Gränzfläche sich abändert, geht die Umhüllungsfläche in eine Ebene über und ist dann einer leichtern Bestimmung fähig. Bei schief einfallendem Lichte nämlich, welches allein eine Richtungsänderung erleidet, gelangen die einzelnen, einer und derselben Stirnfläche angehörigen schwingenden Stellen, — vorausgesetzt, dass man es mit einem ebenen Wellenzuge zu thun habe, dessen Stirnfläche senkrecht auf der Richtung des ankommenden Lichtes steht, — der Zeit nach nur successive bis zur Gränzebene der beiden Mittel hin; es werden sich also die von den einen Gränzstellen aus erzeugten Wellen, welche jener Stirnfläche ihre Entstehung verdanken, in einem bestimmten Augenblicke schon bis auf eine gewisse Weite von jenen Stellen aus fortgepflanzt haben, während ein anderer Theil dieser Gränzstellen erst in Bewegung geräth, und diese letztern Stellen liegen, wenn auch noch die Gränzfläche der beiden Mittel eine Ebene ist, offenbar in einer Geraden, durch welche hindurch die Ebene gehen muss, welche alle die dem gleichen Augenblicke angehörigen Wellen berührt. Aus diesem Grunde wird unter den von uns gemachten Voraussetzungen die dem gleichen Augenblick entsprechende, zu suchende ebene Stirnfläche schon dadurch völlig bestimmt, dass man sie durch die eben erwähnte Gerade gehen und nur eine einzige von einer entferntern Gränzstelle ausgegangene Wellenfläche, die demselben Augenblick entspricht, berühren lässt. Auf solche Weise wird man zu der in den Lehrbüchern angegebenen Construction hingeführt, aus welcher sich dann alle weitern Eigenthümlichkeiten der Zurückwerfung oder Brechung sogleich als nothwendige Folgen ableiten lassen, wie zu Anfang dieser Ziffer in Bezug auf Brechung geschehen ist.

II. In dem grössten Theile der durchsichtigen Körper pflanzt sich das Licht nach den verschiedensten Richtungen hin mit einer und derselben Geschwindigkeit fort und in diesem Falle hat man sich die Form der von einer jeden Stelle solcher Körper ausgehenden Wellen, so lange sie im Innern derselben verweilen, stets als Kugelflächen vorzustellen, deren Radien nach Ablauf der Zeiteinheit der Geschwindigkeit des Lichts in diesem Körper gleich werden. Stellt wie in (I.) $v'$ diese Geschwindigkeit vor, so hat man dieser Grösse in durchsichtigen Körpern der bezeichneten Art stets einen und denselben Werth beizulegen, was auch die Richtung seyn mag, in der das Licht den Körper durchläuft. Es gibt indessen auch nicht wenige andere durchsichtige Körper, in denen sich das Licht nach verschiedenen Richtungen hin mit verschiedener Geschwindigkeit fortbewegt, was ohne Zweifel in einem ungleichen Baue solcher Körper nach verschiedenen Seiten hin seinen Grund hat; in diesen nehmen die Wellenflächen in jedem Augenblicke eine von der Kugelgestalt abweichende, durch die ungleiche Leichtigkeit der Fortbewegung nach den verschiedenen Seiten hin gegebene Form an. Hat man sich eine genaue Kenntniss von dieser Form verschafft, so lässt sich aus ihr die Grösse der Geschwindigkeit, womit das Licht nach den verschiedenen Richtungen hin fortschreitet, berechnen, welche Geschwindigkeit wir dann aber nicht mehr wie zuvor durch $v'$, sondern durch e bezeichnen werden, um durch die Verschiedenheit des Buchstabens schon äusserlich den Umstand auszusprechen, dass hier die Geschwindigkeit des Lichts sich immerwährend mit der Richtung seiner Bewegung abändert. Die Richtung, welche das Licht bei seinem Uebergange in ein so geartetes durchsichtiges Mittel einhält, wird übrigens von da ab wieder ganz durch die gleichen Betrachtungen aufgefunden, deren allgemeiner Gang in (I.) angegeben worden ist, so dass man auch hier wieder bei unveränderter Bedeutung der schon vorher eingeführten Buchstaben hat:

$$\sin. i : \sin. i' = v : e$$

oder

$$\sin. i = \frac{v}{e} \sin. i',$$

wo aber jetzt die Geschwindigkeit e mit der Richtung des im zweiten Mittel sich fortbewegenden Lichtes sich verändert und darum aus der Natur dieses Mittels in jedem besondern Falle erst hergeleitet werden muss.

III. Der in voriger Ziffer erwähnte Umstand tritt bei allen solchen Krystallen ein, deren Krystallgestalt sich nicht auf eine geometrisch reguläre Körperfigur zurückführen lässt; zugleich aber tritt damit noch ein anderer Umstand auf, von welchem wir jetzt reden werden. In allen Krystallen nämlich, die nicht zum regulären Systeme gehören, theilt sich das begränzt einfallende Licht in zwei von einander sich absondernde Bündel, von denen jeder seine besondere Fortpflanzungsweise im Innern des Krystalls besitzt, welche Eigenschaft diesen Krystallen die Benennung der *doppeltbrechenden* zugezogen hat. In demjenigen Theile der doppeltbrechenden Krystalle, die zum zwei- und einaxigen oder zum drei- und einaxigen Systeme gehören, pflanzt sich das Licht des einen Bündels nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit fort, ganz so wie die Fortpflanzung des Lichts in den gewöhnlichen einfach brechenden Mitteln geschieht; das Licht des andern Bündels hingegen bewegt sich in diesen Krystallen nach verschiedenen Richtungen hin mit veränderlicher Geschwindigkeit fort. Diese Art von doppelt brechenden Krystallen besitzt nur eine einzige Richtung, längs welcher sich das in ihnen fortschreitende Licht nicht in zwei Bündel spaltet und diese Richtung fällt mit ihrer krystallographischen Axe zusammen; man nennt sie aus diesem Grunde *optisch einaxige* Krystalle. Alle übrigen Krystalle, welche weder zum regulären Systeme noch zu einem von den beiden eben genannten gehören, besitzen zwei Richtungen, längs welcher keine doppelte Brechung statt hat; diese Richtungen heissen hier wieder optische Axen, und die Krystalle selber, welche zwei solche optische Axen besitzen, *optisch zweiaxige.* Auch die optisch zweiaxigen Krystalle zerlegen, wie die optisch einaxigen, das durch sie hindurch gehende Licht im Allgemeinen in zwei sich von einander absondernde Bündel, jedoch mit dem Unterschiede, dass sich das in jedem dieser beiden Bündel enthaltene Licht nach verschiedenen Richtungen hin mit veränderlicher Geschwindigkeit fortbewegt. Wir werden von hier ab die optisch zweiaxigen Krystalle zur Seite liegen lassen und uns fernerhin blos mit den besondern Verhältnissen der Lichtbewegung in optisch einaxigen Krystallen befassen, hier jedoch noch bemerken, dass die Versuche lehren, dass die beiden Lichtbündel in einaxigen sowohl wie in zweiaxigen Krystallen polarisirtes Licht in sich enthalten, so zwar dass die Polarisationsebene des einen senkrecht auf der des andern Bündels steht. Die Lichtschwingungen scheinen in einaxigen Krystallen nur in derjenigen Richtung geschehen zu können, die entweder senkrecht auf dem Hauptschnitt steht oder in ihm liegt, wobei unter dem Ausdruck *Hauptschnitt* die Ebene zu verstehen ist, welche durch die Richtung des einfallenden Strahls und durch die optische Axe des Krystalls hindurch gelegt wird.

Weil sich das Licht des einen Bündels in optisch einaxigen Krystallen, wie eben angezeigt worden ist, nach allen Richtungen hin mit einer und derselben Geschwindigkeit fortpflanzt, und man sich ebendeswegen die von einem Punkte ausgehenden, diesem Bündel angehörigen Lichtwellen wie in den gewöhnlichen durchsichtigen Mitteln kugelförmig vorzustellen hat, so pflegt man das Licht dieses Bündels das *gewöhnliche* zu nennen, während man das Licht des andern Bündels, das sich von einem Punkte aus nicht kugelförmig verbreitet, das *aussergewöhnliche* nennt. Die Form der von einer schwingenden Stelle des aussergewöhnlichen Lichts erzeugten Wellen hat man aus der ungleichen Geschwindigkeit, womit sich dieses Licht nach verschiedenen Richtungen hin fortbewegt, herzuleiten, und die hierüber angestellten, sehr sorgsamen Versuche haben es ausser Zweifel gestellt, dass die Wellenform des aussergewöhnlichen Lichts in allen bekannten einaxigen Krystallen ein Umdrehungsellipsoid ist, dessen Polaraxe dem Durchmesser der Kugel gleich ist, die das gewöhnliche Licht in demselben Krystalle während der gleichen Zeit von ihrem Mittelpunkte aus beschreibt. Die nämlichen Versuche haben uns zugleich gezeigt, dass die einander gleichen Aequatorialaxen dieser Umdrehungsellipsoide bei einem Theile der einaxigen Krystalle grösser und bei den andern kleiner als deren Polaraxen sind, was zur Eintheilung der einaxigen Krystalle in *positive* und *negative* Anlass gab. Bezeichnet man durch $v$ die Geschwindigkeit des Lichts in dem Mittel, aus dem es auf den Krystall einfällt, durch $v'$ die des gewöhnlichen Lichts im Krystall und durch e die des aussergewöhnlichen Lichts, welche je nach der Richtung, längs welcher dieses den Krystall durchläuft, verschieden ist, und für jede besondere Richtung noch besonders bestimmt werden muss; bezeichnet man ferner den Einfallswinkel des Lichts durch i, den Brechungswinkel des gewöhnlich gebrochenen Lichts durch i' und den des aussergewöhnlich gebrochenen Lichts durch i'', so hat man dem in (I.) und (II.) Gesagten gemäss:

$$\sin. i : \sin. i' = v : v' \text{ und } \sin. i : \sin. i'' = v : e$$

oder

$$\sin. i = \frac{v}{v'} \sin. i' \text{ und } \sin. i = \frac{v}{e} \sin. i''.$$

IV. Die mathematische Bestimmung der Wellenbewegung führt unter der Voraussetzung, dass die bewegten Theile nur ganz kleine Bahnen um ihre Gleichgewichtslage beschreiben, eine Voraussetzung, die beim Lichte, dessen Wellen so äuserst kleine Längen haben, mehr als anderswo statthaft ist, zu einer linearen Differentialgleichung, aus der sich als ein besonderer Fall die Ausweichung des bewegten Theilchens von seiner Gleichgewichtslage durch den Ausdruck

$$a \sin. \frac{2\pi}{\lambda} (vt - x)$$

gegeben herleiten lässt, in welchem a die grösste Ausweichung, deren Quadrat die Stärke des aus diesen Wellen hervorgehenden Lichtes an die Hand gibt, $\pi$ das Verhältniss des Umfangs eines Kreises zu seinem Durchmesser, t die beliebig zu wählende Zeit und x den Abstand eines willkührlich in's Auge gefassten bewegten Theilchens von einer unveränderlichen Ebene vorstellt, mit welcher die sämmtlichen Stirnflächen parallel laufend in unserm besondern Falle angenommen worden sind, weshalb auch die in vorstehendem Ausdrucke enthaltenen Wellen *ebene Wellen* genannt werden; ausserdem bezeichnet noch $\lambda$ die Länge einer Welle homogenen Lichts und $v$ die Fortschreitungsgeschwindigkeit derselben. Die Richtung der Schwingungen, so wie die von dieser Richtung abhängige Bahn des schwingenden Theilchens bleibt in dem vorstehenden Ausdrucke völlig unbestimmt, so dass man diese in jedem Einzelnfalle aus den übrigen dabei vorkommenden Umständen erst noch zu erkennen hat. Die Natur der im obigen Ausdrucke enthaltenen Wellen spricht sich in folgenden Betrachtungen aus: Fasst man irgend ein bewegtes Theilchen in's Auge, dessen Abstand x von der unveränderlichen Ebene, die wir von jetzt an die *Distanzebene* nennen werden, im Ruhezustande eine gegebene unveränderliche Grösse ist, so geht aus obigem Ausdrucke hervor, dass dieses Theilchen jedesmal wieder die gleiche Ausweichung von seinem Ruhestande erhält, so oft t einen um die Grösse $\frac{\lambda}{v}$ abgeänderten Werth angenommen hat, es stellt mithin $\frac{\lambda}{v}$ die Zeit vor, in welcher das Theilchen einmal seine Bahn durchläuft. Stellt T diese bestimmte Zeit vor, so hat man also

$$T = \frac{\lambda}{v};$$

denkt man sich aber die Zeit t in obigem Ausdrucke unveränderlich, so zeigt er den Zustand aller bewegten Theile in einem und demselben Augenblicke an, und aus seinem Baue geht hervor, dass alle die Theilchen eine gleiche Ausweichung von ihrer Ruhelage erfahren haben, deren Abstände von der Distanzebene einen um $\lambda$ oder um ein Vielfaches von $\lambda$ verschiedenen Werth besitzen, weil in diesem wie in dem vorigen Falle der zum Sinus gehörige Winkel des obigen Ausdrucks seinen Werth um $2\pi$ ändert und darum dieser Sinus selbst immer wieder die gleiche Aufeinanderfolge von Werthen hergibt. Hieraus folgt weiter, dass zwei Stellen im Raume, deren Abstände von der Distanzebene um weniger als $\lambda$ von einander verschieden sind, zu derselben Zeit nicht in einerlei Zustand sich befinden können, und dass dieselbe Stelle nicht den gleichen Zustand aufweisen kann zu zwei verschiedenen Zeiten, die um weniger als $\frac{\lambda}{v}$ oder T von einander verschieden sind. Die zwischen zwei um die Strecke $\lambda$ aus einander liegenden, mit der Distanzebene parallelen Ebenen in einem bestimmten Augenblicke vorhandenen Ausweichungen der Theile aus ihrer Gleichgewichtslage kehren sonach in dem gleichen Augenblicke ganz eben so zwischen je zwei solchen Ebenen von dem Abstande $\lambda$ wieder, die sich unmittelbar an die vorigen und an einander anreihen; und eben so kehren alle Vorgänge zwischen zwei solchen Ebenen in den unmittelbar hinter einander herlaufenden Zeitabschnitten von der Dauer T oder $\frac{\lambda}{v}$ stets in der gleichen Weise wieder.

Die eben beschriebenen, in dem obigen Ausdrucke enthaltenen ebenen Wellen würden indessen wegen ihrer Besonderheit für die Lichttheorie von keiner so grossen Bedeutung seyn, wenn nicht die höhere Rechnung seit Fourier uns die Ueberzeugung gebracht hätte, dass bei Schwingungen von so geringem Umfange, wie sie im Lichte vorkommen, jeglicher Wellenzug immer als Summe von lauter ebenen Wellenzügen angesehen werden darf und dass die Wirkung von jenem zu irgend einer Zeit die Summe der Wirkungen von diesen zu der gleichen Zeit ist, wodurch es möglich wird, Wellenzüge von jeglicher Art unter allen Umständen, falls sie nur aus unendlich kleinen Schwingungen zusammengesetzt sind, auf ebene Wellenzüge zurückzuführen, und also den ebenen Wellen eine Allgemeinheit zu vindiciren, wobei sie alle andern möglichen Wellen in sich begreifen. Damit aber ebene Wellenzüge jenen Grad der Allgemeinheit behaupten können, müssen unserm Ausdruck alle die Beschränkungen genommen werden, die blos seine Form angehen, die Schwingungsbewegung selber aber nicht wesentlich berühren. So kann jeder neue ebene Wellenzug seine eigene Distanzebene besitzen und die Distanzebenen von mehrern ebenen Wellenzügen können irgend wie gegen einander geneigt seyn; auch kann in jedem einzelnen gegebenen ebenen Wellenzuge die Distanzebene mit sich selber parallel verschoben gedacht werden, denn diese Distanzebene ist gleich den in andern Fällen gebrauchten Coordinatenebenen blos ein Mittel, auf das die im Wellenzuge vor sich gehenden Veränderungen, um sie festhalten zu können, bezogen werden, das indessen selber auf die Natur des Wellenzuges keinen Einfluss übt, weshalb bei seiner Wahl keine andere Rücksicht genommen zu werden braucht als die, dass es eine leichte Darstellung des Wellenzuges gestatte. Da eine mit sich selber parallele Verlegung der Distanzebene bei den nun kommenden Betrachtungen öfters nöthig ist, so wird es nicht überflüssig seyn, wenn wir sie noch etwas näher betrachten. Unser Ausdruck nämlich trägt die Besonderheit in sich, dass er null wird, wenn man in ihm sowohl $t = o$, wie auch $x = o$ setzt; er enthält also stillschweigend die Annahme in sich, dass in dem Augenblicke, von welchem aus die Zeit gezählt wird, die schwingenden Theilchen der Distanzebene sich in ihrer Gleichgewichtslage befinden, wodurch indessen dem ebenen Wellenzuge selber keine Besonderheit aufgedrückt wird, da sich jener Augenblick dieser Annahme gemäss wählen lässt. So lange man es blos mit einem einzigen ebenen Wellenzuge zu thun hat, wird dieser durch den bisher vorgeführten Ausdruck vollkommen dargestellt; wenn aber mehrere ebene Wellenzüge gleichzeitig auftreten, deren Wellen sich bei jedem in der gleichen Richtung fortbewegen, und man bezieht alle diese Wellenzüge auf eine und dieselbe Distanzebene, so ist der bisher vorgeführte Ausdruck nicht mehr allgemein genug, selbst wenn man den Grössen $a$, $\lambda$ und $v$ bei jedem andere Werthe beilegen wollte; denn immer würde er an alle einzelnen Wellenzüge die Bedingung stellen, dass zur Zeit o die in der Distanzebene liegenden Theilchen in Bezug auf jeden dieser Wellenzüge sich in ihrer Gleichgewichtslage befänden, — eine Bedingung, wodurch die gegenseitige Stellung der verschiedenen Wellenzüge bezüglich zu einander, mehr als gestattet werden kann, beschränkt würde. Diesen Uebelstand kann man jedoch dadurch umgehen, dass man statt des bisherigen Ausdrucks den

$$a \sin. \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x + \delta)$$

nimmt und der Grösse $\delta$ von einem Wellenzug zum andern verschiedene Werthe beilegt und zwar die, wie sie die relative Stellung der verschiedenen Wellenzüge zu einander verlangt; denn bei dieser Form unsers Ausdrucks liefert er für $t = o$ und $x = o$ den Ausdruck $a \sin. 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ als Ausweichung eines schwingenden Theilchens in der Distanzebene zur Zeit o, und man sieht sogleich ein, dass durch eine geeignete Wahl der Grösse $\delta$ zwischen o und $\lambda$ diese Ausweichung jede von denen werden kann, die überhaupt in diesem Wellenzuge zu finden ist. Durch die Aufnahme der von einem Wellenzug zum andern sich abändernden Grösse $\delta$ in den für den Wellenzug gegebenen Ausdruck kann man also jede relative Stellung verschiedener nach derselben Richtung sich fortpflanzender Wellenzüge zu einander durch diesen Ausdruck selber aussprechen lassen. Die Grösse $\delta$ lässt in jedem Wellenzuge seinen Zustand an einer bestimmten Stelle und zu einer bestimmten Zeit erkennen, was man dessen *Phase* nennt, und ihre Verschiedenheit von einem Wellenzug zum andern lässt das specifische Ineinandergreifen dieser Wellenzüge erkennen, was man deren *Phasenunterschied* zu nennen pflegt.

V. Die Natur einer linearen Differenzialgleichung, worauf die

Mechanik jede Wellenbewegung mit äusserst kleinen Ausweichungen der bewegten Theilchen zurückführt, bringt es mit sich, dass da wo sich die wirkliche Wellenbewegung in mehrere einfachere zerlegen lässt, — und der Fourier'sche Satz gibt das Mittel an die Hand, jegliche Wellenbewegung in lauter ebene Wellenbewegungen zu zerlegen — die aus der gegebenen Wellenbewegung entspringende Ausweichung eines jeden Theilchens von seiner Gleichgewichtslage zu jeder beliebigen Zeit immer das, mittelst des Parallelepipeds der Kräfte zu erhaltende Mittel derjenigen Ausweichungen ist, welche die einfachern Wellenbewegungen, in die sich die gegebene auflösen lässt, demselben Theilchen zu derselben Zeit jede für sich mittheilen würden. Diese Verknüpfung unterliegt den geringsten Schwierigkeiten, wenn die einfachern Wellenbewegungen, in welche sich eine gegebene auflösen lässt, sämmtlich einerlei Schwingungsrichtung haben, weil dann die Mittelwirkung einfach die Summe aller Seitenwirkungen wird. Unter dieser Voraussetzung werden wir jetzt den Einfluss zweier gleichzeitig auftretender ebener Wellenzüge auf den Zustand des durch sie in Bewegung gesetzten Mittels bestimmen, weil die Anwendung dieses besondern Falles für unsere ferneren Betrachtungen genügt. Es seien demnach

$$a_1 \sin. 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\delta_1\right) \text{ und } a_2 \sin. 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\delta_2\right)$$

die Ausweichungen, welche zwei ebene Wellenzüge, deren Wellen einerlei Länge haben und sich in der gleichen Richtung mit einerlei Geschwindigkeit fortbewegen, und die beide durch die geeignete Wahl ihrer Phasen $\delta_1$ und $\delta_2$ auf dieselbe Distanzebene bezogen worden sind, jeder für sich einem zur Zeit t in dem Abstande x von der gemeinschaftlichen Distanzebene schwingenden Theilchen mittheilen würde, so wird, wenn die Schwingungsrichtung in diesen beiden Wellenzügen die gleiche ist und beide gleichzeitig auftreten, die aus der vereinten Einwirkung hervorgehende Ausweichung desselben schwingenden Theilchens zu der gleichen Zeit seyn:

$$a_1 \sin. 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\delta_1\right)+a_2 \sin. 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\delta_2\right),$$

in welchem Ausdruck t und x sich auf ein und dasselbe übrigens beliebige schwingende Theilchen beziehen. Sieht man in diesem Ausdrucke die unter den Sinusen stehenden Winkel als Summen von $\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$ und $2\pi\delta_1$ oder $2\pi\delta_2$ an, so lässt sich derselbe in die Form

$$(a_1 \cos. 2\pi\delta_1 + a_2 \cos. 2\pi\delta_2) \sin. \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$
$$+ (a_1 \sin. 2\pi\delta_1 + a_2 \sin. 2\pi\delta_2) \cos. \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

bringen und diese lässt sich auf die eines einzigen ebenen Wellenzuges zurückführen, wenn man setzt:

$$a_1 \sin. 2\pi\delta_1 + a_2 \sin. 2\pi\delta_2 = a \sin. 2\pi\delta$$

und

$$a_1 \cos. 2\pi\delta_1 + a_2 \cos. 2\pi\delta_2 = a \cos. 2\pi\delta,$$

wodurch er übergeht in:

$$a \sin. 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\delta\right).$$

Die hierin eingehenden Grössen a und $\delta$ lassen sich aus den unmittelbar vorangegangenen Gleichungen wie folgt erhalten:

$$\text{tg.}\, 2\pi\delta = \frac{a_1 \sin. 2\pi\delta_1 + a_2 \sin. 2\pi\delta_2}{a_1 \cos. 2\pi\delta_1 + a_2 \cos. 2\pi\delta_2}$$

und

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos. 2\pi(\delta_1 - \delta_2),$$

wobei $a^2$ die Lichtstärke des aus den beiden gegebenen neu entstandenen Wellenzuges und $\delta$ seine Phase hergibt.

Ist $a_1 = a_2$, d. h. tragen die beiden gegebenen Wellenzüge gleiche Lichtstärke in sich, so wird:

$$\text{tang.}\, 2\pi\delta = \frac{\sin. 2\pi\delta_1 + \sin. 2\pi\delta_2}{\cos. 2\pi\delta_1 + \cos. 2\pi\delta_2},$$

woraus folgt

$$\text{tang.}\,2\pi\delta = \text{tang.}\,2\pi\frac{\delta_1+\delta_2}{2} \quad \text{oder} \quad \delta = \frac{\delta_1+\delta_2}{2}\ ^{*)},$$

und in dem gleichen Falle ergibt sich

$$a^2 = 2a_1^2\,[1 + \cos.\,2\pi(\delta_1 - \delta_2)];$$

ist daher auch noch $\delta_1 = \delta_2$, so findet man

$$a^2 = 4a_1^2,$$

ist hingegen $\delta_1 - \delta_2 = \pm\frac{1}{2}$, so kommt

$$a^2 = o.$$

Hieraus folgt, dass zwei ebene Wellenzüge von gleicher Stärke, welche sich gleichzeitig in derselben Richtung fortbewegen und deren Ausweichungen in parallelen Linien geschehen, Licht von doppelter Stärke liefern, wenn beide keinen Phasenunterschied haben, dass aber zwei solche Wellenzüge sich gegenseitig gänzlich aufheben, also Finsterniss bewirken, wenn deren Phasenunterschied eine halbe Wellenlänge beträgt. Liegt der Phasenunterschied in den beiden Wellenzügen zwischen $\frac{1}{2}$ und o oder 1, so ist die Stärke des aus ihnen hervorgehenden einen Wellenzuges eine zwischen o und $4a_1^2$ liegende, die allmählich von der einen Gränze zu der andern übergeht. Da eine Aenderung von $\delta$ um 1 aus dem gleichen Grunde wie eine eben so grosse von x immer wieder auf den gleichen Zustand derselben Stelle zu derselben Zeit hinführt, so ist es stets gestattet, den Werth von $\delta$ um jede beliebige Anzahl ganzer Einheiten abzuändern, wodurch man in den

---

*) Es können zwar $a_1$ und $a_2$ auch Grössen mit entgegengesetzten Vorzeichen seyn; aber es braucht dieser Fall hier nicht noch besonders berücksichtigt zu werden, da man das Vorzeichen von $a_1$ oder $a_2$ durch entsprechende Abänderung der Phase $\delta_1$ oder $\delta_2$ stets in das umgekehrte überführen kann

Stand gesetzt wird, diesen Werth immer positiv werden zu lassen und zwischen o und 1 zu nehmen, oder zwischen o und $\frac{1}{2}$, wenn derselbe sowohl negativ wie positiv werden darf. Das hier besprochene gegenseitige Auslöschen des in zwei Wellenzügen enthaltenen Lichtes ist offenbar dadurch bedingt, dass die Schwingungsrichtungen in beiden Wellenzügen einander parallel laufen, weil dann eine Bewegung nach der einen Seite durch eine gleich grosse nach der entgegengesetzten Seite hin einen Ruhestand des den beiden Schwingungen preissgegebenen Theilchens bewirken kann; wenn aber die Schwingungsrichtungen in den beiden Zügen einen Winkel mit einander einschliessen, kann die aus dem einen Zuge dem Theilchen mitzutheilende Bewegung durch keine aus dem andern Zuge kommende aufgehoben werden, diese mag in der Geraden, worin sie geschieht, nach der einen oder andern Seite hin erfolgen, weil diese mit der vorigen in jedem Falle einen Winkel einschliesst, und also beide dem Parallelogramm der Kräfte gemäss immer eine mittlere Bewegung hervorbringen müssen. In diesem Umstande liegt der theoretische Grund für den durch die Erfahrung an die Hand gegebenen Satz, dass zwei rechtwinklich gegen einander polarisirte Lichtzüge nicht interferiren, d. h. sich nicht gegenseitig auslöschen können.

Der hier ausgeführte Satz, welcher sich in der gleichen Weise auch auf mehr als zwei ebene Wellenzüge, deren Wellen einerlei Länge haben und sich in der gleichen Richtung mit einerlei Geschwindigkeit fortpflanzen, ausdehnen lässt, gibt den Schlüssel zur Erklärung der verschiedenartigsten Beugungserscheinungen, wie überhaupt aller Interferenzphänomene her. Uebrigens versteht es sich mit Rücksicht auf das im Eingang dieser Ziffer Angegebene von selbst, dass wenn in einer Lichtbewegung Züge mit verschiedenen Wellenlängen, jedoch stets in dem gleichen Verhältnisse enthalten sind, das eben Gesagte von jeder einer bestimmten Wellenlänge entsprechenden Art des Lichtes noch volle

Giltigkeit behält. Die Undulationstheorie geht dabei von der, mit der Erfahrung übereinstimmenden Annahme aus, dass die verschiedene Länge der Lichtwellen dem aus ihnen hervorgehenden Lichte eine verschiedene Färbung durch alle Stufen der prismatischen Farben hindurch ertheilt.

VI. Nach diesen der Lichtwellenlehre entnommenen Lehnsätzen gehen wir an die Bestimmung der Art und Weise, wie das gewöhnliche und aussergewöhnliche Licht den einaxigen Krystall durchzieht, in grösster Allgemeinheit über. Bezeichnen wir nämlich durch $v$ die Geschwindigkeit des Lichts in der Luft, durch $v'$ die Geschwindigkeit des gewöhnlich gebrochenen Lichts im Innern des Krystalls, die zugleich auch die des aussergewöhnlichen Lichts in der Richtung der optischen Axe ist, endlich durch $v''$ die Geschwindigkeit des aussergewöhnlichen Lichts in einer auf der optischen Axe senkrechten Richtung, so wird die Gleichung für die Wellenfläche des von einem Punkte A ausgegangenen aussergewöhnlichen Lichtes dem in Ziffer III. Gesagten zur Folge:

$$\frac{x^2}{v'^2} + \frac{y^2 + z^2}{v''^2} = 1, \qquad (1)$$

wenn die in ihr vorkommenden Coordinaten x, y, z auf 3 Axen eines rechtwinkligen Coordinatensystems bezogen werden, die durch den Punkt A hindurch gehen und von welchen die AX mit der optischen Axe des einaxigen Krystalls parallel läuft.

Die Gleichung (1) bezieht sich auf die von dem Punkte A auslaufende Wellenfläche, wie sie nach Ablauf der Zeiteinheit wird. Die Gleichung derselben Wellenfläche, wie diese nach Ablauf der Zeit t wird, ist in allgemeinerer Weise:

$$\frac{x^2}{v'^2} + \frac{y^2 + z^2}{v''^2} = t^2, \qquad (2)$$

weil die Halbaxen der so dargestellten Wellenfläche in dem Verhältnisse von 1 zu t von denen der durch die Gleichung (1) dargestellten Wellenfläche verschieden sind.

Wenn nun ein ebener Wellenzug sich in schiefer Richtung gegen die Oberfläche des Krystalls hinbewegt, und man denkt sich durch irgend einen Punkt A der Oberfläche, welcher von dem Wellenzug getroffen wird, eine Ebene senkrecht auf die Richtung des ankommenden Lichts gelegt, so enthält die Durchschnittslinie dieser Ebene mit der Oberfläche des Krystalls, so weit diese von dem Lichte getroffen wird, lauter Stellen in sich, die in einerlei Augenblick einerlei Phase der Bewegung in sich tragen, und einer Geraden angehören, wenn die Oberfläche des Krystalls eine Ebene bildet. Legt man durch eine ausserhalb dieses Durchschnittes befindliche Stelle derselben Oberfläche, die von dem vorigen Querschnitt des gleichen Wellenzuges in einer etwas spätern Zeit getroffen wird, wieder eine Ebene senkrecht auf die Richtung des ankommenden Lichtes, so schneidet diese die ebene Oberfläche des Krystalls wieder in einer Geraden, welche in dem gleichen Augenblicke lauter Stellen von einerlei Phase in sich begreift. Bezeichnet man den Abstand der beiden auf der Richtung des ankommenden Lichtes senkrechten Ebenen von einander durch d, so gehören die Stellen gleicher Phase in der zweiten Ebene, da der Wellenzng in der Luft während der Zeiteinheit den Weg $v$ zurücklegt, einer um $\frac{d}{v}$ spätern Zeit an als in der ersten Ebene. Hieraus folgt, dass während die an der Gränzfläche des Krystalls liegenden Stellen der ersten Ebene, jede von sich aus, Wellen in den Krystall hinein erzeugen, die der zweiten Ebene angehörigen Stellen der Oberfläche des Krystalls ebenfalls Wellen bilden, die sämmtlich ihren Ursprung in der Krystalloberfläche haben, und von einem und demselben Querschnitt des ebenen Wellenzuges herkommen, aber ihren Anfang bei der zweiten Ebene zu einer um $\frac{d}{v}$ verschiedenen Zeit von der nehmen, die den zur ersten Ebene gehörigen Stellen der Krystalloberfläche entspricht. In einem und demselben Augenblicke, wo die zur ersten Ebene gehörigen Stellen der Krystalloberfläche nach Ablauf der Zeit 1 Wellenflächen in den Krystall hinein erzeugt haben, die von der Gleichung (1) dargestellt werden, werden die Stellen der zweiten Ebene an der Oberfläche des Krystalls Wellen in ihn hinein gebildet haben, die zwar ganz von derselben Art sind, aber der Zeit $1-\frac{d}{v}$ entsprechen, also aus der Gleichung (2) erhalten werden, wenn man in dieser $1-\frac{d}{v}$ an die Stelle von t setzt. Diese letztern Wellenflächen werden sonach dargestellt durch die Gleichung:

$$\frac{x^2}{v'^2}+\frac{y^2+z^2}{v''^2}=\left(1-\frac{d}{v}\right)^2. \qquad (3)$$

Diese beiderlei durch die Gleichungen (1) und (3) dargestellten Wellenflächen, welche von verschiedenen Stellen der Oberfläche des Krystalls ausgehen, entsprechen einem und demselben Augenblicke, welchen Werth man auch der Grösse d beilegen mag; wählt man nun d so, dass $1-\frac{d}{v}=o$, d. h. $d=v$ wird, so geht die Gleichung (3) über in:

$$\frac{x^2}{v'^2}+\frac{y^2+z^2}{v''^2}=o,$$

welche aussagt, dass die von ihr dargestellte Wellenfläche, welche alle die Stellen in sich trägt, für welche $d=v$ ist, nur einen einzigen Punkt ausmacht in dem Augenblicke, wo durch die Gleichung (1) das der Zeiteinheit entsprechende Rotationsellipsoid in Bezug auf alle die Stellen, wo $d=o$ ist, angezeigt wird. In dem Augenblicke also, wo die zur ersten Ebene gehörigen Stellen der Krystalloberfläche Wellenflächen von der durch die Gleichung (1) gegebenen Grösse in den Krystall hinein erzeugt haben, sind die von solchen Stellen der Krystalloberfläche ausgehenden Wellen, welche im Durchschnitt einer mit der erstern parallel laufenden und von jener um $v$ entfernten Ebene liegen nur noch Punkte, die in dem Falle einer Geraden angehören, wenn die Oberfläche des Krystalls eine Ebene bildet und der auf sie fallende Wellenzug ein ebener ist. Aus den vorstehenden Folgerungen nun geht mit Berücksichtigung der in Ziffer I. ausgesprochenen, der Wellentheorie eigenthümlichen Vorstellungsweisen ohne weitere Schwierigkeit hervor, dass das auf eine beliebige Stelle der Oberfläche eines einaxigen Krystalls auffallende Licht im Krystalle einen aussergewöhnlichen Strahl erzeugt, dessen Richtung und Geschwindigkeit dadurch gefunden wird, dass man das von der Gleichung (1) dargestellte Umdrehungsellipsoid in solcher Weise beschreibt, wobei sein Mittelpunkt mit der Stelle zusammenfällt, in welcher das Licht ankommt, und dessen Polaraxe mit der optischen Axe des Krystalls parallel läuft, hierauf an dieses Ellipsoid eine Berührungsebene legt, welche durch jene Gerade hindurch geht, in welche die ebene Oberfläche des Krystalls von einer Ebene geschnitten wird, die senkrecht auf der Richtung des einfallenden Lichtes steht und von der zur Gleichung (1) gehörigen Stelle um $v$ entfernt ist; dann gibt nämlich der vom Mittelpunkt des Ellipsoids nach dem so eben bezeichneten Berührungspunkte gezogene Radiusvector durch seine Lage die Richtung und durch seine Länge die Geschwindigkeit des aussergewöhnlichen Lichtstrahls zu erkennen.

Um diese Grössen durch Rechnung zu bestimmen, wollen wir durch $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ die Winkel bezeichnen, welche die Richtung des einfallenden Lichtes mit den Coordinatenaxen der x, y, z bildet, dann stellt

$$(4) \qquad x \cos.\alpha + y \cos.\beta + z \cos.\gamma = 0$$

den einfachsten Sätzen der analytischen Geometrie gemäss die Ebene dar, welche senkrecht auf der Richtung des einfallenden Lichtes steht und durch den Mittelpunkt des Ellipsoids (1) geht; ferner stellt die Gleichung

$$(5) \qquad x \cos.\alpha + y \cos.\beta + z \cos.\gamma = v$$

die Ebene dar, welche mit der vorigen parallel läuft und den Abstand $v$ von ihr hat. Bezeichnen in ähnlicher Art a, b, c die Winkel, welche die Richtung der Normale zur vordern Gränzfläche des Krystalls mit den gleichen Coordinatenaxen bildet, so wird durch die Gleichung

$$(6) \qquad x \cos.a + y \cos.b + z \cos.c = 0$$

die vordere Gränzfläche des Krystalls selber vorgestellt, vorausgesetzt, dass diese eben ist, und diese Gleichung (6) in Verbindung mit der (5) stellt die Gerade dar, durch welche die das Ellipsoid (1) berührende Ebene hindurch geführt werden muss, wobei allen diesen Gleichungen dieselben im Eingange angeordneten Coordinatenaxen zu Grunde liegen. Stellen endlich $\xi$, $\eta$, $\zeta$, (welchen Buchstaben wir ein e anhängen werden, so lange unsere Betrachtungen das aussergewöhnliche Licht angehen, ein o, wenn sie sich auf das gewöhnliche Licht beziehen) die Coordinaten des Punktes vor, in welchem das Ellipsoid (1) von der Ebene berührt wird, welche durch jene Gerade geht, die der Durchschnitt der Ebenen (5) und (6) ist, so hat der zu diesem Berührungspunkte gehörige Radiusvector die Grösse $\sqrt{\xi_e^2 + \eta_e^2 + \zeta_e^2}$, und da dieser Radiusvector die Geschwindigkeit des aussergewöhnlichen Lichts bei einem bestimmten Einfallswinkel hergiebt, welche wir oben durch e bezeichnet haben, so hat man:

$$e^2 = \xi_e^2 + \eta_e^2 + \zeta_e^2 \qquad (7)$$

und die Cosinuse der Winkel, welche dieser aussergewöhnliche Lichtstrahl mit den Coordinatenaxen macht, sind

$$\frac{\xi_e}{e}, \quad \frac{\eta_e}{e}, \quad \frac{\zeta_e}{e}, \qquad (8)$$

weil der Ziffer II. zur Folge e unter allen Umständen diese veränderliche, von der Richtung des einfallenden Lichtes abhängige Geschwindigkeit vorzustellen hat.

Um aber die Coordinatenwerthe $\xi_e$, $\eta_e$, $\zeta_e$ des Berührungspunktes durch Rechnung zu erhalten, hat man erstlich zu erwägen, dass derselbe dem Ellipsoid (1) angehört, dass also seine Coordinaten die Gleichung

$$\frac{\xi_e^2}{p'^2} + \frac{\eta_e^2 + \zeta_e^2}{p''^2} = 1 \qquad (9)$$

befriedigen müssen; ferner dass die durch den Punkt $\xi_e$, $\eta_e$, $\zeta_e$ gehende Ebene, welche das Ellipsoid (1) in ihm berührt, den Regeln der analytischen Geometrie gemäss zur Gleichung

$$\frac{\xi_e (x - \xi_e)}{v'^2} + \frac{\eta_e (y - \eta_e) + \zeta_e (z - \zeta_e)}{v''^2} = 0, \text{ oder}$$

$$\frac{\xi_e x}{v'^2} + \frac{\eta_e y + \zeta_e z}{v''^2} = 1 \tag{10}$$

hat. Da diese Berührungsebene durch den Durchschnitt der beiden Ebenen (5) und (6) gehen soll, so muss jeder Punkt dieses Durchschnitts der Berührungsebene (10) selber angehören; drückt man daher mittelst der Gleichungen (5) und (6) z und y durch x aus und setzt man die so für z und y erhaltenen Werthe in die Gleichung (10) ein, so muss diese befriedigt seyn, welchen reellen Werth man auch der Grösse x geben mag. In Folge dieses Umstandes zerfällt die in der angezeigten Weise transformirte Gleichung (10) in zwei andere, und zwar in die zwei folgenden:

$$\eta_e \cos. c - \zeta_e \cos. b = \frac{v''^2}{v} (\cos. \beta \cos. c - \cos. b \cos. \gamma)$$

und

$$\eta_e (\cos. \alpha \cos. c - \cos. a \cos. \gamma) - \zeta_e (\cos. \alpha \cos. b - \cos. a \cos. \beta)$$
$$= \frac{v''^2}{v'} \xi_e (\cos. \beta \cos. c - \cos. b \cos. \gamma),$$

denen man mit Leichtigkeit die nachstehenden Formen geben kann:

$$(11) \left\{ \begin{aligned} &\eta_e \cos. a = \xi_e \frac{v''^2}{v'^2} \cos. b - \frac{v''^2}{v} (\cos. \alpha \cos. b - \cos. a \cos. \beta) \\ &\text{und} \\ &\zeta_e \cos. a = \xi_e \frac{v''^2}{v'^2} \cos. c - \frac{v''^2}{v} (\cos. \alpha \cos. c - \cos. a \cos. \gamma), \end{aligned} \right.$$

welche jedoch in dem besondern Falle, wo $\cos. a = 0$ ist, beide in einander übergehen und aussagen, dass in diesem Falle

$$\xi_e = \frac{v''^2}{v} \cos. \alpha$$

ist. Die Gleichungen (11) geben die Coordinaten $\eta_e$ und $\zeta_e$ des Berührungspunktes, so wie dessen $\xi_e$ bekannt ist, und zur Kenntniss dieser letztern Coordinate gelangt man auf die folgende Weise. Erstlich findet man aus den Gleichungen (11):

$$(\eta_e^2 + \zeta_e^2)\cos^2.a = \xi_e^2 \tfrac{v''^4}{v'^4}(\cos^2.b + \cos^2.c)$$
$$+ 2\xi_e \tfrac{v''^4}{v v'^2}[\cos.a(\cos.b\cos.\beta + \cos.c\cos.\gamma) - \cos.\alpha(\cos^2.b + \cos^2.c)]$$
$$+ \tfrac{v''^4}{v^2}[\cos^2.\alpha(\cos^2.b + \cos^2.c) + \cos^2.a(\cos^2.\beta + \cos^2.\gamma)$$
$$- 2\cos.\alpha\cos.a(\cos.b\cos.\beta + \cos.c\cos.\gamma)],$$

oder, weil

$$\cos^2.a + \cos^2.b + \cos^2.c = 1 \quad , \quad \cos^2.\alpha + \cos^2.\beta + \cos^2.\gamma = 1$$

und

$$\cos.a\cos.\alpha + \cos.b\cos.\beta + \cos.c\cos.\gamma = \cos.i$$

ist, wenn i den Winkel bezeichnet, den die Richtung des einfallenden Lichtes mit der Normale zur Oberfläche des Krystalls bildet:

$$(\eta_e^2 + \zeta_e^2)\cos^2.a = \xi_e^2 \tfrac{v''^4}{v'^4}\sin^2.a + 2\xi_e \tfrac{v''^4}{v v'^2}(\cos.a\cos.i - \cos.\alpha)$$
$$+ \tfrac{v''^4}{v^2}(\cos^2.\alpha + \cos^2.a - 2\cos.\alpha\cos.a\cos.i).$$

Sodann erhält man aus der Gleichung (9):

$$(\eta_e^2 + \zeta_e^2)\cos^2.a = v''^2\cos^2.a - \tfrac{v''^2}{v'^2}\xi_e^2\cos^2.a$$

und diese in Verbindung mit der zuletzt erhaltenen Gleichung liefert

$$v''^2\cos^2.a = \xi_e^2 \tfrac{v''^2}{v'^4}(v''^2\sin^2.a + v'^2\cos^2.a) + 2\xi_e \tfrac{v''^4}{v v'^2}(\cos.a\cos.i - \cos.\alpha)$$
$$+ \tfrac{v''^4}{v^2}(\cos^2.\alpha + \cos^2.a - 2\cos.\alpha\cos.a\cos.i),$$

woraus man durch Auflösung nach $\xi_e$, wenn

$$v''^2\sin^2.a + v'^2\cos^2.a = m^2 \qquad (12.a)$$

gesetzt wird, findet:

$$\left.\begin{aligned}\xi_e = \tfrac{v''^2 v'^2}{v m^2}(\cos.\alpha - \cos.a\cos.i) + \tfrac{v'^2}{v m^2}\cos.a\,[v^2 m^2 - v''^2 m^2 \sin^2.i \\ + (v''^2 - v'^2)(\cos.\alpha - \cos.a\cos.i)^2]^{\frac{1}{2}},\end{aligned}\right\}(12.b)$$

womit das Auffinden aller Coordinaten des Berührungspunktes beendigt ist.

Die bisherige Rechnung trägt indessen die Sonderbarkeit an sich, dass sie an einem unbestimmten Coordinatensysteme vor sich geht, indem blos dessen x-Axe eine feste, der optischen Axe parallele Stellung erhalten hat, während dessen beide andern Axen rechtwinklig unter sich und zur ersten Axe vorausgesetzt worden sind, also eine unendlich grosse Menge von unter sich verschiedenen Stellungen annehmen können; darum wollen wir diese Unbestimmtheit noch dadurch beseitigen, dass wir zwar die x-Axe unseres Coordinatensystems parallel zur optischen Axe liegen, dessen z-Axe hingegen in die Hauptnormalebene des Krystalls hinein fallen lassen, dann liegen die x-Axe, die z-Axe und zugleich die Normale zur Oberfläche in der Hauptnormalebene des Krystalls; es sind also, wenn wir uns diese beiden Axen in das Innere des Krystalls hinein gerichtet denken, die Winkel a und c Complementswinkel, so dass cos. c $=$ sin. a und sin. c $=$ cos. a wird, und die y-Axe steht dann nothwendig senkrecht zu dieser Hauptnormalebene und bildet desswegen mit der Normale einen rechten Winkel, so dass jetzt cos. b $=$ o wird, und die Gleichungen (11) übergehen in:

$$(12.\mathrm{c})\left\{\begin{aligned} \eta_e &= \frac{v''^2}{v}\cos.\beta \quad \text{und} \\ \zeta_e \cos. a &= \xi_e \frac{v''^2}{v'^2}\sin. a - \frac{v''^2}{v}(\cos.\alpha \sin. a - \cos. a \cos.\gamma), \end{aligned}\right.$$

während die Gleichungen (12. a und b) unverändert dieselben bleiben.

Ehe wir weiter gehen, wollen wir bemerken, dass der Winkel a der ist, den die Normale zur Krystalloberfläche mit der optischen Axe bildet, und also zu den Coordinatenaxen in gar keinem Bezug mehr steht. Eben so lassen sich die 3 Grössen cos. $\alpha$, cos. $\beta$, cos. $\gamma$ von dem Coordinatensysteme auf folgende Weise völlig unabhängig machen. Stellen AX, AZ (Fig. 1) die von der Stelle A, in welcher der einfallende Strahl JA die Krystalloberfläche trifft, in den Krystall hinein laufenden beiden in der Hauptnormalebene liegenden Coordinatenaxen und AN die ebenfalls in den Krystall hinein laufende Normale zu dessen Oberfläche vor, und ist $A\mathfrak{J}$ die in den Krystall hinein verlängerte Richtung JA, in der das Licht auffällt, so bilden die 3 Richtungen AX, A𝔍 und AN ein sphärisches Dreieck, dessen eine Seite 𝔍AX der Winkel $\alpha$ ist, während dessen beide andere Seiten XAN und NA𝔍, welche die Winkel a und i sind, den aus der Einfallsebene 𝔍AN und der Hauptnormalebene NAX gebildeten Flächenwinkel einschliessen, den wir durch $\omega$ bezeichnen wollen, so dass man zufolge eines bekannten Satzes aus der sphärischen Trigonometrie hat:

$$\cos.\alpha = \cos.\mathrm{a}\cos.\mathrm{i} + \sin.\mathrm{a}\sin.\mathrm{i}\cos.\omega.$$

Ebenso bilden die 3 Richtungen A𝔍, AN und AZ ein sphärisches Dreieck, in welchem die Seite 𝔍AZ der Winkel $\gamma$ ist, während die beiden andern Seiten 𝔍AN und ZAN, welche die Winkel i und 90° — a sind, den aus der Einfallsebene 𝔍AN und der Hauptnormalebene ZAN, welche auf der andern Seite von AN liegt, als die eben zur Sprache gekommene XAN, gebildeten Flächenwinkel einschliessen, der mithin der Nebenwinkel von dem eben gehabten also 180° — $\omega$ ist, so dass man demselben Satze aus der sphärischen Trigonometrie zur Folge hat:

$$\cos.\gamma = \cos.\mathrm{i}\sin.\mathrm{a} - \sin.\mathrm{i}\cos.\mathrm{a}\cos.\omega.$$

Endlich bilden die Richtungen A𝔍 und AN mit der Richtung AY, welche senkrecht auf der Hauptnormalebene, sohin auch auf der in ihr liegenden Richtung AN steht, ein sphärisches Dreieck, in welchem die Seite 𝔍AY der Winkel $\beta$ ist, während die beiden andern Seiten YAN und NA𝔍, welche die Winkel 90° und i sind, den aus der Einfallsebene und aus der auf der Hauptnormalebene senkrechten Ebene gebildeten Flächenwinkel einschliessen, der also $90^0 - \omega$ oder $\omega - 90^0$ und dessen Cosinus mithin $\sin.\omega$ in jedem solchen Falle ist, wo YAN und 𝔍AN auf einerlei Seite von der Hauptnormalebene liegen; der aber $90^0 + \omega$ oder $360^0 - (90^0 + \omega)$, und dessen Cosinus dann jedesmal gleich $-\sin.\omega$ ist, wenn YAN und 𝔍AN auf entgegengesetzten Seiten von der Hauptnormalebene liegen. Aus diesem Grunde ist demselben Satze aus der sphärischen Trigonometrie gemäss:

$$\cos.\beta = \pm \sin.\mathrm{i}\,\sin.\omega,$$

wo das obere oder untere Vorzeichen zu nehmen ist, je nachdem die Richtungen AY und $A\mathfrak{Z}$ auf einerlei oder auf entgegengesetzten Seiten von der Hauptnormalebene liegen. Mittelst der so eben erhaltenen Werthe von $\cos.\alpha$ und $\cos.\gamma$ findet man, dass

$$\cos.\alpha\,\sin.\mathrm{a} - \cos.\mathrm{a}\,\cos.\gamma = \sin.\mathrm{i}\,\cos.\omega$$

und

$$\cos.\alpha - \cos.\mathrm{a}\,\cos.\mathrm{i} = \sin.\mathrm{a}\,\sin.\mathrm{i}\,\cos.\omega$$

ist, und nun gehen die Gleichungen (12. a und b) über in:

$$(13.\,\mathrm{a})\qquad v''^2\sin^2.\mathrm{a} + v'^2\cos^2.\mathrm{a} = \mathrm{m}^2$$

und

$$(13.\,\mathrm{b})\left\{\begin{array}{l} \xi_e = \frac{v''^2 v'^2}{v\mathrm{m}^2}\sin.\mathrm{a}\,\cos.\mathrm{a}\,\sin.\mathrm{i} \\ + \frac{v'^2}{v\mathrm{m}^2}\cos.\mathrm{a}\left[v^2\mathrm{m}^2 - v''^2\mathrm{m}^2\sin^2\mathrm{i}. + (v''^2 - v'^2)\sin^2.\mathrm{a}\cos^2.\omega\sin^2.\mathrm{i}\right]^{\frac{1}{2}} \end{array}\right.$$

während die Gleichungen (12. c) werden:

$$(13.\,\mathrm{c})\left\{\begin{array}{l} \eta_e = \pm \frac{v''^2}{v}\sin.\omega\,\sin.\mathrm{i} \\ \text{und} \\ \zeta_e\cos.\mathrm{a} = \xi_e\,\frac{v''^2}{v'^2}\sin.\mathrm{a} - \frac{v''^2}{v}\cos.\omega\,\sin.\mathrm{i}. \end{array}\right.$$

Nachdem mittelst dieser Gleichungen und derer (7) und (8) die Richtung und Geschwindigkeit des aussergewöhnlichen Strahls aufgefunden worden ist, lässt sich dasselbe auch für den gewöhnlichen Strahl ganz in der gleichen Weise thun. Dabei verwandelt sich die Gleichung des Ellipsoids in die Gleichung der Kugelfläche, welche die Wellenfläche für den gewöhnlichen Strahl hergibt und aus jener dadurch hervorgeht, dass man $v'' = v'$ setzt, alles Uebrige bleibt ganz das Gleiche; bezeichnet man daher durch $\xi_o$, $\eta_o$, $\zeta_o$ die Coordinaten der Stelle, an welcher der gewöhnliche Strahl die Kugelfläche durchbricht, so erhält man diese einfach aus denen $\xi_e$, $\eta_e$, $\zeta_e$ dadurch, dass man $v'$ an die Stelle von $v''$ setzt. Auf diesem Wege indessen würden sich unsere fernern Zwecke nicht ohne einige Weitläufigkeit erreichen lassen, und dies veranlasst uns, die bisher erhaltenen Resultate an einem neuen Coordinatensysteme darzustellen.

VII. Denkt man sich das Coordinatensystem der vorigen Ziffer, (dessen x- und z-Axe (Fig. 1) in der Hauptnormalebene lagen, und zwar so, dass die x-Axe parallel mit der optischen Axe des Krystalls lief, und dessen y-Axe senkrecht auf der Hauptnormalebene stand), um seine y-Axe gedreht, bis seine z-Axe in die Richtung AN der Normale zur Oberfläche des Krystalls gelangt ist und dann seine x-Axe nothwendig in der auf dieser Normale senkrechten Ebene, also in der Oberfläche der Krystallplatte liegt, wenn diese eben ist; und bezeichnen $x'$, $y'$, $z'$ die Coordinaten an diesem veränderten Coordinatensysteme von demselben Punkte, der an dem vorigen Coordinatensysteme die $x$, $y$, $z$ hatte, so ist nach den bekannten Gesetzen solcher Coordinatenänderungen:

$$x = x' \sin. a + z' \cos. a, \qquad y = y', \qquad z = z' \sin. a - x' \cos. a,$$

weil der Winkel, den die neuen x- und z-Axen mit den alten machen, 90° — a ist. Stellen $\xi'_e$, $\eta'_e$, $\zeta'_e$ die Coordinaten an dem so veränderten Systeme von dem Punkte vor, der an dem vorigen die $\xi_e$, $\eta_e$, $\zeta_e$ hatte, so ist aus dem gleichen Grunde:

$$\xi_e = \xi'_e \sin. a + \zeta'_e \cos. a, \qquad \eta_e = \eta'_e, \qquad \zeta_e = \zeta'_e \sin. a - \xi'_e \cos. a,$$

setzt man aber die hier für $\xi_e$, $\eta_e$, $\zeta_e$ gegebenen Werthe in die Gleichungen (13. c) der vorigen Ziffer, so werden diese mit Beibehaltung der daselbst befindlichen Bezeichnung (13. a):

$$\left.\begin{array}{l} \eta'_e = \pm \frac{v''^2}{v} \sin. \omega \sin. i \\ \text{und} \\ \xi'_e m^2 = \frac{v'^2 v''^2}{v} \sin. i \cos. \omega - \zeta'_e (v''^2 - v'^2) \sin. a \cos. a, \end{array}\right\} (1)$$

und die in voriger Ziffer erhaltene Gleichung (9) wird jetzt:

$$\frac{(\zeta'_e \cos.a + \xi'_e \sin.a)^2}{v'^2} + \frac{\eta'^2_e}{v''^2} + \frac{(\zeta'_e \sin.a - \xi'_e \cos.a)^2}{v''^2} = 1$$

und gibt, wenn man in sie für $\eta'_e$ und $\xi'_e$ ihre in (1) stehenden Werthe einsetzt, nach mehrern Reductionen unter Beiziehung der Gleichung (13. a) in voriger Ziffer:

$$(2) \qquad \zeta_e = m^2 - \frac{v''^2}{v^2} m^2 \sin^2.i + \frac{v''^2}{v^2}(v''^2 - v'^2)\sin^2.a \cos^2.\omega \sin^2.i.$$

Setzt man in diesen Gleichungen $v'' = v'$, so geben sie die Coordinaten des Punktes, wo der gewöhnliche Strahl seine Wellenfläche durchbricht, welche wir durch $\xi'_o$, $\eta'_o$, $\zeta'_o$ bezeichnen werden, so dass man hat:

$$(3) \left\{ \begin{array}{l} \eta'_o = \pm \frac{v'^2}{v} \sin.\omega \sin.i \,, \quad \xi'_o = \mp \frac{v'^2}{v} \cos.\omega \sin.i \\ \text{und} \\ \zeta'^2_o = v'^2 (1 - \frac{v'^2}{v^2} \sin^2.i). \end{array} \right.$$

In der ersten Gleichung (1) sowohl als (3) ist von dem doppelten Vorzeichen das obere oder untere zu nehmen, je nachdem $A\mathfrak{J}$ und $AY'$ auf einerlei oder auf verschiedenen Seiten von der Hauptnormalebene liegen.

Die in gegenwärtiger Ziffer gefundenen Gleichungen benützen wir nnn, um die Differenz der Phasen zu bestimmen, welche der aussergewöhnliche und der gewöhnliche Lichtstrahl nach ihrem Durchgange durch einen einaxigen Krystall mit ebenen und parallelen Oberflächen hindurch annehmen. Zu diesem Ende stelle MNPQ (Fig. 2) die Ansicht von einer derartigen Krystallplatte vor, auf welche der einem ebenen Wellenzuge angehörige Lichtstrahl JA fällt, dessen Richtung innerhalb der Platte die $A\mathfrak{J}$ ist, und dieser spalte sich im Innern der Platte in den gewöhnlichen Strahl AO und in den ungewöhnlichen AE; durch den Punkt E ziehe man die EA′ parallel mit OA und die A′J′ parallel mit AJ, so werden, wenn JA und J′A′ Strahlen eines ebenen Wellenzuges vorstellen, der aussergewöhnliche Theil AE des erstern und der gewöhnliche Theil A′E des andern bei E zusammentreffen und von hier aus mit einander in einer der $A\mathfrak{J}$ parallelen Richtung fortlaufen und es ist der Phasenunterschied der so mit einander fortlaufenden beiderlei Strahlen aufzusuchen. Legt man durch $A'$ senkrecht auf die Richtung des ebenen Wellenzuges eine Ebene, welche den Strahl $JA$ im Punkte $p$ schneidet, so befinden sich die beiden Strahlen $JA$ und $J'A'$ bei $p$ und $A'$ zur gleichen Zeit in einerlei Phase dem Begriff des ebenen Wellenzuges gemäss. Der eine auf aussergewöhnlichem Wege durch den Krystall dringende Theil legt von $p$ bis $A$ den Weg $pA$ in der Luft zurück und beschreibt auf dieser Strecke $\frac{pA}{v}$ Wellen, wenn $v$ die Wellenlänge in der Luft ist, ferner von $A$ bis $E$ $\frac{AE}{e}$ Wellenlängen, wenn $e$ die Wellenlänge des aussergewöhnlichen Lichtes in der Richtung $AE$ ist; der auf gewöhnlichem Wege durch den Krystall von $A'$ bis $E$ gehende Theil beschreibt auf dieser Strecke $\frac{A'E}{v'}$ oder $\frac{AO}{v'}$ Wellen, wenn $v'$ die Wellenlänge des gewöhnlichen Lichtes ist*). Nun ist aber $pA$ der Unterschied zwischen den senkrechten Projectionen der Strecken $A'E$ oder $AO$ und $AE$ auf die Richtung $A\mathfrak{J}$, also $AO\cos.\mathfrak{J}AO - AE\cos.\mathfrak{J}AE$ und deshalb der Phasenunterschied zwischen den auf ungewöhnlichem und auf gewöhnlichem Wege durch den Krystall hindurch gegangenen Lichtantheile

$$\frac{AO}{v'}\cos.\mathfrak{J}AO - \frac{AE}{v}\cos.\mathfrak{J}AE + \frac{AE}{e} - \frac{AO}{v'}.$$

Die Fig. 2, an der wir dieses Resultat erhalten haben, nimmt zwar an, dass der aussergewöhnliche Strahl stärker gebrochen wird, als der gewöhnliche, wie bei positiv einaxigen Krystallen geschieht; wenn aber auch der umgekehrte Fall bei negativ einaxigen Krystallen eintritt, wie in Fig. 3, so sind jetzt, wenn wir durch A senkrecht auf die Richtung des ebenen Wellenzuges eine Ebene legen, die den Strahl J'A' in p trifft, A und p Stellen gleicher Phase und der ungewöhnliche Strahl geht von A nach E und beschreibt auf diesem Wege $\frac{AE}{e}$ Wellen, der gewöhnliche Strahl dagegen kommt von p über A' nach E und legt den Weg pA' in der Luft, den A'E oder AO im Krystall auf gewöhnliche Weise zurück, $\frac{pA'}{v}$ nebst $\frac{AO}{v'}$ Wellenlängen beschreibend, und es ist hier $pA' = AE \cos. EA\mathfrak{J} - AO \cos. OA\mathfrak{J}$; mithin ist der Phasenunterschied zwischen dem auf ungewöhnlichem und dem auf gewöhnlichem Wege den Krystall durchlaufenden Lichte:

---

*) Es sind zwar $v$, $e$ und $v'$ nicht die Wellenlängen selber, aber doch ihnen proportional, deshalb können hier diese Wellenlängen durch jene Geschwindigkeiten vertreten werden, wenn man sich die Dicken der Platten in demselben Verhältniss abgeändert denkt. Bezeichnet nämlich $\tau$ die dem Lichte zum Durchlaufen einer Welle in irgend einer Richtung erforderliche Zeit, so sind $v\tau$, $v'\tau$, $e\tau$ die dabei zurückgelegten Wege.

$$\frac{AE}{e} - \frac{AO}{v'} - \frac{AE}{v} \cos. EA\mathfrak{J} + \frac{AO}{v} \cos. OA\mathfrak{J},$$

folglich genau der gleiche wie zuvor. Hieraus sieht man, dass der Phasenunterschied stets dasselbe Vorzeichen behält, der Krystall mag ein positiver oder negativer seyn; es ändert sich nur dann das Vorzeichen ab, wenn einmal die Anzahl der Wellen des gewöhnlichen Lichts von der des aussergewöhnlichen und ein andermal letztere von der erstern abgezogen wird.

Nun bildet die Richtung AE mit unsern jetzigen Coordinatenaxen Winkel, deren Cosinuse $\frac{\xi'_e}{e}$, $\frac{\eta'_e}{e}$, $\frac{\zeta_e}{e}$ sind, und die Richtung AO mit denselben Coordinatenaxen Winkel, deren Cosinuse $\frac{\xi'_o}{v'}$, $\frac{\eta'_o}{v'}$, $\frac{\zeta_o}{v'}$ sind, stellen daher noch $\alpha'$, $\beta'$, $\gamma'$ die Winkel vor, welche die Richtung A$\mathfrak{J}$ mit den gleichen Axen bildet, so ist

$$\cos. EA\mathfrak{J} = \frac{\xi'_e}{e} \cos. \alpha' + \frac{\eta'_e}{e} \cos. \beta' + \frac{\zeta_e}{e} \cos. \gamma'$$

und

$$\cos. OA\mathfrak{J} = \frac{\xi'_o}{v'} \cos. \alpha' + \frac{\eta'_o}{v'} \cos. \beta' + \frac{\zeta_o}{v'} \cos. \gamma'$$

also wird der gesuchte Phasenunterschied:

$$\frac{AE}{e}\left(1 - \frac{1}{v}(\xi'_e \cos.\alpha' + \eta'_e \cos.\beta' + \zeta'_e \cos.\gamma')\right)$$
$$- \frac{AO}{v'}\left(1 - \frac{1}{v}(\xi'_o \cos.\alpha' + \eta'_o \cos.\beta' + \zeta'_o \cos.\gamma')\right);$$

erwägt man aber, dass die in den Richtungen AE und AO liegenden Grössen e nnd $v'$ bezüglich mit den Coordinaten $\zeta'_e$ und $\zeta'_o$ rechtwinkliche Dreiecke bilden, welche denen ähnlich sind, die von den Längen AE und AO und den von den Punkten E und O auslaufenden Dicken der Platte gebildet werden, dass also, wenn wir diese Dicke mit T bezeichnen,

$$\zeta'_e : e = T : AE \text{ und } \zeta'_o : v' = T : AO$$

ist, woraus man findet:

$$\frac{AE}{e} = \frac{T}{\zeta'_e} \text{ und } \frac{AO}{v'} = \frac{T}{\zeta'_o},$$

so erhält man für den gesuchten Phasenunterschied:

$$\frac{T}{\zeta'_e}\left(1 - \frac{1}{v}(\xi'_e \cos.\alpha' + \eta'_e \cos.\beta' + \zeta'_e \cos.\gamma')\right)$$

$$- \frac{T}{\zeta'_o}\left(1 - \frac{1}{v}(\xi'_o \cos.\alpha' + \eta'_o \cos.\beta' + \zeta'_o \cos.\gamma')\right),$$

oder

$$\frac{T}{\zeta'_e}\left(1 - \frac{1}{v}(\xi'_e \cos.\alpha' + \eta'_e \cos.\beta')\right)$$

$$- \frac{T}{\zeta'_o}\left(1 - \frac{1}{v}(\xi'_o \cos.\alpha' + \eta'_o \cos.\beta')\right).$$

Setzt man in diesen Ausdruck für $\xi'_e$, $\eta'_e$, $\xi'_o$, $\eta'_o$ ihre aus den Gleichungen (1) und (3) dieser Ziffer entnommenen Werthe, so verwandelt er sich in:

$$\frac{T}{\zeta'_e}\left[1 - \frac{1}{v}\left(\frac{v'^2 v''^2}{\iota m^2} \sin.i \cos.\omega \cos.\alpha' \pm \frac{v''^2}{v} \sin.i \sin.\omega \cos.\beta'\right)\right]$$

$$+ \frac{T}{v}\left(\frac{v''^2 - v'^2}{m^2}\right) \sin.a \cos.a \cos.\alpha'$$

$$- \frac{T}{\zeta'_o}\left[1 - \frac{1}{v}\left(\frac{v'^2}{v} \cos.\omega \sin.i \cos.\alpha' \pm \frac{v'^2}{v} \sin.\omega \sin.i \cos.\beta'\right)\right]$$

wo von den doppelten Vorzeichen jedesmal das obere oder untere genommen werden muss, je nachdem die y-Axe mit der Richtuug $A\mathfrak{Z}$ auf einerlei oder auf verschiedener Seite von der Hauptnormalebene liegt.

Es lassen sich aber die Winkel $\alpha'$, $\beta'$ und $\gamma'$ ganz auf dieselbe Weise wie in voriger Ziffer die $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ in i und $\omega$ auswerthen, wo man dann findet:

$$\cos.\alpha' = \sin.\mathrm{i}\cos.\omega \quad , \quad \cos.\beta' = \pm\sin.\mathrm{i}\sin.\omega \quad , \quad \cos.\gamma' = \cos.\mathrm{i}$$

wobei wieder, wie bisher immer, von dem doppelten Vorzeichen das obere oder untere genommen werden muss, je nachdem die y-Axe und die Richtung $A\mathfrak{Z}$ auf einerlei oder auf verschiedener Seite von der Hauptnormalebene liegt. Mittelst dieser Werthe von $\cos.\alpha'$ und $\cos.\beta'$ liefert der vorstehende Ausdruck, wenn wir ihn durch $\Theta$ bezeichnen, die folgende Gleichung:

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} \Theta &= \frac{\mathrm{T}}{\zeta'_e}\left(1 - \frac{v'^2 v''^2}{v^2\mathrm{m}^2}\sin^2.\mathrm{i}\cos^2.\omega - \frac{v''^2}{v^2}\sin^2.\mathrm{i}\sin^2.\omega\right) \\ &+ \mathrm{T}\frac{v''^2 - v'^2}{v\mathrm{m}^2}\sin.\mathrm{a}\cos.\mathrm{a}\sin.\mathrm{i}\cos.\omega - \frac{\mathrm{T}}{\zeta'_o}\left(1 - \frac{v''^2}{v^2}\sin^2.\mathrm{i}\right), \end{aligned}\right.$$

in welcher jetzt die doppelten Vorzeichen wieder verschwunden sind.

Um diese noch streng richtige Gleichung in eine für die verschiedenen Anwendungen bequemere Form zu bringen, beachte man, dass die in laufender Ziffer enthaltene Gleichung (2) bis auf vierte Potenzen von sin. i genau gibt:

$$\frac{1}{\zeta'_e} = \frac{1}{\mathrm{m}} + \frac{1}{2}\left(\frac{v''^2}{v^2\mathrm{m}} - \frac{v'^2(v''^2 - v'^2)}{v^2\mathrm{m}^3}\sin^2.\mathrm{a}\cos^2.\omega\right)\sin^2.\mathrm{i},$$

oder, wenn man berücksichtigt, dass

$$\mathrm{m}^2 = v''^2\sin^2.\mathrm{a} + v'^2\cos^2.\mathrm{a} = (v''^2 - v'^2)\sin^2.\mathrm{a} + v'^2$$

ist und also

$$(v''^2 - v'^2)\sin^2.a = m^2 - v'^2$$

ist:

$$\frac{1}{\zeta_e} = \frac{1}{m} + \tfrac{1}{2}\sin^2.i\left(\frac{v''^2}{v^2 m}\sin^2.\omega + \frac{v''^2 v'^2}{v^2 m^3}\cos^2.\omega\right).$$

Ebenso gibt die dritte der Gleichungen (3) bis auf vierte Potenzen von sin. i genau:

$$\frac{1}{\zeta_o} = \frac{1}{v'} + \tfrac{1}{2}\frac{v'}{v^2}\sin^2.i,$$

und mittelst dieser beiden für $\frac{1}{\zeta_e}$ und $\frac{1}{\zeta_o}$ erhaltenen Werthe verwandelt sich die Gleichung (4) bis auf vierte Potenzen von sin.i genau in:

$$\Theta = T\left[\frac{1}{m} - \frac{1}{v'} + \frac{v''^2 - v'^2}{v\, m^2}\sin.a\cos.a\sin.i\cos.\omega + \frac{1}{2}\sin^2.i\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v''^2}{v^2 m}\sin^2.\omega - \frac{v'^2 v''^2}{v^4 m^3}\cos^2.\omega\right)\right], \tag{5}$$

in der jedoch der letzten Note gemäss T in Verhältniss von 1: $\tau$ vergrössert, d. h. in den Wellenlängen des Lichts in der Luft gemessen gedacht werden muss. Wir wollen nun diese ganz allgemeine Gleichung auf einige besondere Fälle in Anwendung bringen.

1) Setzen wir *erstlich*, um die allgemeinen Gleichungen (1), (2) und (5) auf besondere Fälle anzuwenden, a = o, wo dann sin. a = o und cos. a = 1, somit m = $v'$ wird, so finden wir aus ihnen:

$$\left.\begin{aligned} &\xi'_e = \frac{v''^2}{v}\sin.i\cos.\omega\ ,\ \eta'_e = \pm\frac{v''^2}{v}\sin.\omega\sin.i\ ,\\ &\zeta_e = v'\left(1 - \frac{v''^2}{v^2}\sin^2.i\right)^{\frac{1}{2}}\\ &\text{und}\\ &\Theta = T.\tfrac{1}{2}\sin^2.i\,\frac{v'^2 - v''^2}{v^2 v'} \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

woraus sich die, auf Luft reducirte Differenz der Wege zwischen dem aussergewöhnlichen und dem gewöhnlichen Strahle ganz eben so ergibt, wie sie von Airy in dessen Mathematical-Tracts für senkrecht auf die optische Axe geschnittene Platten gefunden worden ist (3. Aufl. pag. 360.)

2) Setzen wir *zweitens* $a = 90^\circ$, wo dann $\cos.a = 0$ und $\sin.a = 1$, folglich $m^2 = v''^2$ wird, was auf parallel mit der optischen Axe geschnittene Platten seine Anwendung findet, so werden in Bezug auf solche Platten die Gleichungen (1) und (2):

$$(7)\left\{\begin{array}{l} \xi'_e = \frac{v'^2}{v}\sin.i\cos.\omega, \quad \eta'_e = \pm\frac{v''^2}{v}\sin.i\sin.\omega, \\ \zeta'^2_e = v''^2\left(1 - \sin^2.i\left(\frac{v''^2}{v^2}\sin^2.\omega + \frac{v'^2}{v^2}\cos^2.\omega\right)\right) \\ \text{während die Gleichung (5) liefert:} \\ \Theta = T\left[\frac{1}{v''} - \frac{1}{v'} + \frac{1}{2}\sin^2.i\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v''}{v^2}\sin^2.\omega - \frac{v'^2}{v^2v''}\cos^2.\omega\right)\right], \end{array}\right.$$

welche Formeln mit den von J. Müller in Poggendorff's Annalen (XXXIII. p. 288 und 291) angegebenen, bis auf den Umstand übereinstimmen, dass dort in $\Theta$ das mit $\sin^2.i$ behaftete Glied das dreifache von dem hier gegeben ist, ausserdem haben die übrigen in $\Theta$ enthaltenen Glieder die umgekehrten Vorzeichen der hier stehenden.

3) Setzen wir *drittens* $a = 45^\circ$, welcher Fall bei Platten eintritt, deren Oberflächen einen Winkel von 45° mit der optischen Axe machen, so wird in diesem Falle $\sin^2.a = \cos^2.a = \frac{1}{2}$, und in Folge dieser Werthe ergibt sich $m^2 = \frac{v''^2 + v'^2}{2}$, wesshalb die Gleichungen (1) und (2) liefern:

$$(8)\left\{\begin{array}{l} \eta'_e = \pm\frac{v''^2}{v}\sin.\omega\sin.i, \\ \xi'_e = \frac{v'^2v''^2}{v\frac{v'^2+v''^2}{2}}\cos.\omega\sin.i - \frac{v''^2 - v'^2}{\frac{v'^2+v''^2}{2}}\zeta'_e\sin.a\cos.a \\ \text{und} \\ \zeta'_e = \left(\frac{v'^2+v''^2}{2} - \frac{v'^2+v''^2}{2}\cdot\frac{v''^2}{v^2}\sin^2.i \right. \\ \left. \quad + \frac{1}{2}(v''^2 - v'^2)\frac{v''^2}{v^2}\cos^2.\omega\sin^2.i\right)^{\frac{1}{2}}, \end{array}\right.$$

in denen $\sin.a\cos.a = \frac{1}{2}$ ist. Die Gleichung (5) hingegen gibt im gegenwärtigen Falle:

$$\Theta = T\Bigg[\frac{1}{\sqrt{\frac{v'^2+v''^2}{2}}} - \frac{1}{v'} + \frac{v''^2-v'^2}{v\,\frac{v'^2+v''^2}{2}}\,\text{sin.}\,a\,\text{cos.}\,a\,\text{cos.}\,\omega\,\text{sin.}\,i \qquad (9)$$

$$+\tfrac{1}{2}\,\text{sin}^2.\,i\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v''^2}{v^2\left(\frac{v'^2+v''^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}\,\text{sin}^2.\omega - \frac{v'^2v''^2}{v^2\left(\frac{v'^2+v''^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}}\,\text{cos}^2.\omega\right)\Bigg],$$

in der man ebenfalls $\text{sin.}\,a\,\text{cos.}\,a = \frac{1}{2}$ zu setzen hat. Vergleicht man diese Formeln mit denen von J. Müller für den gleichen Fall (Poggendorffs Annalen XXXV. pag. 102 und 104) angegebenen, so überzeugt man sich, dass diese sämmtlich mit den unsrigen in der Hauptsache übereinstimmen, wenn man bedenkt, dass unser $\zeta_e$ auch in der Form

$$\zeta_e = \left[\frac{v'^2+v''^2}{2} - \text{sin}^2.\,i\left(\frac{v'^2+v''^2}{2}\,\frac{v''^2}{v^2}\,\text{sin}^2.\,\omega + \frac{v'^2v''^2}{v^2}\,\text{cos}^2.\,\omega\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

gegeben werden kann und dass Müller schon die zweiten Potenzen von sin. i vernachlässigt hat. Das erste Glied von $\xi_e$ in (8) hat Müller nur halb so gross als wir, und von dem letzten Gliede des für $\zeta_e^2$ aufgestellten Ausdrucks hat Müller nur den vierten Theil, ausserdem ist alles gleich.*)

---

*) Ich habe hier Anzeige gemacht von allen den Abweichungen, auf die ich gestossen bin, weil unsere Literatur in diesem Felde noch wenig Controlle aufzuweisen hat, und Fehler in den Formeln Ursache von viel unnützem Zeitverlust werden können, wovon ich selber ein Zeuge bin, wie ich später noch berichten werde. Ich bin in meinem Leben nie auf eine Rechnung gestossen, die, auf gleich einfachen Grundlagen ruhend wie diese, so viele Quellen zu Irrungen in sich birgt. Auch würde ich noch in diesem Augenblicke den von mir erhaltenen Resultaten kein volles Zutrauen schenken, hätte ich nicht das Glück gehabt, von einem meiner eifrigsten Zuhörer, Herr Jacob Pfeiffer aus Fürth, in der Art unterstützt zu werden, dass derselbe die ganze Rechnung auf mein Ersuchen selbstständig durchführte und zugleich noch so lange revidirte, bis wir beide, unabhängig von einander, in keinem Puncte mehr abweichende Ergebnisse fanden.

In der Folge werden wir die Gleichung (5) zur Abkürzung stets so schreiben:

$$(10.\ a)\qquad \Theta.\frac{v}{T} = C + D\sin.i\cos.\omega$$
$$+ B\sin^2.i\sin^2.\omega + A\sin^2.i\cos^2.\omega$$

indem wir setzen:

$$(10.\ b)\left\{\begin{array}{l} \frac{v}{m} - \frac{v}{v'} = C,\quad \frac{1}{2}\frac{v''^2 - v'^2}{m^2}\sin.2a = D, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{v'}{v} - \frac{v''^2}{vm}\right) = B,\ \frac{1}{2}\left(\frac{v'}{v} - \frac{v'^2v''^2}{vm^3}\right) = A, \end{array}\right.$$

wobei es eine besondere Beachtung verdient, dass die Grössen C, D, B, A blos von dem Verhältniss derer $v$, $v'$, $v''$ zu einander und keineswegs von den absoluten Werthen dieser Geschwindigkeiten abhängig sind, wie man sogleich gewahr wird, wenn man sich erinnert, dass man hat:

$$m^2 = v''^2\sin^2.a + v'^2\cos^2.a.$$

Es ist allerdings wahr, dass in den Gleichungen (5) bis (9) die vierten und höhern Potenzen von sin.i vernachlässigt worden sind, wesshalb diese nicht mehr volle Genauigkeit geben können; allein bedenkt man, dass bei den Versuchen mit solchen Platten kaum je ein Gesichtsfeld von 10 Graden vorhanden ist, dass also bei ihnen sin.i noch bedeutend kleiner als 0, 1, so überzeugt man sich, dass $\sin^4.i$ den Werth 0,0001 noch lange nicht erreicht und das Glied, worin $\sin^4.i$ vorkommt, keinen irgend wie in die Sinne fallenden Einfluss auf die aus unsern Gleichungen hervorgehenden Erscheinungen ausüben kann, auf so lange wenigstens, als nicht der Coefficient von $\sin^4.i$ die von $\sin^2.i$ und sin.i mehrfach übertrifft.

VIII. Obgleich das durch Platten eines einaxigen Krystalls hindurch gegangene gewöhnliche und aussergewöhnliche Licht, nachdem es wieder in die Luft getreten ist, in parallelen Richtungen fortläuft und im Allgemeinen wenigstens, wie unsere Rechnung zeigt, einen Phasenunterschied von bestimmter Grösse annimmt, sohin zwei von den zur Interferenz des Lichtes erforderlichen Bedingungen in sich trägt, so kann es doch Interferenzerscheinungen noch nicht zu Stande bringen, weil die Schwingungsrichtungen der beiderlei Lichtportionen auf einander senkrecht stehen (vergl. III.); es sei denn, dass man beide Lichtbündel dahin bringe, dass sie ihre Schwingungen in derselben Richtung vollführen. Dieser Zweck wird dadurch erreicht, dass man alles Licht sowohl vor seinem Eintritt in die Krystallsplatte, als auch nach seinem Austritte aus derselben polarisirt, d. h. unter Umstände versetzt, wobei es alle seine Schwingungen in einer und derselben Richtung auszuführen gezwungen wird; hierbei werden wir die Vorkehrung, wodurch es vor seinem Eintritt in die Platte polarisirt wird, das *vordere* Polarisationsmittel, hingegen die Vorkehrung, wodurch es nach seinem Austritt aus der Platte auf's Neue polarisirt wird, das *hintere* Polarisationsmittel nennen. Wir werden nun die unter solchen Umständen stattfindenden Hergänge möglichst genau zu bestimmen suchen.

Ist das auf den Krystall einfallende Licht polarisirt, und denkt man sich durch dessen Schwingungsrichtung eine Ebene senkrecht auf den Hauptschnitt des Krystalls gelegt, so lässt sich eine in der Schwingungsrichtung vor sich gehende Bewegung jedesmal zerlegen in eine, welche längs des Durchschnitts dieser Ebene mit dem Hauptschnitt geschieht und das liefert, was man den aussergewöhnlichen Theil des Lichts zu nennen pflegt, und in eine zweite, welche in derselben, durch die Schwingungsrichtung senkrecht zum Hauptschnitt gelegten Ebene geschieht, aber senkrecht zu dem eben genannten Durchschnitt ist, und daher auch senkrecht zum Hauptschnitt des Krystalls, welche letztere Bewegung den sogenannten gewöhnlichen Theil des Lichts liefert. Stellen nun (Fig. 4) $AP_1$, $AH$, $AP_2$ aneinander hängende Ebenen vor, und zwar $AH$ den einem bestimmten einfallenden Lichtstrahle entsprechenden Hauptschnitt, $AP_1$ die vordere, $AP_2$ die hintere Polarisationsebene, welche vom Hauptschnitt in den Richtungen $AD_1$ und $AD_2$ durchschnitten werden, und sind AS, $AR_1$ und $AR_2$ bezüglich die auf diesen Ebenen senkrechten Richtungen, wobei wir voraussetzen, dass alle drei in den hohlen Winkel zwischen den beiden Polarisationsebenen hinein laufen; stellt ferner $a \sin. 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}\right)$ die Schwingungsweise des auf die Platte vom vordern Polarisationsmittel gelangenden Lichts längs der Richtung $AR_1$ vor, und $\varphi_1$ den Winkel, welchen die Richtungen $AR_1$ und AS mit einander machen und der kein anderer ist als der Aussenwinkel der Ebenen $AP_1$ und AH in unserer Figur, so ist

$$(1.\ a) \qquad a \cos. \varphi_1 \sin. 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

offenbar der Antheil des im Krystall sich bildenden gewöhnlichen Lichts, und legt man durch $AR_1$ und AS eine Ebene, welche die Ebenen $AP_1$ und AH in den Richtungen $AP'_1$ und AH′ schneidet, so ist

$$(1.\ b) \qquad a \cos. \varphi'_1 \sin. 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

der an der Vorderfläche der Krystallplatte hervortretende Antheil von aussergewöhnlichem Lichte, wenn $\varphi'_1$ den Winkel bezeichnet, welchen die Richtung AH′ mit der $AR_1$ macht. Diese zwei Lichtantheile setzen ihre Bewegung im Krystall mit ungleichen Geschwindigkeiten fort, weshalb die Phasen beider auseinander gehen, und es lässt sich dieser Phasenunterschied mittelst der in Ziffer VII. gefundenen Gleichung (5) für jegliche Tiefe erhalten, bis zu welcher das Licht in den Krystall eingedrungen ist. Bezeichnet auch hier wieder $\Theta$ den Phasenunterschied, um den die Bewegungsweise im aussergewöhnlichen Lichte der im gewöhnlichen an der hintern Fläche der Krystallplatte zuvor gekommen ist, so kann man an dieser zweiten Fläche die Bewegungsweise des gewöhnlichen Lichts, welche längs AS vor sich geht, durch

$$(2.\ a) \qquad a \cos. \varphi_1 \sin. 2\pi \frac{vt-x}{\lambda}$$

und die des aussergewöhnlichen Lichts, welches längs AH′ schwingt, durch

$$a \cos.\varphi'_1 \sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right) \tag{2. b}$$

darstellen, weil man im erstern die Phase nach Belieben nehmen kann, da diess blos einer Fixirung der, beiden Lichtantheilen gemeinschaftlichen Distanzebene gleich kommt.

Der Winkel $\varphi'_1$ oder $H'AR_1$ lässt sich durch den $\varphi_1$ ersetzen. Weil nämlich die durch $AR_1$ und $AS$ gelegte Ebene, welche die vordere Polarisationsebene in der Richtung $AP'_1$ und den Hauptschnitt der Platte in der $AH'$ schneidet, sowohl senkrecht auf der vordern Polarisationsebene, als auch auf dem Hauptschnitt steht, somit auch senkrecht auf dem Durchschnitt dieser zwei letzten Ebenen, so bilden die Richtungen $AH'$ und $AP'_1$ den Neigungswinkel zwischen der vordern Polarisationsebene und dem Hauptschnitt; es ist also $H'AP'_1 = 180^0 - \varphi_1$, wenn man sich unter den Richtungen $AH'$ und $AP'_1$ die denkt, auf welche man von $AS$ und $AR_1$ aus über den Winkel $SAR_1$ weg zuerst stösst. Bei der gleichen Annahme ist aber der Winkel $H'AR_1$ oder $\varphi'_1$ entweder $90^0 - \varphi_1$ oder $\varphi_1 - 90^0$ und man hat daher in jedem Falle

$$\cos.\varphi'_1 = \sin.\varphi_1, \tag{3. a}$$

so dass man die Ausdrücke (2. a) und (2. b) auch so schreiben kann:

$$a \cos.\varphi_1, \sin.2\pi\frac{vt-x}{\lambda} \tag{3. b}$$

längs $AS$ schwingend, und

$$a \sin.\varphi_1 \sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right) \tag{3. c}$$

längs $AH'$ schwingend.

Der längs der Richtung $AS$ schwingende Antheil (3. b) gelangt nach seinem Austritt aus der Platte an das hintere Polarisationsmittel, dessen Polarisationsebene $AP_2$ ist, so wie $AR_2$ die Normale zu letzterer Ebene, und wird hier wieder in zwei Antheile zerlegt, von denen der eine seine Schwingungen längs $AR_2$ vollbringt und von dem Polarisationsmittel aus ins Auge gelangt; der andere hingegen vollbringt seine Schwingungen längs der Polarisationsebene $AP_2$ und geht im Polarisationsmittel verloren. Der erstere wirksame Antheil nun hat die Schwingungsweise

$$a \cos. \varphi_1 \cos. \varphi_2 \sin. 2\pi \frac{vt - x}{\lambda} \tag{4. a}$$

längs der Richtung $AR_2$, wenn $\varphi_2$ den Winkel $SAR_2$ bezeichnet, welcher Winkel kein anderer ist, als der Aussenwinkel der Ebenen $AH$ und $AP_2$ in unserer Figur. Der in der Richtung $AH'$ schwingende Antheil (3. c) gelangt ebenfalls an das hintere Polarisationsmittel und wird hier ebenfalls in zwei Antheile zerlegt, von denen der eine seine Schwingungen längs $AR_2$ vollbringt und in's Auge kommt, der andere längs $AP_2$ und hier untergeht. Der erste wirksame von diesen beiden Antheilen hat die Schwingungsweise

$$a \sin. \varphi_1 \cos. \varphi'_2 \sin. 2\pi \left(\frac{vt - x}{\lambda} + \Theta\right) \tag{4. b}$$

längs der Richtung $AR_2$, wenn $\varphi'_2$ den Winkel bezeichnet, den die Richtung $AH'$ mit der $AR_2$ bildet.

Der Winkel $H'AR_2$ oder $\varphi'_2$ lässt sich auf den $\varphi_2$ zurückführen. Da nämlich eine durch $AR_2$ und $AS$ gelegte Ebene, welche die hintere Polarisationsebene und den Hauptschnitt in den Richtungen $AP'_2$ und $AH''$ schneidet auf den beiden eben genannten Ebenen senkrecht steht, somit auch senkrecht auf deren Durchschnittslinie, so liefern die Richtungen $AP'_2$ und $AH''$ den Neigungswinkel zwischen der hintern Polarisationsebene und dem Hauptschnitt und es ist $H''AP'_2 = 180^0 - \varphi_2$, wenn man sich unter den Richtungen $AH''$ und $AP'_2$ die denkt, auf welche man von $AS$ und $AR_2$ aus über den Winkel $SAR_2$ weg zuerst stösst. Bei der gleichen Annahme wird aber auch $H''AR_2$ entweder $90^0 - \varphi$ oder $\varphi_2 - 90^0$, so dass in jedem Falle

$$\cos. H''AR_2 = \sin. \varphi_2 \tag{5. a}$$

ist; fasst man daher das aus den Richtungen $AH'$ $AH''$ und $AR_2$ gebildete sphärische Dreieck in's Auge, in welchem $H'AR_2 = \varphi'_2$, $H''AR_2 = 90^0 - \varphi_2$ oder $\varphi_2 - 90^0$ ist, und der Seite $\varphi'_2$ steht ein rechter Flächenwinkel gegenüber, weil die Ebene $H''AR_2$ durch $AS$ hindurch geht und deswegen senkrecht auf der im Hauptschnitt liegenden Ebene $H'AH''$ steht, so gibt die sphärische Trigonometrie, wenn die Seite $H'AH''$ durch $\chi$ bezeichnet wird, die folgende Relation an die Hand:

$$\cos.\varphi'_2 = \cos.\chi \sin.\varphi_2, \qquad (5.\ b)$$

und hierdurch nehmen die Antheile (4. a) und (4. b) die folgende Gestalt an:

$$a \cos.\varphi_1 \cos\varphi_2 \sin.2\pi\frac{vt - x}{\lambda} \qquad (5.\ c)$$

und

$$a \sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos.\chi \sin.2\pi\left(\frac{vt - x}{\lambda} + \Theta\right) \qquad (5.\ d)$$

beide ihre Schwingungen längs $AR_2$ vollführend. In Betreff des Winkels $\chi$ ist zu bemerken, dass er der Neigungswinkel zwischen den Ebenen $R_1AS$ und $R_2AS$ ist, weil beide auf dem Hauptschnitt senkrecht stehen und diesen in den Richtungen $AH'$ und $AH''$ schneiden, und da die Ebenen $R_1AS$ und $R_2AS$ zugleich auch auf den Durchschnittslinien $AD_1$ und $AD_2$, welche die beiden Polarisationsebenen mit dem Hauptschnitt liefern, senkrecht stehen, so folgt, dass durch den Winkel $\chi$ auch der $D_1AD_2$ gegeben ist, den diese Durchschnittslinien unter sich einschliessen, und umgekehrt.

Da die zuletzt erhaltenen Lichtantheile (5. c) und (5. d) beide ihre Schwingungen längs derselben Geraden $AR_2$ vollbringen und den Phasenunterschied $\Theta$ in sich tragen, so setzen sich dieselben auf die in Ziffer V. angezeigte Art durch Interferenz zu einem einzigen Wellenzug zusammen, dessen Lichtstärke nach Anleitung der dort erhaltenen Gleichung $a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos.2\pi(\delta_1 - \delta_2)$ gefunden wird. So gelangt man zu der Gleichung:

$$\mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2 [\cos^2.\varphi_1 \cos^2.\varphi_2 + \sin^2.\varphi_1 \sin^2.\varphi_2 \cos^2.\chi + 2 \sin.\varphi_1 \cos.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos.\varphi_2 \cos.\chi \cos.2\pi\Theta],$$

in welcher $\mathrm{A}^2$ diese Lichtstärke bezeichnet, und die sich zunächst in die andere Form überführen lässt:

$$\mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2 [(\cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2 + \sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos.\chi)^2 - \sin.2\varphi_1 \sin.2\varphi_2 \cos.\chi \sin^2.\pi\Theta], \tag{6. a}$$

zuletzt aber dadurch, dass man $\cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2 + \sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos.\chi = \cos.A$ setzt, wird:

$$\mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2 (\cos^2.A - \sin.2\varphi_1 \sin.2\varphi_2 \cos.\chi \sin^2.\pi\Theta). \tag{6. b}$$

Um die Bedeutung des Winkels $A$ in dieser letzten Gleichung völlig klar aufzufassen, gehen wir von dem aus den drei Richtungen $\mathrm{AD}_1$, $\mathrm{AD}_2$ und $\mathrm{AP}_0$ (Fig. 4) gebildeten sphärischen Dreieck aus, in welchem die Seiten $\mathrm{D}_1\mathrm{AP}_0$ und $\mathrm{D}_2\mathrm{AP}_0$ mit dem Hauptschnitt $\mathrm{D}_1\mathrm{AD}_2$ die Winkel $\varphi_1$ und $\varphi_2$ bilden, weil diese Winkel den frühern Bestimmungen gemäss die Aussenwinkel derjenigen sind, welche die beiden Polarisationsebenen mit dem Hauptschnitt in unserer Figur machen; bezeichnen wir daher die Seite $\mathrm{D}_1\mathrm{AD}_2$ mit $\chi$ und den aus den Seiten $\mathrm{D}_1\mathrm{AP}_0$ und $\mathrm{D}_2\mathrm{AP}_0$ gebildeten Flächenwinkel in dem gleichen Dreikant mit $A$, so gibt die sphärische Trigonometrie folgende Relation zwischen diesen Stücken an die Hand:

$$\cos.A = \sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos.\chi - \cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2 .$$

Gehen wir nun von diesem Dreikant zu dem über, welches aus ihm durch Verlängerung von einer der Richtungen $\mathrm{AD}_1$ oder $\mathrm{AD}_2$ nach der entgegengesetzten Seite hin hervorgeht, so bleiben in diesem Nebendreikant die Winkel $\varphi_1$ und $\varphi_2$ die gleichen, aber an die Stelle der Winkel $\chi$ und $A$ treten in ihm die $180^0 - \chi$ und $180^0 - A$. Setzt man nun in die vorstehende Gleichung diese letztern Winkel an die Stelle derer $\chi$ und $A$, so wird sie:

$$\cos. A = \sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos.\chi + \cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2 ,$$

und gibt damit zu verstehen, dass $A$ in der Gleichung (6. b) den Winkel bedeutet, der in diesem Nebendreikant dem Hauptschnitt gegenüber liegt, den Aussenwinkel nämlich der beiden Polarisationsebenen in unserer Figur. Man kann immer die Figur auch so einrichten, dass statt eines der Winkel $\varphi_1$ und $\varphi_2$ sein Nebenwinkel und zugleich auch statt $\chi$ dessen Nebenwinkel in ihr auftritt, dann wird

$$\cos. A = \sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos.\chi + \cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2 ,$$

es geht also selbst mittelst dieser neuen Winkel die Gleichung (6. a) doch noch in die (6. b) über. Hieraus folgt, dass man sich $\chi$ in der Gleichung (6. b) immer als spitzen Winkel denken darf. Uebrigens will ich hier bemerken, dass diese Darstellungsweise einige Härten hat und nur deswegen gewählt worden ist, weil sie von den Optikern am öftesten gebraucht wurde. In der zweiten Hälfte dieser Abhandlung werde ich eine andere mittheilen, die von derlei Uebelständen völlig frei ist.

So einfach die zuletzt erhaltene Gleichung auch ist, so besitzen doch die in ihr auftretenden Winkel $\varphi_1$, $\varphi_2$ und $\chi$ einen zu geringen Grad der Anschaulichkeit, als dass wir nicht wünschen müssen, sie durch andere minder wechselnde zu ersetzen. Indem wir jetzt die zu diesem Zwecke erforderlichen allgemeinen Formeln aufstellen, machen wir an den Apparat, womit die in den Krystallplatten entstehenden Interferenzerscheinungen beobachtet werden, mehr der grössern Bestimmtheit halber als aus Gründen der Einfachheit, die Anforderung, dass die beiden Polarisationsebenen bei jeder Lage, die ihnen gegeben werden mag, stets eine senkrechte Stellung zur Oberfläche der Krystallplatte behalten, eine Anforderung, die von dem solche Apparate anfertigenden Künstler immer leicht eingehalten werden kann, weil sie damit übereinkommt, dass die Polarisationsebenen in allen ihren Lagen der Axe des Instruments stets parallel bleiben, was der Fall ist, wenn sie um diese

Axe selber drehbar eingerichtet werden. Stellt nun (Fig. 5.) MM die Oberfläche der Krystallplatte, M′M′ den Hauptschnitt vor, welcher zu dem nach hinten verlängerten Lichtstrahl $A\mathfrak{J}$ gehört und in welchem die optische Axe AX der Krystallplatte liegt; stellt ferner AY die Richtung vor, in welcher die durch AX und durch die nach hinten gerichtete Normale AN gelegte Hauptnormalebene die Oberfläche der Krystallplatte schneidet, welche Richtung jene feste ist, an die sich das oben von uns benutzte Polarcoordinatensystem anknüpft, und $A\mathfrak{J}'$ die Richtung, in welcher die Krystalloberfläche von der durch $A\mathfrak{J}$ und AN gelegten Einfallsebene geschnitten wird, so dass $YA\mathfrak{J}'$ das Azimuth der Einfallsebene zur Hauptnormalebene vorstellt, welcher Winkel hier wieder, wie schon oben immer, durch den Buchstaben $\omega$ bezeichnet wird; stellen endlich AH′ und AO′ die Richtungen vor, in welchen der Hauptschnitt und die Oberfläche der Platte von der vordern Polarisationsebene durchschnitten werden, und bezeichnen AH″ und AO″ dasselbe in Bezug auf die hintere Polarisationsebene, so dass der eben getroffenen Einrichtung unsers Apparats gemäss, weil beide Polarisationsebenen, somit auch deren Durchschnittslinie stets senkrecht auf der Oberfläche der Platte stehen bleiben, O′AO″ der Neigungswinkel zwischen diesen beiden Polarisationsebenen ist, dessen Aussenwinkel so eben durch $A$ bezeichnet worden ist. Diesem nach sind O′AY und O″AY die Azimuthe der vordern und hintern Polarisationsebene zur Hauptnormalebene, welche Winkel wir durch $\omega_1$ und $\omega_2$ bezeichnen wollen, so dass man hat:

(7. a) $$\omega_2 - \omega_1 = 180^0 - A$$

und eben so, wenn wir noch die Winkel H′AZ und H″AZ, welche die beiden Richtungen AH′ und AH″ mit der Durchschnittslinie AZ der Ebenen MM und M′M′ machen, durch $\varepsilon_1$ und $\varepsilon_2$ bezeichnen, erhält man noch:

(7. b) $$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \chi;$$

fassen wir jetzt das aus den Richtungen $A\mathfrak{J}$, AX und AN gebildete sphärische Dreieck in's Auge, in welchem die Seite $NA\mathfrak{Z}$ der Einfallswinkel des in Betrachtung genommenen Lichtstrahls ist, welchen Winkel wir, wie früher immer, durch i bezeichnen werden, die Seite $NAX$ der Winkel, den die Normale zur Platte mit der optischen Axe bildet, und der wie schon oben a heissen mag. Der Flächenwinkel dieses Dreiecks, den die Ebenen $NA\mathfrak{Z}$ und $NAX$, welche die Plattenoberfläche in den Richtungen $A\mathfrak{Z}'$ und $AY$ schneiden, mit einander machen, ist kein anderer als der $\mathfrak{Z}'AY$ oder $\omega$, weil der Durchschnitt $AN$ dieser beiden Ebenen senkrecht auf der genannten Oberfläche steht und also $\mathfrak{Z}'AY$ der Neigungswinkel zwischen jenen Ebenen ist; nennt man daher den Winkel, den die Hauptnormalebene $NAX$ mit dem Hauptschnitt $\mathfrak{Z}AX$ macht, $\psi$, so gibt die sphärische Trigonometrie sogleich die nachstehende Gleichung an die Hand:

$$\cot.\psi \sin.\omega + \cos.\omega \cos. a = \sin. a \cot. i. \qquad (7.\ c)$$

Legt man in demselben sphärischen Dreieck durch die Normale $AN$ eine Ebene senkrecht auf den Hauptschnitt $\mathfrak{Z}AX$, welche diesen in $AG$ schneidet, so ist $NAG$ der Neigungswinkel der Normale $AN$ zum Hauptschnitt $\mathfrak{Z}AX$ und also das Complement des Winkels, den die auf $AN$ senkrechte Oberfläche der Platte mit dem Hauptschnitt macht, und der $\psi'$ heissen soll. Das aus den Richtungen $AG$, $AN$ und $AX$ gebildete sphärische Dreieck, welches ein rechtwinkliges ist, weil $GAN$ senkrecht auf $GAX$ gelegt worden ist, hat zur einen Cathede $GAN$ oder $90^0 - \psi'$ und dieser steht der Winkel $\psi$ gegenüber, während seine Hypotenusenseite a ist; es ist daher:

$$\cos.\psi' = \sin. a \sin.\psi. \qquad (7.\ d)$$

In dem aus den Richtungen $AY$, $AX$ und $AZ$ gebildeten sphärischen Dreieck steht die durch die Normale $AN$ hindurchgehende Seite $YAX$ senkrecht auf der in der Plattenoberfläche liegenden Seite $YAZ$, und es ist die dem rechten Winkel anliegende Cathedenseite $YAX = 90^0 - a$, so wie $\psi$ der Winkel, den die Hauptnormalebene $YAX$ mit dem Hauptschnitt XAZ macht; stellt daher $\mu$ die diesem Winkel gegenüberliegende Cathedenseite YAZ vor und $\nu$ die demselben Dreiecke angehörige Hypotenusenseite, so liefert die sphärische Trigonometrie auf der Stelle:

(7. e) $\quad \text{tang.}\,\mu = \cos.\, a \,\text{tang.}\,\psi$ und $\cot.\,\nu = \text{tang.}\, a \cos.\,\psi$.

Fasst man jetzt das aus den Richtungen AO′, AH′ und AZ gebildete sphärische Dreieck in's Auge, in welchem die Ebene H′AO′ senkrecht auf der O′AZ steht und mit der H′AZ den Winkel $\varphi_1$ einschliesst, während die O′AZ mit der H′AZ den Winkel macht, den wir so eben durch $\psi'$ bezeichnet haben, so ist den Regeln der sphärischen Trigonometrie gemäss, weil O′AZ = O′AY + YAZ, also den eingeführten Bezeichnungen zur Folge O′AZ $= \omega_1 + \mu$ ist, $\cos.\,\varphi_1 = \cos.\,(\omega_1 + \mu) \sin.\,\psi'$, und eine dieser ganz ähnliche Gleichung liefern auch die Richtungen AO″, AH″ und AZ, so dass man hat, wenn man für $\omega_2$ der Gleichung (7. a) gemäss $\omega_1 + 180^0 - A$ setzt:

(7. f) $\quad \cos.\,\varphi_1 = \cos.\,(\omega_1 + \mu) \sin.\,\psi'$ und
$\qquad\qquad \cos.\,\varphi_2 = -\cos.\,(\omega_1 + \mu + A) \sin.\,\psi'$.

Dieselben sphärischen Dreiecke liefern aber auch noch ausserdem, weil $\varepsilon_1$ und $\varepsilon_2$ die Hypotenusenseiten in ihnen sind:

(7. g) $\quad \cot.\,\varepsilon_1 = \cot.\,(\omega_1 + \mu) \cos.\,\psi'$ und
$\qquad\qquad \cot.\,\varepsilon_2 = -\cot.\,(\omega_1 + \mu - A) \cos.\,\psi'$.

Die Gleichungen (7. a bis g) setzen in den Stand, alle einzelnen zur vollständigen Nutzbarmachung der Intensitätsgleichung (6. c) etwa nöthigen Nebenumstände kennen zu lernen und wir werden sie jetzt zur Beantwortung der nachstehenden, für alle Interferenzerscheinungen in Krystallplatten hochwichtigen Frage benützen: *Welche Stellung muss der Hauptnormalebene im Polarisationsapparate gegeben werden, wenn der in Betrachtung genommene Lichtstrahl bei einer gegebenen Lage der beiden Polarisationsebenen zu einander mit der grössten oder kleinsten Helligkeit in's Auge gelangen soll.*

Sehen wir die Lage der Hauptnormalebene zur Polarisationsebene als von der Grösse $\omega_1$ abhängig an, so müssen wir in Folge der Gleichung (7. a), weil wir hier $A$ als constant vorausgesetzt haben, $\omega_2$ als Function von $\omega_1$ ansehen; dann aber folgt aus den Gleichungen (7. f und g), dass auch $\varphi_1$ und $\varphi_2$, so wie $\varepsilon_1$ und $\varepsilon_2$ gegebene Functionen von $\omega_1$ sind, und der Gleichung (7. b) gemäss selbst $\chi$. Bekanntlich ist aber die Bedingung des Maximum- oder Minimumwerthes eines Ausdrucks die, dass dessen nach der unabhängig veränderlichen Grösse, hier $\omega_1$, genommene Ableitung null sein muss, also tritt in Bezug auf die in (6. b) enthaltene Lichtstärke die nachstehende Bedingung ein:

$$\begin{aligned} o = (2\cos.2\varphi_1 \sin.2\varphi_2 d\varphi_1 + 2\cos.2\varphi_2 \sin.2\varphi_1 d\varphi_2)\cos.\chi \qquad (8) \\ -\sin.2\varphi_1 \sin.2\varphi_2 \sin.\chi\, d\chi, \end{aligned}$$

aus welcher Gleichung diejenigen Werthe von $\omega_1$ herzuholen sind, wofür das $A^2$ der Gleichung (6. c) einen grössten oder kleinsten Werth annimmt.

IX. Von hier ab finden wir uns genöthiget, den Näherungsweg zu betreten, wie diess schon bei Aufstellung der Gleichung (5) in Ziffer VII. geschehen ist, wo alle diejenigen Glieder ausser Acht gelassen worden sind, welche sin.i in der vierten oder einer noch höhern Potenz in sich enthalten. Obgleich die Bestimmung der Lichtstärke bei weitem nicht den gleichen Grad der Genauigkeit verlangt, so werden wir doch anfänglich blos die Glieder der dritten oder einer höhern Dimension vernachlässigen und erst später zu geringern Annäherungen übergehen. In dieser Weise erhalten wir aus der Gleichung (7. e):

$$\sin.\psi = \frac{\sin.\omega \sin.i}{\sin.a} + \frac{\cos.a}{\sin^2.a}\cos.\omega \sin.\omega \sin^2.i \text{ und}$$

$$\cos.\psi = 1 - \tfrac{1}{2}\frac{\sin^2.\omega \sin^2.i}{\sin^2.a},$$

hierauf aus der (7. d):

$\cos.\psi^1 = \sin.\omega\sin.i + \cot.a\cos.\omega\sin.\omega\sin.^2.i$, $\sin.\psi^1 = 1 - \frac{1}{2}\sin^2.\omega\sin^2.i$ und nun liefern die Gleichungen (7. g):

$$\sin.\varepsilon_1 = 1 - \tfrac{1}{2}\cot^2.(\omega_1 + \mu)\sin^2.\omega\sin^2.i \text{ und}$$
$$\cos.\varepsilon_1 = \cot.(\omega_1 + \mu)\sin.\omega\sin.i,$$

so wie:

$$\sin.\varepsilon_2 = 1 - \tfrac{1}{2}\cot^2.(\omega_1 + \mu - A)\sin^2.\omega\sin^2.i \text{ und}$$
$$\cos.\varepsilon_2 = -\cot.(\omega_1 + \mu - A)\sin.\omega\sin.i;$$

weil aber der Gleichung (7. b) der vorigen Ziffer gemäss

$$\cos.\chi = \cos.(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) = \cos.\varepsilon_1\cos.\varepsilon_2 + \sin.\varepsilon_1\sin.\varepsilon_2$$

ist, so findet man;

$$\cos.\chi = 1 - \tfrac{1}{2}\sin^2.\omega\sin^2.i[\cot.(\omega_1 + \mu - A) + \cot.(\omega_1 + \mu)]^2 \text{ *)}$$

und hieraus ergibt sich durch Ableitung nach $\omega_1$

$$\sin.\chi\,d\chi = \sin^2.\omega\sin^2.i\,(\cot.(\omega_1 + \mu) + \cot.(\omega_1 + \mu - A))$$
$$\times\left(\frac{1}{\sin^2.(\omega_1 + \mu)} + \frac{1}{\sin^2.(\omega_1 + \mu - A)}\right).$$

Man sieht hieraus, dass im Allgemeinen $\sin.\chi d\chi$ nur eine sehr kleine Grösse der zweiten Ordnung in Bezug auf sin.i ist, und dass $\cos.\chi$ nur um eine eben so kleine Grösse von der Einheit abweicht; bleiben wir daher bei einer Annäherung des zweiten Grades stehen, d. h. vernachlässigen wir die zweiten Potenzen von sin.i, was für unsere Zwecke noch vollkommen hinreichend ist, so können wir $\sin.\chi d\chi = 0$ und $\cos.\chi = 1$ setzen, wodurch die Gleichungen (6. b) und (8) der vorigen Ziffer werden:

$$(1.\ a) \qquad A^2 = a^2[\cos^2.A - \sin.2\varphi_1\sin.2\varphi_2\sin^2.\pi\Theta]$$

---

*) Diese Form für $\cos.\chi$ setzt zwar voraus, dass $\chi$ ein spitzer Winkel sey, eine Voraussetzung, die jedoch stets erfüllt werden kann, worauf schon vorhin (Ziffer VIII.) bei Besprechung der Gleichung (6. b) hingewiesen worden ist.

und

$$o = \cos. 2\varphi_1 \sin. 2\varphi_2 . \partial\varphi_1 + \cos. 2\varphi_2 . \sin. 2\varphi_1 . \partial\varphi_2 , \qquad (1.\ b)$$

von denen die erste die Helligkeiten anzeigt, womit die einzelnen Lichtstrahlen ins Auge gelangen, und die zweite die Bedingungen in sich trägt, unter welchen diese Helligkeiten grösste oder kleinste Werthe annehmen. Bei demselben niedrigsten Grade der Annäherung kann man die im Eingang dieser Ziffer gefundenen Grössen so schreiben:

$$\left.\begin{array}{lcl} \sin.\psi = \frac{\sin.\omega \sin.i}{\sin.a} & \text{und} & \cos.\psi = 1 \\ \cos.\psi' = \sin.\omega \sin.i & \text{und} & \sin.\psi' = 1 \end{array}\right\} \quad (2)$$

Den Gleichungen (2) zur Folge verwandelt sich aber die vordere Gleichung (7. e) in voriger Ziffer bei diesem Grade der Annäherung in folgende:

$$\sin.\mu = \cot. a \sin.\omega \sin.i \quad \text{und} \quad \cos.\mu = 1 \qquad (3.\ a)$$

und die dortigen Gleichungen (7. f) werden:

$$\cos\varphi_1 = \cos.(\omega_1 + \mu) \text{ und } \cos.\varphi_2 = -\cos.(\omega_1 + \mu - A), \qquad (3.b)$$

oder

$$\varphi_1 = \omega_1 + \mu \quad \text{und} \quad \varphi_2 = \omega_1 + \mu + 180^0 - A,$$

und diese letztern geben noch, wenn man sie nach $\omega_1$ ableitet:

$$\partial\varphi_1 = 1 \quad \text{und} \quad \partial\varphi_2 = 1; \qquad (3.\ c)$$

man kann also für $\varphi_1$ und $\varphi_2$ setzen $\omega_1 + \mu$ und $\omega_1 + \mu + 180^0 - A$, und 1 sowohl für $\partial\varphi_1$ wie auch für $\partial\varphi_2$, weshalb die Gleichungen (1. a und b) jetzt die folgende Form annehmen:

$$A^2 = a^2 [\cos^2. A - \sin. 2(\omega_1 + \mu) \sin. 2(\omega_1 + \mu - A) \sin^2.\pi\Theta] \quad (4.\ a)$$

und

$$\begin{aligned} o = & \cos. 2(\omega_1 + \mu) \sin. 2(\omega_1 + \mu - A) \\ & + \cos. 2(\omega_1 + \mu - A) \sin. 2(\omega_1 + \mu), \end{aligned} \qquad (4.\ b)$$

welche Gleichungen sich auch so schreiben lassen:

$$A^2 = a^2 [\cos^2. A - \tfrac{1}{2} [\cos. 2A - \cos. [4(\omega_1 + \mu) - 2A]] \sin^2.\pi\Theta] \quad (4.\ c)$$

und

(4. d) $$0 = \sin.[4(\omega_1 + \mu) - 2A].$$

Die Bedingung des Maximums oder Minimums (4. d) wird aber offenbar erfüllt, wenn $4(\omega_1 + \mu) - 2A$ null ist, oder auch ein Vielfaches von $\pi$, dann wird $\cos.(4\omega_1 + 4\mu - 2A) = \pm 1$, je nachdem $4\omega_1 + 4\mu - 2A$ ein gerades oder ungerades Vielfaches von $\pi$ ist, wo die Null in erstere Vielfache eingeschlossen werden kann. Es wird folglich die Gleichung (4. c) entweder:

(5. a) $$\mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2 [\cos^2.A + \sin^2.A \sin^2.\pi\Theta]$$

bei allen jenen Werthen, wo sie ein Maximum liefert, oder:

(5. b) $$\mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2 [\cos^2.A - \cos^2.A \sin^2.\pi\Theta]$$

bei allen jenen Werthen, die zu einem Minimum führen.

Man darf indessen bei allen diesen Gleichungen nicht aus den Augen verlieren, dass die erste der in voriger Ziffer mitgetheilten, und mit ihr auch alle übrigen, nur innerhalb gewisser Grenzen brauchbar sind. Aus der Gleichung (7. c) erhält man nämlich in aller Strenge:

$$\sin^2.\psi = \frac{\sin^2.\omega \sin^2.\mathrm{i}}{(\cos.\mathrm{a} \cos.\omega \sin.\mathrm{i} - \sin.\mathrm{a} \cos.\mathrm{i})^2 + \sin^2.\omega \sin^2.\mathrm{i}},$$

$$\pm \mathrm{tang}.\varphi = \frac{\sin.\omega \sin.\mathrm{i}}{\cos.\mathrm{a} \cos.\omega \sin.\mathrm{i} - \sin.\mathrm{a} \sin.\mathrm{i}}$$

$$\cot.\psi = \cos.\mathrm{a} \cot.\omega - \frac{\sin.\mathrm{a}}{\sin.\omega},$$

woraus sich sodann der zu Anfang dieser Ziffer mitgetheilte Werth von $\sin.\psi$ ergibt, wenn man die Wurzel auszieht und

$$[(\cos.\mathrm{a} \cos.\omega \sin.\mathrm{i} - \sin.\mathrm{a} \cos.\mathrm{i})^2 + \sin^2.\omega \sin^2.\mathrm{i}]^{-\frac{1}{2}}$$

mittelst Anwendung des Binomialsatzes in eine nach Potenzen von sin. i fortlaufende Reihe verwandelt, wobei die dritten und höhern Potenzen von sin. i vernachlässigt werden, unter der Voraussetzung, dass der erste Theil unter der Wurzel beträchtlich grösser als der zweite ist. Man sieht aber sogleich ein, dass dieses Verfahren da nicht mehr anwendbar ist, wo

$$\cos. a \cos. \omega \sin. i - \sin. a \cos. i = o$$

oder

$$\text{tang.} i \cos. \omega = \text{tang.} a$$

ist, in welchem Falle man $\sin^2.\psi = 1$ findet, und man sieht leicht ein, dass jene Reihenentwickelung schon unbrauchbar wird, wo diese Relation auch nur nahehin stattfindet, nämlich in allen den Fällen, wo der erste Theil unter der Wurzel nicht mehr beträchtlich grösser als der zweite wird. Weil aber i stets sehr klein ist, so kann die Unanwendbarkeit jenes für $\sin.\psi$ erhaltenen Näherungswerthes auch nur bei kleinen Werthen von a eintreten, also nur an der Gränze, wo die Oberflächen der Platte der senkrechten Lage zur optischen Axe nahe kommen. Mit Ausnahme dieses Grenzfalles aber hat man nicht zu befürchten, dass die in dieser Ziffer gegebenen Näherungsformeln auf falsche Schlüsse führen könnten; dieser Grenzfall selber aber verlangt eine besondere Behandlung.

Es liegt in der Bedingung (4. d) ein höchst merkwürdiger Umstand verborgen, den wir um so weniger mit Stillschweigen übergehen dürfen, als er den Grund aller in dieser und der vorigen Ziffer vorgenommenen Rechnungen in sich trägt. Schreibt man nämlich die Bedingung (4. d) so:

$$\omega_1 + \mu - \tfrac{1}{2}A = \tfrac{1}{4}\alpha\pi; \qquad (5.\ c)$$

indem man unter $\alpha$, wie schon oben, null und jede ganze, positive oder negative Zahl versteht, und erwägt man, dass die Gleichung (3. a) auf dem bisher eingehaltenen Grade der Annäherung

$$\mu = \cot. a \sin. \omega \sin. i,$$

liefert, so überzeugt man sich, dass die Werthe von $\omega_1$, welche ein Maximum oder Minimum liefern, in der Gleichung

$$\omega_1 = \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{4}\alpha\pi - \cot. a \sin. \omega \sin. i \qquad (5.\ d)$$

enthalten und dieserhalb nicht für sämmtliche Punkte des Gesichtsfeldes die gleichen sind; weil aber $\sin.(\omega + 180^0) = -\sin.\omega$ ist, so folgt, dass von zwei Stellen, die auf einer durch die Mitte des Gesichtsfeldes gehenden Geraden liegen und gleich weit von dieser Mitte abstehen, die eine dem Mittelwerth $\frac{1}{2}A + \frac{1}{4}a\pi$ von $\omega_1$ um eben so viel voraneilt, als die andere hinter ihm zurück bleibt, so dass das arithmetische Mittel zwischen den, zwei solchen Stellen angehörigen Werthen von $\omega_1$ eine unveränderliche Grösse ist. In allen Fällen, wo $\mu$ einen sehr kleinen Werth annimmt, kann man mit hinreichender Genauigkeit

$$\omega_1 = \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{4}a\pi \tag{5. e}$$

nehmen; nur an der einen Grenze, wo a der Null sich nähert, tritt eine Formveränderung ein, wie sich an der Hand der völlig genauen Gleichungen leicht zeigen lässt. Ist nämlich $a = o$, so liefert die Gleichung (7. c) der vorigen Ziffer entweder $\psi = -\omega$ oder $\psi = 180^0 - \omega$ und die (7. d) daselbst gibt $\psi' = 90^0$; dann aber geht aus der dortigen Gleichung (7. e) hervor, dass $\mu = \psi$, sonach $\mu = \pi - \omega$ oder $\mu = -\omega$ wird, und nun liefert diesem Werthe von $\mu$ gemäss die Maximum- und Minimumbedingung (5. c) in aller Strenge:

$$\omega_1 = \tfrac{1}{2}A + \omega + \tfrac{1}{4}a\pi \quad \text{oder} \quad \omega_1 = \tfrac{1}{2}A - (\pi - \omega) + \tfrac{1}{4}a\pi, \tag{5. f}$$

welche Gleichung zeigt, dass jene Bedingung in diesem besondern Falle zwar an jedem einzelnen Halbmesser des Gesichtsfeldes die gleiche, jedoch von einem dieser Halbmesser zum andern verschieden ist und nur in dem einen Falle mit der abgekürzten Bedingung (5.e) übereinstimmt, wo $\omega = \pi$ oder $\omega = o$ wird, d. h. in dem Durchmesser, der die Richtung der Hauptnormalebene hat. Auf dieselbe Weise findet man an der andern Grenze, wo $a = 90^0$ wird, successive $\cot.\psi = \frac{\cot.i}{\sin.\omega}$, $\psi' = \psi$, $\mu = o$, $\cos.\varphi_1 = \cos.\omega_1 \sin.\psi$, $\cos.\varphi_2 = \cos.(\omega_1 - \alpha)\sin.\psi$ und es ist bis auf einen Fehler der dritten Ordnung genau $\sin.\psi = \sin.\omega \sin.i$. Diesen Werthen gemäss kann man in dem hier hervorgehobenen besondern Falle die Bedingung des Maximums oder Minimums leicht ebenfalls bis auf einen Fehler der dritten Ordnung genau auffinden. Weil hier $\mu = o$ wird, so gibt in diesem Falle die Gleichung (5. e) denselben Grad der Genauigkeit wie die (5. d).

Mit den bisher erhaltenen Formeln lassen sich nun alle die vielen einaxige Krystalle angehenden Fragen mit Leichtigkeit und Sicherheit beantworten, wie nun noch in der Abtheilung B) in Bezug auf eine einzige Krystallplatte ausführlicher gezeigt werden soll. Zuletzt wird in der Abtheilung C), welche die zweite Hälfte dieser Abhandlung ausmacht, an die Erklärung jener gleich im Eingange angekündigten überraschenden Erscheinung und noch vieler anderer verwandter geschritten werden, die von dem Uebereinanderliegen zweier Krystallplatten abhängig sind. Bei Bestimmung der Lichtstärke werden wir von jetzt an uns jedoch allerwärts mit den Näherungsgleichungen (4. c) und (4. d) begnügen, und selbst in diesen werden wir noch in der Regel $\mu = o$ seyn lassen.

## *B) Bestimmung der in einer einzigen einaxigen Krystallplatte mit parallelen Oberflächen möglichen Erscheinungen.*

X. Um die in der Gleichung (10. a) der Ziffer VII. enthaltenen Formen bequemer überschauen zu können, wollen wir ihr eine andere Bedeutung unterlegen. Denkt man sich nämlich aus der Mitte der Pupille auf das Bild der vom Auge wahrgenommenen Krystallplatte eine senkrechte Linie gezogen, die man die Axe der Erscheinung nennen kann, so macht jeder in das Auge gelangende Lichtstrahl mit dieser Axe denselben Winkel i, den er bei seinem Auffallen auf die Platte mit ihrer Normale bildete; denkt man sich daher nun noch um die Mitte der Pupille mit dem Radius 1 eine Kugel beschrieben, auf welche sich die in der Platte wahrgenommenen Punkte projiciren, so sind sin. i die scheinbaren Abstände der in der Platte wahrgenommenen Punkte von der Axe der Erscheinung, oder, wenn man die Stelle, wo diese Axe die Erscheinung trifft, die Mitte des Gesichtsfeldes nennt, die auf diese Mitte bezogenen scheinbaren Radiusvectoren der einzelnen Punkte der Erscheinung, während $\omega$ die Winkel vorstellt, welche die Richtung dieser Radiusvectoren mit der Richtung der im Auge abgebildeten Hauptnormalebene der Platte macht. In diesem Sinne kann man die erwähnte Gleichung als auf Polarcoordinaten bezogen auffassen, und sie auf rechtwinklige Coordinaten dadurch übertragen, dass man

$$(1.\ a)\qquad \cos.\omega \sin.i = x \quad \text{und} \quad \sin.\omega \sin.i = y$$

setzt, wodurch sie die Form

$$(1.\ b)\qquad \Theta.\frac{v}{T} = C + Dx + By^2 + Ax^2$$

annimmt, und die Coefficienten A, B, C, D in ihr die ihnen durch die Gleichungen (10. b) der Ziffer VII. gegebene Bedeutung haben.

In so ferne die Gleichung (10. a) der Ziffer VII. auf Polarcoordinaten bezogen wird, deren fester Punkt die Mitte des Gesichtsfeldes ist, und deren feste Richtung mit der im Auge erscheinenden Hauptnormalebene der Platte zusammenfällt, bezieht sich die vorstehende Gleichung (1. b) auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem, dessen Spitze in der Mitte des Gesichtsfeldes liegt und dessen x-Axe mit der Hauptnormalebene im Bilde der Platte zusammenfällt.

Bekanntlich stellt die so gedachte Gleichung (1. b), vorausgesetzt, dass weder A noch B null ist, entweder eine Ellipse oder eine Hyperbel vor, deren Mittelpunkt jedoch nur dann in der Mitte des Gesichtsfeldes, in der Coordinatenspitze nämlich, liegt, wenn $D = o$ wird, was der zweiten Gleichung (10. b) der Ziffer VII. gemäss nur in dem Falle geschehen kann, wo $\sin.2a = o$ ist, also wenn entweder $a = o$ oder $a = 90^o$ ist. Hieraus folgt, *dass die Mittelpunkte der Helligkeitscurven.*

*da wo diese Ellipsen oder Hyperbeln werden, nur bei solchen Krystallplatten in der Mitte des Gesichtsfeldes liegen, deren Oberflächen entweder senkrecht zur optischen Axe stehen, oder mit dieser Axe parallel laufen; in allen andern Fällen liegen die Mittelpunkte dieser Curven ausserhalb der Mitte des Gesichtsfeldes.*

Setzt man in der Gleichung (1. b) $x - \frac{1}{2}.\frac{D}{A}$ für $x$, d. h. verlegt man die Coordinatenspitze um $\frac{1}{2}.\frac{D}{A}$ in der Richtung der Hauptnormalebene rückwärts von der Mitte des Gesichtsfeldes, so wird sie:

$$\Theta\frac{v}{T} - C - \frac{1}{4}.\frac{D^2}{A^2} = By^2 + Ax^2, \qquad (2.\ a)$$

und gibt so zu verstehen, dass jetzt die Coordinatenspitze in dem Mittelpunkt der Curve liegt. Der Mittelpunkt der Helligkeitscurven liegt also jedesmal in der Richtung der Hauptnormalebene und in dem scheinbaren Abstande $\frac{1}{2}.\frac{D}{A}$ von der Mitte des Gesichtsfeldes entfernt. Wird dieser scheinbare Abstand mit E bezeichnet, so ist also:

$$E = \frac{1}{2}.\frac{D}{A}, \qquad (2.\ b)$$

oder wenn man für D und A ihre, den Gleichungen (10. b.) der Ziffer VII. entnommenen, Werthe einsetzt:

$$E = \frac{1}{2}\frac{vm(v''^2 - v'^2)\sin.2a}{v'(m^3 - v'v''^2)}, \qquad (2.\ c)$$

welche Gleichung den Abstand der Curvenmitte von der Mitte des Gesichtsfeldes hergibt; gleichviel ob man es mit einer Ellipse oder mit einer Hyperbel zu thun hat, und zwar gibt sie diesen Abstand als negative oder positive Grösse, je nachdem die Curvenmitte mit der Hauptnormalebene auf einerlei oder auf entgegengesetzten Seiten liegt.

XI. Der in der letzten Gleichung ausgesprochene Abstand E wird unendlich gross, wenn

$$m^3 = v'v''^2 \qquad (1.\ a)$$

ist; dann aber wird der letzten in (Ziffer VII.) mitgetheilten Gleichung (10. b) zur Folge $A = o$ und nun geht die Gleichung (1. b) der vorigen Ziffer über in:

$$(1.\ b) \qquad \Theta\frac{v}{T} - C = Dx + By^2,$$

welches die Gleichung einer Parabel ist, deren Axe in der Richtung der Hauptnormalebene liegt.

Wir wollen die Gleichung (1. a), welche die Bedingung in sich trägt, unter welcher in einer Krystallplatte Parabeln entstehen, noch etwas näher untersuchen, und machen zu diesem Ende darauf aufmerksam, dass oben

$$v''^2 \sin^2.a + v'^2 \cos^2.a = m^2$$

gesetzt worden ist. Fügt man hierzu die identische Gleichung:

$$v''^2 \sin^2.a + v''^2 \cos^2.a = v''^2,$$

so liefert die Differenz beider

$$(v'^2 - v''^2)\cos^2.a = m^2 - v''^2,$$

woraus man findet:

$$(2.\ a) \qquad \cos^2.a = \frac{m^2 - v''^2}{v'^2 - v''^2},$$

oder wenn man für m seinen aus der Gleichung (1. a) sich ergebenden Werth setzt:

$$(2.\ b) \qquad \cos^2.a = \frac{v''\sqrt[3]{v'^2 v''} - v''^2}{v'^2 - v''^2}.$$

Man kann sich leicht überzeugen, dass durch diese Gleichung stets ein wirklicher Winkel a gefunden wird; es liegt nämlich, so lange $v'$ und $v''$ von einander verschiedene Werthe haben, d. h. so lange man es mit doppelt brechenden Krystallen zu thun hat, $\sqrt[3]{v'v''^2}$ stets zwischen $v'$ und $v''$. Ist also $v' > v''$, so ist auch $\sqrt[3]{v'^2 v''} > v''$, ist aber $v' < v''$, so ist auch $\sqrt[3]{v'^2 v''} < v''$, somit erhalten Zähler und Nenner des in der Gleichung (2. b) enthaltenen Ausdrucks stets einerlei Vorzeichen, und in Folge dessen findet man für $\cos^2.a$ immer eine positive Zahl, welche Zahl aber auch stets zwischen 0 und 1 liegt, denn da $\sqrt[3]{v'^2 v''}$ stets zwischen $v'$ und $v''$ liegt und in Folge $v''\sqrt[3]{v'^2 v''}$ zwischen $v''v'$ und $v''^2$, so ist $v''\sqrt[3]{v'^2 v''} \lesseqgtr v'^2$, je nachdem $v' \gtrless v''$ ist, und dieserhalb wird der absolute Zähler in (2. b) stets kleiner als der Nenner. Man erhält sonach für $\cos^2.a$ unter allen Umständen einen positiven echten Bruch, folglich für a stets einen wirklichen, angeblichen Winkel. Hieraus schliessen wir, *dass sich aus allen einaxigen Krystallen Platten schneiden lassen, welche Parabeln sehen lassen, dass dazu aber eine völlig bestimmte Neigung ihrer Oberflächen zur optischen Axe erforderlich ist.*

XII. Man könnte glauben, dass auch das Glied $By^2$ aus der Gleichung (1. c) Ziffer X. verschwinden kann; denn dies geschieht den Gleichungen (10. b) der Ziffer VII. gemäss, wenn $m = \frac{v''^2}{v'}$ ist, und dann ginge, die Gleichung (1. c) über in $Dx + Ax^2 = \Theta.\frac{v}{T} - C$ und würde gerade zur Hauptnormalebene senkrechte Linien anzeigen; will man aber den diesem Werth von m entsprechenden Winkel a aufsuchen und setzt man zu diesem Ende jenen Werth von m in die Gleichung (2. a) der vorigen Ziffer, so erhält man:

$$\cos^2.a = \frac{v''^2 (v''^2 - v'^2)}{v'^2 (v'^2 - v''^2)} = - \frac{v''^2}{v'^2},$$

und dies zeigt, dass in diesem Falle kein reeller Winkel a gefunden werden kann, dass also keine Platte möglich ist, welche diese geraden Linien zu zeigen im Stande wäre. Hieraus lässt sich der Schluss ziehen, *dass sich aus keinem einaxigen Krystall eine Platte schneiden lässt, in der geradlinige Interferenzstreifen sichtbar werden könnten.* Was man insgemein so zu nennen pflegt, sind blos Annäherungen an gerade Linien, auf deren Ursprung wir in Kurzem stossen werden.

Der Grund dieser Unmöglichkeit vom Erscheinen gerader Linien in einzelnen Krystallplatten liegt schon in dem für m erhaltenen Werth $\frac{v''^2}{v'}$. Ist nämlich $v'' < v'$, so ist auch $\frac{v''}{v'} < 1$ und demnach $\frac{v''^2}{v'} < v''$; ist aber $v'' > v'$, so ist auch $\frac{v''}{v'} > 1$ und demnach $\frac{v''^2}{v'} > v''$. In jedem Falle liegt also $\frac{v''^2}{v'}$ ausserhalb der Grenzen $v'$ und $v''$, und dieser Umstand ist mit keinem möglichen Werth von a vereinbar, wovon man sich durch die folgenden Betrachtungen überzeugen kann. Es lässt sich nämlich der in Ziffer XI. angegebene Ausdruck von $m^2$ auf die nachstehenden zwei Weisen schreiben:

$$m^2 = v''^2 - (v''^2 - v'^2) \cos^2 .a \text{ und } m^2 = v'^2 - (v'^2 - v''^2) \sin^2 .a$$

und hieraus lässt sich mit Leichtigkeit abnehmen, dass so lange a ein wirklicher Winkel ist, und desshalb weder $\cos^2.a$ noch $\sin^2.a$ die Grenzen 0 und 1 überschreiten, auch $m^2$ die Grenzen $v''^2$ und $v'^2$ nicht überschreiten könne. Zwar hat man m aus dem Ausdrucke für $m^2$ durch Ausziehen der Quadratwurzel abzuleiten, und erhält demnach m als eine sowohl positive wie negative Grösse, von denen die letztere ausserhalb der Grenzen $v'$ und $v''$ liegt, aber die erstere kann in keinem Falle unter Voraussetzung eines möglichen Winkels a die Grenzen $v'$ und $v''$ überschreiten, welche Anforderung an den obigen Werth von m, welcher $\frac{v''^2}{v'}$ war, sonach sich als ein positiver zu erkennen gibt, wie man sieht, im Widerspruche mit einem möglichen Plattenschnitte steht.

XIII. Bis hierher haben wir blos den Einfluss, den die in Ziffer X. festgesetzten Coefficienten A, B und D theils auf die Gestalt und Art der in Krystallplatten sich zeigenden Helligkeitscurven, theils auf deren Lage im Gesichtsfelde ausüben, und hierbei kam uns der Umstand zu statten, dass die genannten Coefficienten bei einer und derselben Platte ihren Werth nicht ändern; jetzt aber werden wir auch den dort durch $\Theta.\frac{v}{T}-C$ bezeichneten Coefficienten in unsere Betrachtungen aufnehmen, von welchem die absoluten Grössen der Curven abhängen, und dessen Besonderheit Ursache ist, dass in den Gleichungen (1. b) der Ziffer XI. nicht eine Curve, sondern ein System von unzählig vielen, unter sich ähnlichen Curven enthalten ist. Dieser Coefficient, nämlich:

$$\Theta.\frac{v}{T}-C \qquad (1.\ a)$$

nimmt in Folge der in ihm vorkommenden Grösse $\Theta$ eine Veränderlichkeit an, die ihm sehr bemerkenswerthe Eigenthümlickkeiten gibt. Erwägt man, dass die Grösse $\Theta$, welche durch die Gleichung (1. b) der Ziffer X. gegeben wird, selbst in einer und derselben Platte, worin die Grössen $v$, $v'$, $v''$ und a unveränderliche Werthe behalten, je nach den Werthen von i und $\omega$, d. h. je nach der Lage des einfallenden Strahles unendlich viele und von einander sehr verschiedene Werthe annehmen kann, dass jedoch ganze Reihen von Punkten, auf welche die Grössen i und $\omega$ von Stelle zu Stelle gleichen und entgegengesetzten Einfluss ausüben, denselben Werth von $\Theta$ annehmen, so wird man gewahr, dass die Gleichung (1. b) der Ziffer X. für jeden bestimmten Werth von $\Theta$ diejenige Curve an die Hand gibt, welche die diesem Werthe von $\Theta$ entsprechende Reihe von Punkten in sich trägt. Wie beschaffen aber auch immer dieser Werth von $\Theta$ seyn mag, so lässt sich derselbe doch immer zerlegen in eine positive oder negative *ganze Zahl*, die wir durch den deutschen Buchstaben $\mathfrak{a}$ vorstellen wollen, und in einen positiven oder negativen *echten Bruch*, der durch $\eta$ bezeichnet werden mag, so dass wir unter allen Umständen setzen können:

$$\Theta=\mathfrak{a}+\eta, \qquad (1.\ b)$$

wenn man sich unter $\mathfrak{a}$ die geeignete ganze Zahl, und unter $\eta$ den geeigneten echten Bruch geschrieben denkt, und es nimmt in Folge dieser Bezeichnung der Coefficient (1. a) die andere Gestalt an:

$$(1.\ c)\qquad (a + \eta)\frac{v}{\mathrm{T}} = \mathrm{C}.$$

In Gemässheit der durch die Gleichung (1. b) der Grösse $\Theta$ zugetheilten Form nimmt aber die Intensitätsgleichung (6. b) der Ziffer VIII. die folgende Gestalt an:

$$(2.\ a)\qquad \mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2\,[\cos^2.A - \sin.2\varphi_1 \sin.2\varphi_2 \cos.\chi \sin^2.\eta\pi],$$

oder wenn man nach Anleitung der Ziffer (IX.) sehr kleine Unterschiede nicht beachten und dem zur Folge

$$\chi = o \text{ oder } \chi = 180^0,\ \varphi_1 = \omega_1,\ \varphi_2 = \omega_2$$

setzen will, die folgende:

$$(2.\ b)\qquad \mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2\,[\cos^2.A - \sin.2\omega_1 \sin.2\omega_2 \sin^2.\pi\eta],$$

in welcher $\omega_1$ und $\omega_2$ die Winkel vorstellen, welche die Hauptnormalebene der Platte mit der vordern und hintern Polarisationsebene macht. Diese Gleichungen geben zu verstehen, dass bei gleicher Stellung der beiden Polarisationsebenen zu einander und des Hauptschnittes, oder auch, mit geringem Unterschiede, der Hauptnormalebene zu ihnen die Helligkeit aller zu einerlei Werth von $\eta$ gehörigen Stellen die gleiche sey, sonach dieselben in allen Helligkeitscurven, deren $\Theta$ denselben Bruch $\eta$ in sich trägt, was auch übrigens immer die dazu gehörige ganze Zahl $a$ seyn mag. Während sich $\Theta$ von einer Helligkeitscurve zur andern allmälig abändert, trifft diese Abänderung von vorn herein lediglich den Bruch $\eta$ und erst dann die ganze Zahl $a$, nachdem $\eta$ von Null an bis zur 1 hin angewachsen ist, und $a$ in $a + 1$ übergeht. Von da ab nimmt der Bruch $\eta$ wieder allein zu bis zu dem Punkte hin, wo er in 1 übergehen will, und dann $a$ auf's Neue um eine Einheit grösser wird. Auf solche Weise entstehen Werthe von $\Theta$ in Menge, die denselben echten Bruch $\eta$, aber verschiedene ganze Zahlen $a$ in sich enthalten. Weil nun alle Curven, die solchen Werthen von $\Theta$ entsprechen, einerlei Helligkeitsverhältnisse in sich aufnehmen, so wollen wir sie dieses Umstands halber *gleichwerthige* nennen, und von zwei gleichwerthigen Curven sollen die *nächste* heissen, deren $\Theta$ sich blos darin von einander unterscheiden, dass das $a$ im einen um eine Einheit grösser oder kleiner ist als im andern. Während aber $\eta$ alle echten Brüche zwischen 0 und 1 durchläuft, und die ganze Zahl $a$ ihren Werth nicht ändert, ändern sich die Helligkeitsverhältnisse der unmittelbar neben einander liegenden Helligkeitscurven allmälig und fortwährend ab, zur Hälfte aus der Dunkelheit zu stets gröserer Helligkeit ansteigend und in der andern Hälfte von da ab bis zur Dunkelheit zurück wieder abnehmend. Den Inbegriff von allen den Helligkeitscurven, welche zu einer und derselben ganzen Zahl gehören, aber allen möglichen Werthen des echten Bruches $\eta$ entsprechen, werden wir ein *Helligkeitsband* nennen; diese Helligkeitsbänder besitzen sonach die allen gemeinsame Eigenthümlichkeit, von einer Seite zur andern hin, durch alle Nuancen der Helligkeit vom Dunkel bis zu einem gewissen Grade hin und von da wieder bis zum Dunkel zurück schattirt zu seyn.

XIV. Nachdem wir in der vorigen Ziffer den allgemeinen Typus der Interferenzerscheinungen in Krystallplatten kennen gelernt haben, wie er sich aus der Besonderheit des Coefficienten (1. a) ergibt, fahren wir nun in der Untersuchung der in der Gleichung (1. b) Ziffer X. enthaltenen Curven weiter fort. Fassen wir zuvörderst die in der Gleichung (1. b) Ziffer XI. enthaltenen Parabeln in's Auge und setzen wir in derselben $y = o$, so wird sie

$$\Theta \frac{v}{T} - C = Dx$$

und der hieraus für x sich ergebende Werth liefert den Abstand des Scheitels dieser Parabel von der Mitte des Gesichtsfeldes, welcher Abstand sonach

$$\frac{\Theta \frac{v}{T} - C}{D}$$

ist. Gehen wir nun von dieser Parabel zu ihrer nächsten gleichwerthigen über, in welcher das $a$ der vorigen um eine Einheit grösser geworden ist, $\eta$ dagegen seinen alten Werth behalten hat, was darauf hinausläuft, dass $\Theta$ sich in $\Theta+1$ umgewandelt hat, so ist der Abstand dieser nächsten gleichwerthigen Parabel von der Mitte des Gesichtsfeldes

$$\frac{(\Theta+1)\frac{v}{T}-C}{D},$$

folglich ist der Abstand der Scheitel dieser zwei Parabeln von einander, weil die Scheitel aller in derselben Gleichung enthaltenen Parabeln in der Hauptnormalebene der Platte liegen, die Differenz der beiden so eben gefundenen Abstände, nämlich:

$$\frac{v}{T}\cdot\frac{1}{D},$$

und da D so wie T an einer und derselben Platte stets einen und denselben Werth behält, so geht hieraus hervor, *dass die Scheitel aller in einer Krystallplatte wahrnehmbaren Parabeln gleichweit von einander abliegen*, wenn $v$ seinen Werth nicht ändert, d. h. so lange ein und dasselbe Licht auf die Platte einfällt. Diese Eigenthümlichkeit der Parabeln ist um so merkwürdiger, weil sie ein sehr einfaches Mittel an die Hand gibt, ohne eigentliches Messen zu entscheiden, ob man es in einem gegebenen Falle mit wirklichen Parabeln zu thun habe, oder nur mit solchen Curven, die sich den Parabeln zwar annähern, ohne dass sie es jedoch in Wahrheit sind.

XV. Fassen wir nun die Gleichung (1. b) der Ziffer X. unter der Voraussetzung in's Auge, dass in ihr weder A noch B null sey, in welchem Falle durch dieselbe jedenfalls eine Mittelpunktscurve, die eine Ellipse oder eine Hyperbel seyn kann, dargestellt wird, und setzen wir in dieser $y=o$, wodurch sie wird:

$$\text{(1. a)} \qquad \Theta\frac{v}{T}-C=Dx+Ax^2,$$

so liefern die beiden hieraus für x sich ergebenden Werthe die Abstände der Durchschnittspunkte dieser Curven mit der Richtung der Hauptnormalebene der Platte von der Mitte des Gesichtsfeldes; diese Abstände sind daher:

$$\pm\sqrt{\frac{A\left(\Theta\frac{v}{T}-C\right)+\frac{1}{4}D^2}{A}}-\frac{1}{2}\cdot\frac{D}{A}$$

und es liegen beide Durchschnittspunkte auf verschiedenen Seiten von der Mitte des Gesichtsfeldes. Diese Abstände werden, wenn man $D=o$ seyn lässt, d. h. wenn man sich die Coordinatenspitze in dem Mittelpunkte der Curve liegend denkt:

$$\pm\sqrt{\frac{\Theta\frac{v}{T}-C}{A}}$$

und dem gemäss wird das Quadrat eines jeden:

(1. b) $$\frac{\Theta\frac{v}{T}-C}{A}$$

Fügt man zu der bisherigen Curve, in welcher $\Theta$ noch jeden beliebigen Werth haben kann, ihre nächste gleichwerthige hinzu, in welcher $\Theta$ den um 1 grössern Werth angenommen hat, so findet man in Bezug auf diese zweite Curve das Quadrat des Abstandes ihres Mittelpunktes von einem ihrer Durchschnittpunkte mit der Richtung der Hauptnormalebene der Platte gleich:

(1. c) $$\frac{(\Theta+1)\frac{v}{T}-C}{A}.$$

Folglich ist die Differenz dieser Quadrate bezüglich zweier nächster gleichwerthiger Mittelpunktscurven, wie sie einzeln in (1. b) und (1. c) aufgefunden worden sind:

(1. d) $$\frac{v}{T}\cdot\frac{1}{A}.$$

*Es ist also die Differenz der Quadrate zweier Halbaxen, welche zu zwei nächsten gleichwerthigen Mittelpunktscurven gehören und in der*

*Richtung der Hauptnormalebene der Platte liegen, die constante Grösse* $\frac{1}{A} \cdot \frac{v}{T}$.

Bezeichnet man diese Halbaxe bei einer beliebigen solchen Mittelpunktscurve durch H und bei ihrer nächsten gleichwerthigen durch H′, so ist also

$$(2.\ a) \qquad H'^2 - H^2 = \frac{1}{A} \cdot \frac{v}{T}$$

oder

$$(H' - H)(H' + H) = \frac{1}{A} \cdot \frac{v}{T},$$

woraus man findet

$$(2.\ b) \qquad H' - H = \frac{v}{TA(H' + H)};$$

es ist aber H′—H der Abstand zweier unmittelbar neben einander liegender Durchschnittpunkte, die durch zwei nächste gleichwerthige Helligkeitscurven in der Richtung der Hauptnormalebene veranlasst werden, darum spricht sich in der Gleichung (2. b) der nachfolgende Satz aus: *Die Abstände zweier nächster gleichwerthiger Mittelpunktscurven längs der Hauptnormalebene gemessen, sind der in derselben Richtung liegenden mittlern Axe beider Curven umgekehrt proportional, und werden daher in dem Masse kleiner als die Curven selber grösser werden.*

Gesellt man zu den vorigen zwei Curven, deren Halbaxen H und H′ waren, noch die dritte hinzu, welche auf die letztere folgt und deren nächste gleichwerthige ist, so ist, wenn H″ die in der Richtung der Hauptnormalebene liegende Halbaxe dieser dritten Curve vorstellt, der Gleichung (2. b) gemäss:

$$(3.\ a) \qquad H'' - H' = \frac{v}{TA(H'' + H')}$$

und es ist H″—H′ der Abstand zweier zunächst bei einander liegender Durchschnittspunkte der zweiten und dritten Curve mit der Richtung der Hauptnormalebene. Mithin ist der Unterschied zwischen zwei auf einander folgenden solchen Abständen:

$$\frac{v}{\mathrm{TA}(\mathrm{H}'+\mathrm{H})}-\frac{v}{\mathrm{TA}(\mathrm{H}''+\mathrm{H}')} \text{ oder } \frac{v}{\mathrm{T}}\cdot\frac{\mathrm{H}''-\mathrm{H}}{\mathrm{A}(\mathrm{H}''+\mathrm{H}')(\mathrm{H}'+\mathrm{H})}; \qquad (3.\ \mathrm{b})$$

*in Fällen also, wo sowohl* $\mathrm{H}'-\mathrm{H}$ *als* $\mathrm{H}''-\mathrm{H}'$ *und also auch die Summe beider oder* $\mathrm{H}''-\mathrm{H}$ *sehr klein ist in Vergleich zu* $\mathrm{H}'+\mathrm{H}$ *und zu* $\mathrm{H}''+\mathrm{H}'$, *wird der Unterschied zwischen den Abständen dreier auf einander folgender, gleichwerthiger Curven eine sehr kleine Grösse der zweiten Ordnung im Verhältniss zu den vorigen, die von unsern Sinnen nicht mehr wird empfunden werden können, selbst wenn dem Auge gleichzeitig eine ganze Reihe solcher Curven entgegentritt, in welchen die Unterschiede zwischen den ersten und letzten Abständen schon beträchtlicher geworden sind.*

XVI. Hätten wir in der Gleichung (1. b) der Ziffer X. $x=o$ gesetzt, statt $y=o$, wie in der vorigen Ziffer geschehen ist, so wäre sie geworden:

$$\Theta\frac{v}{\mathrm{T}}-\mathrm{C}=\mathrm{B}y^2, \qquad (1.\ \mathrm{a})$$

und die aus dieser Gleichung für y sich ergebenden Werthe hätten den Abstand der Mitte des Gesichtsfeldes von den Durchschnittspunkten, in welchen die Curve eine durch die Mitte des Gesichtsfeldes senkrecht zur Richtung der Hauptnormalebene gezogene Gerade trifft, zu erkennen gegeben; das Quadrat dieses Abstandes ist also:

$$\frac{\Theta\frac{v}{\mathrm{T}}-\mathrm{C}}{\mathrm{B}}. \qquad (1.\ \mathrm{b})$$

Bei diesen Bestimmungen, so wie schon bei denen der vorigen Nummer ist indessen zu erwägen, dass sie nur dann zu wirklichen Punkten hinführen, wenn die unter dem Wurzelzeichen stehende Grösse eine positive Zahl liefert, welches, wenn die Coordinatenspitze im Mittelpunkt der Curve liegt, bei den in der vorigen Ziffer aufgesuchten Abständen der Fall seyn wird, wenn A und $\Theta\frac{v}{T}-C$ einerlei Vorzeichen haben, und bei den jetzt bestimmten, wenn B und $\Theta\frac{v}{T}-C$ einerlei Vorzeichen haben. Bei Ellipsen werden für einen gegebenen Werth von $\Theta\frac{v}{T}-C$ nothwendig die beiderlei Bestimmungen zu wirklichen Durchschnittspunkten hinführen müssen, so wie eine es thut, und keine, so wie eine es nicht thut, weil in ihnen A und B stets einerlei Vorzeichen besitzen; bei Hyperbeln hingegen wird bei einem gegebenen $\Theta.\frac{v}{T}-C$ die eine der beiden Bestimmungen auf keinen wirklichen Durchschnittspunkt hinführen können, wenn die andere einen solchen bringt, und jene wird ihn bringen müssen, so wie diese keinen gibt, weil in ihnen A und B stets entgegengesetzte Vorzeichen besitzen. Man sieht hieraus, dass nicht jeder Werth von $\Theta$, von welchem der Werth von $\Theta\frac{v}{T}-C$ abhängt, Ellipsen hervorbringen wird, und dass zwar jeder Werth von $\Theta$ Hyperbeln zu liefern im Stande ist, von denen aber ein Theil nur Durchschnittspunkte mit der Richtung der Hauptnormalebene liefern wird, der andere Theil nur solche, die von der Hyperbel an einer auf der Hauptnormalebene senkrechten Richtung gebildet werden; jener Theil entspricht Hyperbeln, deren grosse Axe längs der Hauptnormalebene liegt, dieser Theil dagegen Hyperbeln, deren grosse Axe senkrecht zur Hauptnormalebene steht. Hier nun tritt wieder die in Ziffer XIII. besprochene Eigenthümlichkeit des Coefficienten $\Theta\frac{v}{T}-C$ bedeutungsvoll hervor. Da nämlich $\Theta$ oder $a+\eta$ in der Regel eine grosse Menge von Einheiten überschreiten und dabei sowohl positiv wie negativ seyn kann, so kann dadurch $\Theta\frac{v}{T}-C$ eine sowohl positive wie negative Zahl von grössern und geringern Umfang werden, so dass die Gleichung (1. b) der Ziffer X. immer ein System von Ellipsen liefern wird, wenn nur A und B einerlei Vorzeichen haben, und eben so immer ein System von beiderlei Arten der Hyperbeln, solcher, deren Axen längs der Hauptnormalebene liegen und solcher, deren Axen senkrecht darauf stehen, wenn nur die Coefficienten A und B entgegengesetzte Vorzeichen haben. Die Quadrate der längs der Hauptnormalebene liegenden Axen verhalten sich in allen diesen Mittelpunktscurven zu den Quadraten der darauf senkrechten Axen wie die Grössen $\frac{\frac{\Theta}{T} - C}{A}$ und $\frac{\frac{\Theta}{T} - C}{B}$ zu einander also wie B zu A, und es macht keinen Unterschied, wenn es Hyperbeln sind, ob sie der einen oder andern Art angehören, d. h. ob ihre grossen Axen in der Hauptnormalebene oder senkrecht darauf liegen, nur wird bei ihnen immer eines von jenen Quadraten als negative Grösse sich geben, so dass dann die zugehörige Axe als unmögliche Grösse erscheint.

XVII. Nachdem wir im Vorigen die allgemeinen Eigenschaften der Helligkeitscurven auseinander gesetzt haben, wollen wir jetzt alle besondern Verhältnisse derselben in der Absicht zusammen stellen, um in der nächsten Ziffer mit ihrer Hilfe das Ineinandergreifen und die Aufeinanderfolge der sämmtlichen hier untersuchten Interferenzerscheinungen gleichsam in einem Bilde dem Leser vorführen zu können, wodurch er in den Stand gesetzt wird, die unendliche Mannigfaltigkeit derselben wie an einem Faden stets fest in der Hand zu halten. Wir beginnen die Reihe der besondern Verhältnisse mit solchen, die wir schon früher vorgelegt haben.

*Erstes Verhalten. Der Werth von m kann, wenn er positiv ist, nie über die Grenzen $v'$ und $v''$, und, wenn er negativ ist, nie über die Grenzen $-v'$ und $-v''$ hinausfallen.* Es ist dieses Verhalten schon in der Ziffer XII. ausführlich erörtert worden.

*Zweites Verhalten. Der Werth $\sqrt[3]{v'v''^2}$ liegt stets zwischen den Grenzen $v'$ und $v''^2$ und der $\frac{v''^2}{v'}$ fällt stets über die Grenzen $v'$ und $v''$ hinaus, und zwar ist letzterer kleiner oder grösser als $v''$, je nachdem $v''$ kleiner oder grösser als $v'$ ist, d. h. je nachdem die*

*Werthe $v'$ und $v''$ positiven oder negativen einaxigen Krystallen angehören.* Ersteres ist schon in Ziffer XI. und letzteres noch vor dem Verhalten 1. in Ziffer XII. umständlich erwiesen worden.

Untersuchen wir nun die Natur des in den Gleichungen (1. d) der Ziffer X. bestimmten Coefficienten A, so finden wir sogleich, weil

$$A = \tfrac{1}{2}T\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v'^2 v''^2}{v^2 m^3}\right) = \tfrac{1}{2}T\left(1 - \frac{v'v''^2}{m^3}\right)\frac{v'}{v^2}$$

ist, dass A jedesmal positiv wird, wenn m eine negative Zahl ist, und, wenn m eine positive Zahl ist, nur dann, wenn $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$, dagegen wird A negativ, wenn m positiv und $< \sqrt[3]{v'v''^2}$ ist. Eben so geht aus der dritten Gleichung (1. d) der Ziffer X., welche

$$B = \tfrac{1}{2}T\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v''^2}{v^2 m}\right) = \tfrac{1}{2}T.\frac{v'}{v^2}\left(1 - \frac{v''^2}{v'm}\right)$$

ist, hervor, dass B jedesmal positiv wird, wenn m eine negative Zahl ist, aber, wenn m positiv ist, nur so lange als es $> \frac{v''^2}{v'}$ ist, dagegen wird B negativ, wenn m positiv und $< \frac{v''^2}{v'}$ ist. Fasst man diese Grössenverhältnisse von A und B zusammen, so ergibt sich aus ihnen:

α) dass A und B nie entgegengesetzte Vorzeichen annehmen können, wenn m negativ ist, und bei einem positiven m nur dann, wenn entweder $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$ und zugleich $m < \frac{v''^2}{v'}$ ist, in welchem Falle A positiv, B negativ wird, oder wenn $m < \sqrt[3]{v'v''^2}$ und zugleich $m > \frac{v''^2}{v'}$ ist, in welchem Falle A negativ, B positiv wird;

β) dass A und B jedesmal einerlei Vorzeichen und zwar das + annehmen, wenn m negativ ist, wenn aber m positiv ist, nur dann, wenn entweder $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$ und zugleich $m > \frac{v''^2}{v'}$ ist, in welchem Falle A und B beide das Vorzeichen + erhalten, oder wenn $m < \sqrt[3]{v'v''^2}$ und zugleich $m < \frac{v''^2}{v'}$ ist, in welchem Falle A und B beide das Vorzeichen — annehmen.

Da nun entgegengesetzte Vorzeichen von A und B zu der einen oder andern Art von den in Ziffer XVI. angezeigten Hyperbeln führen, gleiche Vorzeichen von A und B aber jedesmal Anlass zur Ellipse geben, so können wir die in $\alpha$) und $\beta$) hervorgehobenen Verhältnisse mit andern Worten so aussprechen;

$\alpha^*$) In einaxigen Krystallplatten können Hyperbeln nur dann entstehen, wenn m positiv ist, und entweder sowohl $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$ wie auch $m < \frac{v''^2}{v'}$ ist, oder sowohl $m < \sqrt[3]{v'v''^2}$, wie auch $m > \frac{v''^2}{v'}$ ist.

$\beta^*$) In einaxigen Krystallplatten können Ellipsen jedesmal entstehen, wenn m negativ ist und bei einem positiven m nur dann, wenn entweder sowohl $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$ wie auch $m > \frac{v''^2}{v'}$ oder wenn sowohl $m < \sqrt[3]{v'v''^2}$ wie auch $m < \frac{v''^2}{v'}$ ist.

Bringen wir jetzt diese Verhältnisse mit dem zweiten Verhalten in Verbindung, indem wir positive und negative Krystalle von einander unterscheiden, weil diesem Verhalten gemäss, bei positiven Krystallen, in welchen $v'' < v'$ ist, immer $\frac{v''^2}{v'} < v''$ ist, hingegen bei negativen Krystallen, in welchen $v'' > v'$ ist, immer $\frac{v''^2}{v'} > v''$ ist, so dass bei jenen nie $\frac{v''^2}{v'} > v''$, bei diesen nie $\frac{v''^2}{v'} < v''$ seyn, und desshalb bei ersteren die erste in $\alpha^*$), so wie die zweite in $\beta^*$) niedergelegte Bedingung von selber wegfällt, bei negativen Krystallen dagegen die zweite in $\alpha^*$), so wie die erste in $\beta^*$) niedergelegte, so können wir die in diesen beiden Buchstaben beschriebenen Verhältnisse mit grösserer Bestimmtheit so aussprechen:

*Drittes Verhalten. Hyperbeln sind nie mit einem negativen Werth von* m *vereinbar, und bei einem positiven Werth vom* m *können sie in positiven Krystallplatten nur dann entstehen, wenn* $m < \sqrt[3]{v'v''^2}$ *ist, in negativen Krystallen nur, wenn* $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$ *ist, indem die Bedingung* $m > \frac{v''^2}{v'}$ *bei jenen, die* $m < \frac{v''^2}{v'}$ *bei diesen sich immer schon von selbst versteht.*

*Viertes Verhalten. Ellipsen können in positiven, wie in negativen Krystallen jedesmal entstehen, wenn* m *negativ ist; bei einem positiven* m *aber in positiven Krystallen nur dann, wenn* $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$, *in negativen Krystallen nur, wenn* $m > \sqrt[3]{v'v'^2}$ *ist, indem auch hier wieder die andere Bedingung* $m > \frac{v''^2}{v'}$ *bei jenen, die* $m < \frac{v''^2}{v'}$ *bei diesen sich schon von selber versteht, in allen Fällen muss also bei Ellipsen* m *zwischen* $v'$ *und* $\sqrt[3]{v'v''^2}$ *liegen. Uebrigens kann man hier noch bemerken, dass Grenzbedingungen für positive Werthe von* m *mit entgegengesetztem Vorzeichen genommen, zugleich auch Grenzbedingungen für die negativen Werthe von* m *werden und umgekehrt, wie daraus erhellet, dass mögliche Werthe von* m *aus der Gleichung* $m^2 = v''^2 \sin^2.a + v'^2 \cos^2.a$ *immer nur paarweise von gleicher Grösse und entgegengesetztem Vorzeichen gefunden werden.*

Weil $\sqrt[3]{v'v''^2}$ stets zwischen $v'$ und $v''$ liegt und also die Bedingung $m < \sqrt[3]{v'v''^2}$ nie den grössern dieser beiden Werthe für m zulässt, so wie die Bedingung $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$ nie den kleinern von jenen beiden Werthen zulässt, so folgt aus den letzten zwei Verhalten noch das nachstehende mit grosser Leichtigkeit:

*Fünftes Verhalten. Wenn in einaxigen Krystallplatten Hyperbeln entstehen, so kann bei ihnen* m *nie den Werth* $v'$ *erreichen, und wenn in den Krystallplatten Ellipsen entstehen, so kann bei ihnen* m *nie den Werth* $v''$ *erreichen, und zwar ist es hierbei ganz gleichgültig, ob die Platten aus positiven oder negativen Krystallen geschnitten worden sind. Und weil die Gleichung*

$$m^2 = v''^2 \sin^2 a + v'^2 \cos^2 a$$

*für* m *immer zwei gleiche und entgegengesetzte Werthe liefert, so ist, wenn ein positiver Werth von* m *nicht erreicht werden kann, auch derselbe negativ genommen unmöglich, so dass bei Ellipsen* m *auch nie die Grenze* $-v''$ *erreichen kann.*

XVIII. Nun können wir an die für unsern Gegenstand werthvollste Aufgabe schreiten, obschon sie zu lauter negativen Resultaten führt, weil gerade aus diesen die möglichen in einaxigen Krystallplatten entstehenden Helligkeitscurven sich erkennen lassen. Der Ausdruck (1. b) Ziffer XV. hat uns das Quadrat der längs der Hauptnormalebene liegenden Halbaxe einer Mittelpunktscurve in der Grösse $\dfrac{\Theta \frac{v'}{T} - C}{A}$ gegeben, und eben so der Ausdruck (1. b) Ziffer XVI. das Quadrat der auf der Hauptnormalebene senkrecht stehenden Halbaxe in der Grösse $\dfrac{\Theta \frac{v'}{T} - C}{B}$. Dividirt man die letztere Grösse durch die vorige, so erhält man $\frac{A}{B}$; bezeichnet man daher diesen letztern Quotienten durch Q und setzt man in ihm für A und B ihre aus den Gleichungen (1. d) Ziffer X. genommenen Werthe, so findet man

$$Q = \frac{v'(m^3 - v'v''^2)}{m^2(v'm - v''^2)} \qquad (1. a)$$

und es stellt Q das Verhältniss vor, in welchem das Quadrat der auf der Hauptnormalebene senkrechten Halbaxe zu dem der mit dieser Ebene parallelen Axe steht. Wir wollen uns nun die Frage vorlegen, bei welchem Schnitt der Krystallplatten dieser Quotient einen grössten oder kleinsten Werth annimmt, welches bekanntlich dann geschieht, wenn seine nach a genommene Ableitung null wird, also wenn

$$(1.\ b) \qquad -\frac{v'v''^2(m^3-3v'^2m+2v'v''^2)\,\partial m}{m^3(v'm-v''^2)^2}=0$$

ist, worin sich das Ableitungszeichen $\partial$ auf die Grösse a bezieht; aus $m^2=v''^2\sin^2.a+v'^2\cos^2.a$ aber findet man durch Ableiten nach a

$$m\partial m=(v''^2-v'^2)\sin.a\cos.a\,,$$

woraus sich ergibt

$$\partial m=\frac{(v''^2-v'^2)\sin.a\cos.a}{m},$$

und hierdurch geht die Gleichung (1. b) über in:

$$(1.\ c) \qquad \frac{v'v''^2(v''^2-v'^2)\sin.a\cos.a\,(m^3-3v'^2m+2v'v''^2)}{m^4(v'm-v''^2)^2}=0.$$

Da nun in doppeltbrechenden Krystallen weder $v'$, $v''$, $v''^2-v'^2$ noch m oder $v'm-v''^2$ je null werden können, so zerfällt diese letzte Gleichung in die folgenden zwei:

$(2.\ a)$ entweder $\sin.a\cos.a=0$ oder $m^3-3v'^2m+2v'v''^2=0$.

Der ersten von diesen zwei Bedingungen wird genügt durch

$$(2.\ b) \qquad a=0^0 \quad \text{oder} \quad a=90^0,$$

und aus der zweiten findet man

$$(2.\ c)\ m=\sqrt[3]{(-v'v''^2+v'(v''^4-v'^4)^{\frac{1}{2}})}+\sqrt[3]{(-v'v''^2-v'(v''^4-v'^4)^{\frac{1}{2}})}.$$

Setzt man in der Gleichung (1. a) $a=0$, was $m=\pm v'$ zur Folge hat, so gibt der positive Werth von m

$$(3.\ a) \qquad Q=+1$$

und zeigt damit an, dass A und B einerlei Vorzeichen haben, dass also dieser Fall Ellipsen angehört, in welchen jene beiden Halbaxen einander gleich sind, die sonach in einen Kreis übergehen. Wollte man für m den negativen Werth $-v'$ setzen, so fände man $Q=-1$, und diess gäbe zu erkennen, dass die Curve in diesem Falle eine Hyperbel werden müsste; weil aber dem in voriger Ziffer aufgefundenen dritten Verhalten zur Folge Hyperbeln nie mit einem negativen Werth von m verträglich sind, so haben wir diesen zweiten Werth von Q als einen unmöglichen auf der Seite liegen zu lassen. Setzt man hierauf a $= 90^0$, was m $= \pm v''$ zur Folge hat, so gibt der positive Werth von m

$$Q = -\frac{v'}{v''}, \qquad (3.\ b)$$

und zeigt damit an, dass hier A und B entgegengesetzte Vorzeichen besitzen, dass also dieser Fall Hyperbeln angehört. Wollte man m $= -v''$ setzen, so fände man $Q = +\frac{v'}{v''}$ und diess gäbe zu erkennen, dass in diesem Falle Ellipsen sich zeigen müssten; weil aber bei Ellipsen m den Werth $v''$ nie erreichen, und darum auch den $-v''$ nie annehmen kann, dem in voriger Ziffer angegebenen fünften Verhalten gemäss, so muss auch dieser Fall als ein unmöglicher zur Seite gelegt werden. Setzt man endlich den aus der hintern Bedingung (2. a) für $m^3$ sich ergebenden Werth in den Zähler der Gleichung (1. a) ein, so findet man:

$$Q = 3\frac{v'^2}{m^2}, \qquad (3.\ c)$$

und da dieser Werth von Q für jedes mögliche m eine wesenlich positive Zahl ist, so folgt hieraus, dass alle in der hintern Bedingung (2. a) enthaltenen Fälle, falls sie einen reellen Inhalt haben, immer nur auf Ellipsen sich beziehen können.

Wollte man auch an der Hand der Differentialrechnung zusehen, welche von den verschiedenen Werthen von Q grösste und welche kleinste werden, so bliebe doch bei jeder dieser Wurzeln immer noch zu untersuchen übrig, ob sie auch einem möglichen Winkel a entspreche; man kann sich indessen gleich von vornherein überzeugen, dass keine von den reellen Wurzeln der hintern Gleichung (2. a) einen möglichen

Werth a zur Folge haben könne. Sucht man nämlich, um den Sturm'schen Satz in Anwendung bringen zu können, zwischen dem Ausdruck $m^3 - 3v'^2 m + 2v'v''^2$, den wir X nennen werden, und zwischen dessen Ableitung $3m^2 - 3v^2$, die X' heissen mag, (wofür man auch $m^2 - v'^2$ setzen kann, weil bei diesem Geschäfte jeder stets positive Factor weggeworfen werden kann) nach Art der Auffindung eines gemeinschaftlichen Factors die Reste auf, welche im Verlaufe dieser Handlung jedoch stets mit entgegengesetzten Vorzeichen genommen werden müssen, und die wir so durch X'' und X''' bezeichnen werden, so erhält man:

$$(4.\ a)\qquad m^3 - 3v'^2 m + 2v'v''^2 = X,\ m^2 - v'^2 = X',$$
$$v'm - v''^2 = X'',\ v'^2 - v''^2 = X'''.$$

Setzt man nun in die Ausdrücke X, X', X'', X''' für m erstlich die besondern Werthe $-v'$ und $-\sqrt[3]{v'v''^2}$, so findet man bei $m = -v'$

$$(4.\ b)\qquad X = +2v'^3 + 2v'v''^2,\ X' = 0,$$
$$X'' = -(v'^2 + v''^2),\qquad X''' = v'^2 - v''^2$$

und bei $m = -\sqrt[3]{v'v''^2}$

$$(4.\ c)\qquad X = 3v'^2\sqrt[3]{v'v''^2} + v'v''^2,\ X' = \sqrt[3]{v'^2v''^4} - v'^2,$$
$$X'' = -v'\sqrt[3]{v'v''^2} - v''^2,\ X''' = v'^2 - v''^2.$$

Von den erstern besondern Werthen von X, X', X'', X''' wird der erste immer positiv, der dritte immer negativ und der vierte positiv oder negativ, je nachdem $v' > v''$ oder $v' < v''$ ist, d. h. je nachdem man es mit einem positiven oder negativen Krystall zu thun hat. Diese Eigenthümlichkeit stellen wir so dar:

$$\begin{array}{r|cccc} & X, & X', & X'', & X''' \\ \hline m = -v': & + & 0 & - & \pm \end{array}$$

wo von den doppelten Vorzeichen das obere stets bei positiven, das untere bei negativen Krystallen genommen werden muss. Was die letztern besondern Werthe von $X$, $X'$, $X''$, $X'''$ betrifft, so ist der erste stets positiv, der dritte stets negativ, der vierte, wie schon bemerkt, positiv oder negativ, je nachdem man es mit einem positiven oder negativen Krystall zu thun hat, und der zweite ist negativ oder positiv, je nachdem er sich auf einen positiven oder negativen Krystall bezieht, wovon man sich leicht überzeugen kann; denn man kann dieses $X'$ auch so schreiben: $v'v''\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} - v'^2$, ist also der Krystall ein positiver, in welchem $v' > v''$ ist, so ist bei ihm $\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} < 1$ und in Folge $v''\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} < v''$ und um so mehr $v''\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} < v'$, somit $v'v''\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} < v'^2$, und also $\sqrt[3]{v'^2 v''^4} - v'^2$ stets negativ, ist aber der Krystall ein negativer, in welchem stets $v' < v''$ ist, so ist bei diesem stets $\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} > 1$ und in Folge $v''\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} > v''$ und um so mehr $v''\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} > v'$, somit $v'v''\sqrt[3]{\frac{v''}{v'}} > v'^2$, und also $\sqrt[3]{v'^2 v''^4} - v'^2$ stets positiv. Diese Eigenthümlichkeit der letztern besondern Werthe von $X$, $X'$, $X''$, $X'''$ stellen wir so dar:

$$m = -\sqrt[3]{v'v''^2}:\ \begin{array}{cccc} X, & X', & X'', & X''', \\ \hline +, & \mp, & -, & \pm \end{array}$$

wo wieder bei doppelten Vorzeichen das obere den positiven, das untere den negativen Krystallen entspricht. Positive Krystalle theilen sonach den Ausdrücken $X$, $X'$, $X''$, $X'''$ für $m = -v'$ *zwei* Abwechselungen mit und eben so viele für $m = -\sqrt[3]{v'v''^2}$; negative Krystalle hingegen geben denselben Ausdrücken bei $m = -v'$, sowohl wie bei $m = -\sqrt[3]{v'v''^2}$ *nur eine* Abwechselung, woraus folgt, dass bei positiven wie bei negativen Krystallen nie eine reelle Wurzel zwischen $-v'$ und $-\sqrt[3]{v'v''^2}$ liegt, und dann zieht das in der vorigen Ziffer erwiesene Verhalten nach sich, dass diese negative Wurzel nie auf einen reellen Werth von a hinführt, sonach *dass in keiner Krystallplatte das in* (3. c) *mitgetheilte, zu dieser negativen Wurzel gehörige Grösste oder Kleinste sich je verwirklichen kann.*

Setzen wir jetzt noch in die Gleichungen (4. a) an die Stelle von m einmal $v'$ und ein andermal $\sqrt[3]{v'v''^2}$, so werden sie bei $m = v'$:

$$X = -2v'^3 + 2v'v''^2,\quad X' = 0,\quad X'' = v'^2 - v''^2,\quad X''' = v'^2 - v''^2$$

und bei $m = \sqrt[3]{v'v''^2}$:

$$X = -3v'^2\sqrt[3]{v'v''^2} + 3v'v'',\quad X' = \sqrt[3]{v'^2v''^4} - v'^2,$$

$$X'' = v'\sqrt[3]{v'v''^2} - v''^2,\qquad X''' = v'^2 - v''^2,$$

und hieraus ergeben sich ganz in der gleichen Weise eine zuvor die beiden folgenden Schemata:

$$\begin{array}{r|cccc} & X, & X', & X'', & X''' \\ \hline m = v', & \mp, & 0, & \pm, & \pm \end{array}$$

und

$$\begin{array}{r|cccc} & X, & X', & X'', & X''' \\ \hline \text{bei } m = \sqrt[3]{v'v''^2} & \mp, & \mp, & \pm, & \pm \end{array},$$

welche beide sowohl in positiven, als in negativen Krystallen und eben so an der Grenze, wo $m = v'$, wie an der, wo $m = \sqrt[3]{v'v''^2}$ ist, immer nur eine einzige Abwechselung aufweisen und dadurch zeigen, dass in positiven Krystallen so wenig, wie in negativen zwischen $v'$ und $\sqrt[3]{v'v''^2}$ eine reelle Wurzel liegen kann. Dann aber sagt das in voriger Ziffer aufgefundene vierte Verhalten aus, *dass auch die positiven Wurzeln der hintern Gleichung* (2. a) *in keiner möglichen Krystallplatte Grösste oder Kleinste von der in* (3. c.) *angegebenen Art verwirklichen können.*

Die in (3. a) und (3. b) für Q erhaltenen Grössen sind offenbar blos Grenzwerthe, nicht eigentliche Grösste oder Kleinste, und die so eben beendigte Untersuchung hat gezeigt, dass es neben diesen auch keine andern grösste oder kleinste Werthe von Q gebe. Hieraus nun lässt sich in Betreff der möglichen in einaxigen Krystallplatten stattfindenden Uebergänge der Formen der Interferenzerscheinungen das folgende mit aller Sicherheit behaupten. Da der in (1. a) enthaltene Quotient Q offenbar null wird an der Stelle, wo $m^3 = v'v''^2$ ist, d. h. in Platten, worin Parabeln sich zeigen, und in keinen andern Platten Q grösste oder kleinste Werthe erhält, so muss Q von den beiden Grenzen (3. a) und (3. b) aus, welche den Werthen $a = 0^0$ und $a = 90^0$ entsprechen, nach dem durch die Gleichung (2. b) Ziffer XI. gegebenen, der Parabel entsprechenden Werth von a hin, der Quotient Q d. h. das Verhältniss des Quadrats des auf der Hauptnormalebene senkrechten Durchmessers der Mittelpunktscurve zu dem Quadrat des mit der Hauptnormalebene parallelen Durchmessers der Null stets näher rücken, auf der einen Seite durch lauter positive Werthe, auf der andern Seite durch lauter negative Werthe hindurch, bis es zuletzt in der Parabelplatte in Null wirklich übergeht. *Es können sich mithin in keiner Platte Ellipsen bilden, deren auf der Hauptnormalebene senkrechte Axe grösser als die mit dieser Ebene parallele Axe wäre, und eben so wenig können je in einer Platte Hyperbeln entstehen, in welchen das Verhältniss zwischen den Quadraten der grossen und kleinen Axe mit positivem Vorzeichen genommen, den Quotienten* $\frac{v'}{v''}$ *oder* $\frac{v''}{v'}$ *überschreiten könnte, jenen bei den Hyperbeln der ersten Art, diesen bei den Hyperbeln der zweiten Art.*

XIX. Bevor wir den mit den Formen der Helligkeitscurven sich beschäftigenden Theil dieser Abhandlung beschliessen, müssen wir noch eine hierauf bezügliche Stelle näher in's Auge fassen. Der Umstand nämlich, dass unsere bisherigen Betrachtungen die Unmöglichkeit der Entstehung von geradlinigen Interferenzstreifen in einer einzigen einaxigen Krystallplatte ausser allen Zweifel gestellt haben, und dass doch dergleichen geradlinige Streifen erfahrungsmässig in manchen solchen Platten wahrgenommen werden, ist nur dann mit den Gesetzen der Logik vereinbar, wenn wir annehmen, dass unsere Sinne für gerade halten, was blos annähernd gerade ist. Um auch diesen Punkt noch in's Klare zu bringen, wollen wir untersuchen, unter welchen Umständen die im Gesichtsfelde liegenden Helligkeitscurven den geringsten Grad der Krümmung haben müssen. Zuvörderst springt in die Augen, dass diess nur solche Curven seyn können, deren Mittelpunkt weit ausserhalb der Mitte des Gesichtsfeldes liegt, weil ausserdem ihre Krümmung in die Sinne fallen muss. Stellen nun $\mu^2$ und $\nu^2$ die Quadrate der halben grossen und kleinen Axe einer Mittelpunktscurve vor, so ist bekanntlich $\frac{\nu^2}{\mu}$ der Krümmungshalbmesser dieser Curven, sie mag eine Ellipse oder Hyperbel seyn, an den Stellen, wo ein Endpunkt ihrer grossen Axe hinfällt, welche Stellen gerade die sind, die in der Richtung der Hauptnormalebene liegen, und eben darum in einem Durchmesser des Gesichtsfeldes dem Auge sich darbieten. Diesem Krümmungshalbmesser können wir zunächst auch in der Form $\frac{\nu^2}{\mu^2} . \mu$ schreiben und dann hierfür

$$Q . E$$

setzen, weil Q im Sinne der vorigen Ziffer das Verhältniss des Quadrats der halben kleinen Axe zum Quadrat der halben grossen Axe also $\frac{\nu^2}{\mu^2}$ bezeichnet, und E im Sinne der Ziffer X. den Abstand des Curvenmittelpunktes von der Mitte des Gesichtsfeldes also $\mu$ vorstellt, wenn wir die Curve vor Augen haben, welche durch die Mitte des Gesichtsfeldes hindurch läuft. Setzen wir für Q und E ihre in den angezeigten Ziffern mitgetheilten Werthe, so finden wir den Krümmungshalbmesser der Curven zunächst der Mitte des Gesichtsfeldes gegeben durch den Ausdruck:

$$\frac{1}{2} \frac{v\,(v''^2 - v'^2) \sin . 2a}{m\,(v'm - v''^2)},$$

aus welchem sich die verschiedenen Krümmungsverhältnisse der im Gesichtsfelde wahrnehmbaren Helligkeitscurven ableiten lassen müssen. Um hier möglichst kurz zu werden, kann man bemerken, dass da m stets zwischen $v'$ und $v''$ liegen bleibt, und $v'$ und $v''$ in allen bekannten doppeltbrechenden Krystallen nur sehr wenig von einander verschieden sind und zudem nie der Null sehr nahe zu liegen kommen, so wird dieses m im Nenner nur zu Aenderungen von verhältnissmässig sehr geringem Umfange Anlass geben können, zumal aus den in Ziffer XVII. angeführten Verhalten hervorgeht, dass $v'm - v''^2$ nie null werden kann. Es hängt also die Grösse des Krümmungshalbmessers der im Gesichtsfelde wahrgenommenen Stellen der Curven hauptsächlich von der Grösse des in obigem Ausdrucke vorkommenden Zählers ab, und dieser wird offenbar am grössten, wenn $2a = 90^0$ oder $a = 45^0$ ist. Es werden also die den geradlinigen am meisten sich annähernden Streifen in solchen Platten entstehen, deren Oberflächen einen Winkel von $45^0$ mit der optischen Axe machen, und diess stimmt mit der Erfahrung vollkommen überein.

XX. Wir wollen nun noch einen besondern Fall in Betrachtung ziehen, der deswegen von ungewöhnlich hohem Interesse ist, weil er in der Experimentirkunst am häufigsten zum Vorschein kommt. In den gewöhnlichen Polarisationsapparaten nämlich, wo das vordere und hintere Polarisationsmittel keine grosse Ausdehnung haben, und zugleich weit von einander abstehen, kommen nur fast parallele, den beiden Polarisationsmitteln ausgesetzt gewesene Lichtstrahlen in's Auge, und aus dieser Besonderheit werden Modificationen in der Erscheinung hervorgehen müssen, die wir jetzt noch kennen lernen wollen. Unter den angegebenen Umständen bewegen sich alle doppelt polarisirten Lichtstrahlen fast ganz genau in der Richtung der Axe des Polarisationsinstruments. Fände der Parallelismus aller Strahlen mit der Axe des Instruments in voller Strenge statt, so wären alle Werthe i in der Gleichung

(5) der Ziffer VII. völlig constant, in welcher Stellung auch die Krystallplatte diesen Strahlen dargeboten werden möchte, und alle Einfallsebenen wären unter sich parallel und bildeten deswegen mit der Hauptnormalebene einen und denselben Winkel $\omega$; wenn aber i und $\omega$ in jener Gleichung unveränderliche Werthe annehmen, so ist deren ganze rechte Seite bei einer bestimmt gegebenen Krystallplatte eine durchaus gegebene Grösse, und sie gibt für $\Theta$ einen einzigen, gänzlich bestimmten Werth, der aus einer bestimmt gegebenen ganzen Zahl $a$ und aus einem bestimmt gegebenen echten Bruche $\eta$ zusammengesetzt seyn wird. Wird der so erhaltene echte Bruch $\eta$ in die Näherungsgleichung (2. b) der Ziffer XIII. eingesetzt, so gibt er für $A^2$ einen nur mit der Stellung der beiden Polarisationsebenen gegen einander und der Hauptnormalebene zu ihnen veränderlichen Werth und sagt damit aus, dass in der Platte keine Interferenzfiguren sich mehr zeigen, sondern dass sie mit einem gleichförmigen Lichte überzogen erscheint, das nur mit der Stellung ihrer Hauptnormalebene zu den Polarisationsebenen, so wie mit der Stellung dieser zu einander sich ändert.

Da indessen der genaue Parallelismus aller Strahlen mit der Axe des Polarisationsinstruments in der Wirklichkeit nie herbeigeführt werden kann, so wollen wir noch den Einfluss einer geringen Abweichung davon auf die Erscheinung untersuchen, um die Mittel, sie in grösster Vollkommenheit hervorzurufen, kennen zu lernen. Es sey zu diesem Ende $\beta$ der Winkel, den die Axe des Instruments mit der Normale zur Platte macht, und $\delta\beta$ die sehr kleine Aenderung dieses Winkels, wie sie der Richtung von einer Anzahl einfallender Strahlen entspricht. Ferner sey $\gamma$ der Winkel, den die Einfallsebene der mit der Axe des Instruments genau parallelen Lichtstrahlen mit der Hauptnormalebene der Platte macht, und $\delta\gamma$ sey die sehr kleine Aenderung in diesem Winkel, wie sie den um $\delta\beta$ vom strengen Parallelismus abweichenden Strahlen entspricht, so ist für diese:

$$\sin.i = \sin.(\beta + \delta\beta),\ \sin.\omega = \sin.(\gamma + \delta\gamma),\ \cos.\omega = \cos.(\gamma + \delta\gamma),$$

wofür man auch, weil $\delta\beta$ und $\delta\gamma$ äusserst kleine Grössen sind, setzen kann:

$$\sin.i = \sin.\beta + \delta\beta\cos.\beta,\ \sin.\omega = \sin.\gamma + \delta\gamma\cos.\gamma,$$
$$\cos.\omega = \cos.\gamma - \delta\gamma.\sin.\gamma.$$

Setzt man diese Werthe von sin.i, sin.$\omega$ und cos.$\omega$ in die Gleichung (5) der Ziffer VII. und nennt man $\delta\Theta$ die Aenderung, welche der Werth von $\Theta$ durch diesen nicht ganz genauen Parallelismus der Strahlen erfährt, so gibt diese Gleichung $\Theta + \delta\Theta$ her, während sie $\Theta$ gibt, wenn man in ihr blos sin.$\beta$, sin.$\gamma$, cos.$\gamma$ für sin.i, sin.$\omega$, cos.$\omega$ setzt; man findet also diese Aenderung von $\Theta$ oder $\delta\Theta$, wenn man diese letzte Gleichung von der zuvor erhaltenen abzieht. So erhält man die Glieder der zweiten Dimension in Bezug auf $\delta\beta$ und $\delta\gamma$ vernachlässigend:

$$\left.\begin{aligned}\delta\Theta = T\Big[&\tfrac{1}{2}\frac{\iota''^2-\iota'^2}{\iota m^2}\sin.2a(\delta\beta.\cos.\beta\cos.\gamma - \delta\gamma\sin.\beta\sin.\gamma)\\ &-\tfrac{1}{2}\delta\beta.\sin.2\beta\left(\frac{\iota'^2}{\iota^2}-\frac{\iota''^2}{\iota^2 m}\sin^2.\gamma-\frac{\iota'^2\iota''^2}{\iota^2 m^3}\cos^2.\gamma\right)\\ &-\tfrac{1}{2}\delta\gamma\sin.2\beta\sin.2\gamma\left(\frac{\iota''^2}{\iota^2 m}-\frac{\iota'^2\iota''^2}{\iota^2 m^3}\right)\Big],\end{aligned}\right\} \quad (1)$$

und hieraus geht hervor, dass die Aenderung von $\Theta$ einestheils von der Grösse der Aenderungen $\delta\beta$ und $\delta\gamma$, die der Nichtparallelismus der Lichtstrahlen hervorruft, in hohem Grade abhängt, anderntheils aber auch und zwar in noch höherm Grade von der Grösse T, wodurch die Dicke der Krystallplatte bezeichnet worden ist; man wird also die zuvor gefundene gleichförmige Helligkeit der ganzen Platte um so weniger beeinträchtigen, je mehr man für den möglichst genauen Parallelismus sämmtlicher Lichtstrahlen Sorge trägt, und in noch grösserm Masse dadurch, dass man zu dergleichen Versuchen möglichst dünne Platten nimmt. Daher kommt es auch, dass man zu diesen Versuchen vorzugsweise solche Krystalle auswählt, die sich von Natur in lauter Blätter spalten, weil so sich dünnere als auf jedem andern Wege erhalten lassen.

Hierbei pflegt man, um der Platte verschiedene Stellungen zur Axe des Polarisationsinstrumentes geben zu können, eine solche Einrichtung zu treffen, dass sich dieselbe um eine senkrecht auf ihrer Hauptnormalebene stehende Gerade, welche senkrecht gegen die Axe des Polarisationsinstruments gestellt ist, drehen lässt. In diesem Falle bleibt die Normale zur Platte und zugleich auch die optische Axe mit der Axe des Instruments stets in der gleichen Ebene liegen, so dass die Einfallsebenen aller mit der Axe des Instruments parallelen Strahlen mit der Hauptnormalebene der Platte den Winkel $0^0$ oder $180^0$ machen, also in jedem Falle $\sin^2.\gamma = 0$ und $\cos^2.\gamma = 1$, so wie auch $\sin.2\gamma = 0$ wird. Bei dieser besondern Anordnung des Apparates erhält man folglich aus der Gleichung (5) der Ziffer VII.

$$(2.\ a)\qquad \Theta = T\left[\frac{1}{m} - \frac{1}{v'} \pm \frac{1}{2}\,\frac{v''^2 - v'^2}{v m^2}\sin.2a\sin^2.\beta + \frac{1}{2}\sin.\beta\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v'^2 v''^2}{v^2 m^3}\right)\right]$$

und die eben erhaltene Gleichung (1) wird:

$$(2.\ b)\qquad \delta\Theta = T\left[\pm\frac{1}{2}\,\frac{v''^2 - v'^2}{v m^2}\sin.2a.\cos.\beta.\delta\beta - \frac{1}{2}\delta\beta.\sin.2\beta\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v'^2 v''^2}{v^2 m^3}\right)\right].$$

Diese Ausdrücke werden in besondern Platten noch viel einfacher. Stehen z. B. die Oberflächen der Platte senkrecht zur optischen Axe, wo dann $\sin.2a = 0$ und $m = v'$ wird, so nehmen die beiden vorstehenden Gleichungen die Form an:

$$(3.\ a)\qquad \Theta = T.\frac{1}{2}\sin^2.\beta.\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v''^2}{v^2 v'}\right)$$

und

$$(3.\ b)\qquad \delta\Theta = -T.\frac{1}{2}\,\delta\beta\sin.2\beta\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v''^2}{v^2 v'}\right),$$

oder laufen die Oberflächen der Platte mit der optischen Axe parallel, in welchem Falle wieder $\sin.2a = 0$, dagegen $m = v''$ wird, so gehen jene Gleichungen über in:

$$(4.\ a)\qquad \Theta = T.\frac{1}{2}\sin^2.\beta\left(\frac{v'}{v^2} - \frac{v'^2}{v^2 v''}\right)$$

und

$$(4.\ b)\qquad \delta\Theta = -T.\tfrac{1}{2}\delta\beta\sin.2\beta\left(\frac{v''}{v'^2}-\frac{v''^2}{v'^2v'''}\right).$$

Stehen die Oberflächen der Platte senkrecht zur optischen Axe, in welchem Falle die Gleichungen (3. a) und (3. b) ihre Anwendung finden, und hat die Platte eine senkrechte Stellung zur Axe des Polarisationsinstrumentes erhalten, so ist $\beta = 0$ und dann liefern diese Gleichungen sowohl $\Theta = 0$ als auch $\delta\Theta = 0$, und sagen damit aus, dass diese Platten selbst in dem hier verfolgten hohen Grade der Annäherung vollkommen wirkungslos sind.

XXI. Nachdem wir die verschiedenen möglichen Formen der Helligkeitscurven in erschöpfender Weise auseinandergelegt haben, können wir nun noch den Grad der in ihnen vorhandenen Helligkeit auf viel kürzere Art ermitteln, wozu die in Ziffer VIII. und IX. vorgenommenen Untersuchungen alles Erforderliche an die Hand geben. Die in Ziffer VIII. aufgestellte Gleichung (6. c) lehrt die einem bestimmten Werth von $\Theta$ entsprechende Helligkeit an den verschiedenen Stellen der Curve vollkommen genau zu finden, und in der Ziffer IX. ist erwiesen worden, dass wir in dieser Gleichung $\chi = 0$ setzen dürfen, ohne einen andern Fehler zu begehen, als einen der zweiten Ordnung in Bezug auf sin.i, und dass wir bei diesem Grade der Annäherung den dortigen Gleichungen (3. b) zur Folge $\omega_1 + \mu$ und $\omega_1 + \mu - A$ an die Stelle von $\varphi_1$ und $\varphi_2$ setzen können, wodurch die eben angerufene Gleichung (6. c) wird:

$$A^2 = a^2\,[\cos^2.A - \sin.2(\omega_1+\mu)\sin.2(\omega_1+\mu-A)\sin^2.\pi\Theta]$$

wird, oder, wenn wir $\Theta$ in der Form $\alpha + \eta$ schreiben

$$A^2 = a^2\,[\cos^2.A - \sin.2(\omega_1+\mu)\sin.2(\omega_1+\mu-A)\cos^2.\pi\eta], \qquad (1)$$

worin $\omega_1$ das Azimuth der vordern Polarisationsebene zur Hauptnormalebene vorzustellen hat. Aber selbst diesen Grad der Genauigkeit haben wir doch mehr zur Aufklärung eines wissenschaftlichen Curiosums, als weil das Gros der Erscheinungen ihn schlechterdings verlangt, eingehalten und bis an's Ende verfolgt. Im Allgemeinen kann man bei Erscheinungen dieser Art schon die kleine Grösse $\mu$, welche von der ersten Ordnung in Bezug auf sin. i ist, wie die dortige Gleichung (3. a) aussagt, vernachlässigen, so lange wenigstens, als a nicht der Null nahe kommt, wo dann die Gleichung (1) übergeht in:

$$(2.\ a)\qquad \mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2[\cos^2. A - \sin. 2\omega_1 \sin. 2(\omega_1 - A)\sin^2.\pi\eta]$$

oder

$$(2.\ b)\qquad \mathrm{A}^2 = \mathrm{a}^2[\cos^2. A - \tfrac{1}{2}(\cos. 2A - \cos.(4\omega_1 - 2A))\sin^2.\pi\eta].$$

Auf dem gleichen Grade der Genauigkeit findet man diejenigen Werthe von $\omega$, welche die Helligkeit $\mathrm{A}^2$ zu einer grössten oder kleinsten machen, mittelst der schon in Ziffer IX. unter (5. e) angegebenen Gleichung:

$$(2.\ c)\qquad \omega_1 = \tfrac{1}{2}A + \tfrac{1}{4}a\pi,$$

wobei $a$ ein Repräsentant für jede ganze Zahl ist, und es ist unschwer einzusehen, dass diejenigen Werthe von $\omega_1$, wobei $a$ null oder eine gerade Zahl ist, grösste Helligkeiten liefern, jene hingegen, die zu einer ungeraden Zahl $a$ gehören, kleinste; denn in jenem Falle wird $\cos.(4\omega_1 - 2A) = +1$, in diesem aber wird $\cos.(4\omega_1 - 2A) = -1$. Die Helligkeitscurven erscheinen demnach in ihrem grössten Glanze, wenn die Krystallplatte im Apparate so liegt, dass ihre Hauptnormalebene mitten zwischen die beiden Polarisationsebenen nach der einen oder andern Seite hin fällt, oder um einen rechten Winkel davon abweicht; sie treten aber in ihrem geringsten Glanze auf, jedesmal wenn die Hauptnormalebene der Platte eine mittlere Stellung zwischen den so eben angezeigten Richtungen des grössten Glanzes einnimmt, und es lässt sich leicht aus der Gleichung (1) entnehmen, dass beim allmäligen Uebergang der Hauptnormalebene aus einer der Richtungen des grössten Glanzes in die ihr nächst liegende des geringsten Glanzes eine successive und stets gleichartige Abänderung der einen Erscheinung bis in die andere vor sich gehen müsse, so wie auch wenn die Hauptnormalebene aus einer der letztern Richtungen in eine der erstern ihr nächst anliegende übergeführt wird.

Eine Ausnahme von dieser allgemeinen Regel machen in gewisser Weise jene Krystallplatten, deren Oberflächen senkrecht zur optischen Axe stehen. Diese haben unzählig viele Hauptnormalebenen, weil bei ihnen die optische Axe zugleich auch die Normale zur Platte ist, und desshalb jede Einfallsebene immer auch eine Hauptnormalebene der Platte wird, und diese vielen Hauptnormalebenen ändern ihre Richtung nicht, wenn schon die Platte um die Axe der Erscheinung gedreht wird. Während bei andern Platten der Winkel $\omega_1$ sich stets ändert, wenn die Platte um ihre Normale gedreht wird, bleibt er hier bei jeder Lage der Platte stets der gleiche, ändert sich dagegen von einer Einfallsebene zur andern ab. In den jetzigen Platten ändern sich daher die Helligkeitsverhältnisse auch nicht mehr wie bei den andern dadurch ab, dass die Platte um die Axe der Erscheinung oder um ihre Normale gedreht wird, dagegen verändern sie sich von einer Einfallsebene zur andern, d. h. von einer aus der Mitte des Gesichtsfeldes auslaufenden Richtung zur andern. Uebrigens bleiben die Richtungen des grössten und geringsten Glanzes hier völlig die gleichen wie dort, nur beziehen sie sich jetzt nicht mehr auf die Hauptnormalebene, weil es eine solche hier nicht mehr gibt, sondern auf die vielerlei Einfallsebenen oder auf die verschiedenen von der Mitte des Gesichtsfeldes auslaufenden Richtungen. Man findet hier nämlich den grössten Glanz in jenen Richtungen, die mitten zwischen den beiden Polarisationsrichtungen liegen, oder um 90° davon abstehen, und das wenigste Licht in den Richtungen, die mitten zwischen denen des grössten Glanzes liegen.

Setzt man in die Gleichung (2. a) für $\omega_1$ die den grössten Helligkeiten entsprechenden Werthe ein, so werden diese:

$$A^2 = a^2 \left[\cos^2. \mathcal{A} + \tfrac{1}{2}(1 - \cos. 2\mathcal{A}) \sin^2. \pi\eta\right] \qquad (3.\ a)$$

und setzt man in dieselbe Gleichung für $\omega_1$ die den geringsten Helligkeiten entsprechenden Werthe ein, so findet man für diese:

(3. b) $$A^2 = a^2 [\cos^2 . A - \tfrac{1}{2}(1 + \cos. 2A) \sin^2 . \pi\eta].$$

In den Gleichungen (2. a) oder (2. b) ist übrigens je nach der Grösse des in ihnen vorkommenden Winkels $A$ eine grosse Mannigfaltigkeit der Erscheinungen enthalten, wie jetzt noch an einigen Beispielen gezeigt werden soll. Ist nämlich erstlich $A = 0^0$ oder $A = 180^0$, d. h. laufen die beiden Polarisationsebenen parallel mit einander, so nehmen jene Gleichungen die folgende Gestalt an:

(4. a) $$A^2 = a^2 [1 - \sin^2 . 2\omega_1 \sin^2 \eta\pi];$$

ist aber zweitens $A = 90^0$, d. h. stehen die beiden Polarisationsebenen senkrecht auf einander, so werden sie:

(4. b) $$A^2 = a^2 \sin^2 2\omega_1 \sin^2 \eta\pi;$$

und ist endlich $A = 45^0$, d. h. machen die beiden Polarisationsebenen einen halben rechten Winkel mit einander, so liefern sie, weil $\cos. (4\omega_1 - 90^0) = \sin. 4\omega_1$ ist

(4. c) $$A^2 = \tfrac{1}{2} a^2 (1 + \sin. 4\omega_1 \sin^2 . \eta\pi].$$

Addirt man die Gleichungen (4. a) und (4. b) zu einander, so erhält man zur Summe $a^2$, und diess gibt zu verstehen, dass sich in diesen beiden Fällen die Helligkeiten der zu einerlei $\eta$ gehörigen Curven zu der constanten Grösse $a^2$ ergänzen, dass also die Erscheinungen bei senkrechten und bei parallelen Polarisationsebenen unter übrigens gleichen Umständen complementäre sind. *) Setzt man in der Gleichung

---

*) Es ist $a^2$ die Helligkeit des auf die Platte einfallenden Lichtes, begreiflicherweise jedoch nach Abzug des Verlustes, den es während seines Fortgangs bis zum Auge durch Trübung erleidet, welche von den Körpern, die es durchzieht, herrührt, und die von Seiten der Polarisationsmittel oft sehr beträchtlich ist.

(4. c) $\omega_1 + 45^0$ an die Stelle von $\omega_1$, und erwägt man, dass $\sin. 4(\omega_1 + 45^0) = -\sin. 4\omega_1$ ist, so verwandelt sie sich in:

$$A^2 = \tfrac{1}{2}a^2 [1 - \sin. 4\omega_1 \sin^2 \eta\pi], \qquad (4.\ d)$$

und da diese Gleichung zu der (4. c) addirt, bei einerlei Werth von $\eta$ zur Summe wieder $a^2$ gibt, so erkennt man hieraus, dass die derselben Helligkeitscurve entsprechenden, aber um 45° von einander verschiedenen Werthen von $\omega_1$ angehörigen Stellen eine complementäre Helligkeit besitzen, dass also complementäre Interferenzfiguren entstehen, wenn die beiden Polarisationsebenen unter 45° gegen einander gestellt werden, und zwar: in Platten, deren Oberflächen nicht senkrecht zur optischen Axe stehen, in je zwei Fällen, wo deren Hauptnormalebene eine um 45° verschiedene Lage eingenommen, oder mit andern Worten, wo die Platte eine Drehung von 45° um die Axe der Erscheinung erlitten hat; in Platten dagegen, deren Oberflächen senkrecht zur optischen Axe stehen, tritt in Folge der vorhin an diesen wahrgenommenen besondern Eigenthümlichkeit die complementäre Beschaffenheit der zu einerlei Curve gehörigen Stellen, ohne dass die Platte eine Lagenänderung erfährt, schon in einem und demselben Bilde ein, nämlich in je zwei von der Mitte des Gesichtsfeldes auslaufenden Richtungen, die um 45° von einander verschieden sind. Dieser letztere Umstand theilt den in senkrecht zur Axe geschnittenen Platten sichtbar werdenden Bildern, da wo die Polarisationsebenen einen Winkel von 45° mit einander einschliessen, die überraschende Eigenschaft mit, dass sie in 8 Sectoren zerfallen, die paarweise neben einander liegend complementäre Helligkeiten besitzen.

XXII. Es lassen sich aus den Intensitätsgleichungen gewisse allgemeine Eigenschaften der in Krystallplatten entstehenden Interferenzfiguren ableiten, von denen wir ein paar hier noch zur Sprache bringen wollen. Setzt man erstlich in die Gleichung (2. a) der vorigen Ziffer $\omega_1 \pm 90^0$ an die Stelle von $\omega_1$, so wird sie, weil $\sin. 2(\omega_1 \pm 90^0) = -\sin. 2\omega_1$

ist, und mit $\omega_1$ zugleich auch $\alpha$ sich um $\pm 90^0$ abändert, wenn ausser der vordern Polarisationsebene weder die Krystallplatte, noch die hintere Polarisationsebene ihre Lage ändert, also $\sin. 2\,(\omega_1 - A)$ dabei völlig umgeändert bleibt, hingegen $\cos. A$ in $\cos.\,(A \pm 90^0)$, welches gleich $\mp \sin. A$ ist, übergeht, die folgende Gestalt annehmen:

$$(1.\ a) \qquad A^2 = a^2\,[\sin^2. A + \sin. 2\omega_1 \sin. 2\,(\omega_1 - A) \sin^2. \eta\pi];$$

und da diese Helligkeit zu der in (2. a) der vorigen Ziffer enthaltenen addirt zur Summe $a^2$ gibt, so sieht man, dass wenn gleichzeitig zwei rechtwinklig auf einander polarisirte und gleich starke Lichter durch die Platte hindurchgehen und mittelst des hintern Polarisationsmittels in's Auge übergeführt werden, diese an jeder Stelle der Interferenzfigur sich zu $a^2$ ergänzen, so dass keine dieser Stellen sich von einer andern zu unterscheiden vermag und in Folge die Interferenzfigur selber zu existiren aufhören muss. Hieraus erklärt sich, warum zur Entstehung der Interferenzfiguren durchaus eine vorläufige Polarisation des auf die Platte fallenden Lichtes nach einer bestimmten Richtung erforderlich ist, und warum alle in Krystallplatten wahrzunehmenden Interferenzfiguren gänzlich verschwinden, so wie man aus dem zu ihrer Erzeugung dienenden Apparate das vordere Polarisationsmittel weglässt. Ist nämlich, wie man allgemein annimmt, im gewöhnlichen Tageslichte ein gleicher Antheil nach allen Richtungen hin polarisirten Lichtes vorhanden, so findet jedes nach einer bestimmten Richtung hin schwingende Licht einen gleichen Antheil solchen Lichtes, dessen Schwingungsrichtung senkrecht auf der vorigen steht, die Polarisationsebenen dieser beiden Antheile weichen also um 90° von einander ab, und aus diesem Grunde wird dem eben Gesagten gemäss die Fähigkeit des einen dieser beiden Antheile, seine Wirkungen in Figuren zu gruppiren, durch den andern Antheil gänzlich aufgehoben. *Weil nun das nichtpolarisirte Licht, selbst wenn es ein sogenanntes einfaches ist, als eine Summe von lauter solchen Paaren gleich starker und rechtwinklich auf einander polarisirter Lichtantheile* *angesehen werden muss, so verliert es eben dieses Umstandes halber ganz und gar die Fähigkeit, Interferenzfiguren zu erzeugen.*

Lassen wir die vordere Polarisationsebene und die Krystallplatte unverändert in ihrer Stellung liegen, drehen aber die hintere Polarisationsebene, bis sie ihre Lage um einen rechten Winkel abgeändert hat, so ändert diess in der Grösse $\omega_1$ nichts, die Grösse $A$ dagegen erleidet dadurch eine Veränderung von $\pm 90^0$; setzt man aber $A \pm 90^0$ an die Stelle von $A$ in die Gleichung (2. a) der vorigen Ziffer, so wird sie, weil $\cos.(A \pm 90^0) = \mp \sin.A$ und $\sin.2(\omega_1 - (A \pm 90^0)) = - \sin.2(\omega_1 - A)$ ist:

$$A^2 = a^2 [\sin^2 .A + \sin.2\omega_1 \sin.2(\omega_1 - A) \sin^2 .\eta\pi] \qquad (1.\ b)$$

also genau die gleiche, wie die in (1. a) erhaltene; es werden daher hier wie dort gleichliegende Punkte mit jenen, welche die in (2. a) der vorigen Ziffer enthaltene Erscheinung hergeben, complementäre Helligkeiten besitzen müssen. Hieraus folgt ganz allgemein, *dass zwei Interferenzbilder, von denen das eine bei einer beliebigen Lage der Platte und der beiden Polarisationsebenen zu einander, das andere bei der gleichen Lage der Platte und der vordern Polarisationsebene, aber einer um* 90<sup></sup>

Denken wir uns endlich in der Gleichung (2. b) der vorigen Ziffer den Winkel $A$ stets von derselben Grösse bleibend, für $\omega_1$ aber in dieselbe $A - \omega_1$ gesetzt, so bleibt sie, weil

$$\cos.[4(A - \omega_1) - 2A] = \cos.(-4\omega_1 + 2A) = \cos.(4\omega_1 - 2A)$$

ist, nach dieser Substitution doch noch völlig dieselbe, und diess beweist, *dass die Interferenzerscheinung, wie sie bei einer beliebigen Lage* *der beiden Polarisationsebenen zu einander und der Hauptnormalebene der Platte zu diesen sich zeigt, die gleiche bleibt, wenn an dem Apparate nichts geändert wird, als dass die Hauptnormalebene der Platte in die andere Lage gebracht wird, wobei sie mit der vordern Polarisationsebene einen Winkel macht, der den zuvor damit gemachten zu A ergänzt.* In diesem eben so allgemeinen wie niedlichen Satze liegt der Grund, warum die in Platten, deren Oberflächen senkrecht zur optischen Axe stehen, gebildeten Interferenzfiguren aus 4 symetrischen Quadranten zusammengesetzt sind, wenn die beiden Polarisationsebenen senkrecht auf einander stehen oder mit einander parallel laufen, und aus 8 symetrischen Octanten, wenn die beiden Polarisationsebenen einen Winkel von 45⁰· einschliessen.

XXIII. Es braucht jetzt kaum mehr bemerkt zu werden, dass alle in den zwei vorigen Ziffern besprochenen Eigenthümlichkeiten der Interferenzerscheinungen in Krystallplatten, welche den Grad ihrer Helligkeit angehen, ganz eben so auch bei jenen Erscheinungen stattfinden, von denen in Ziffer XX. die Rede war, und die aus einem eigens dazu eingerichteten Polarisationsapparate entspringen. Der ganze Unterschied zwischen ihm und dem bei Versuchen mit dicken Platten benützten liegt eigentlich blos darin, dass wo dieser eine Menge abwechselnder Reihen von verschieden erleuchteten Punkten sehen lässt, jener blos einige wenige Stellen von den gedachten Reihen dem Auge darbietet, die so nahe bei einander liegen, dass sich an ihnen weder eine Ungleichheit ihres Hellseins, noch ein besonderer Modus ihrer Anordnung erkennen lässt. Die Helligkeitsänderungen aber, welche von der Lage der beiden Polarisationsebenen gegen einander und der Hauptnormalebene der Platte zu ihnen abhängen, haben die beiderlei Apparate ganz in der gleichen Weise mit einander gemein, und in ersterem entspringen noch Veränderungen aus einer Drehung der Platte um eine auf der Axe des Instruments senkrechte Gerade, welche Drehung in gewisser Weise das vermittelt, was bei dem andern Apparate Folge des von allen Seiten her schief einfallenden Lichtes ist.

XXIV. Am Schlusse dieser Abtheilung müssen wir nun noch den Grund angeben, warum die bisher besprochenen Erscheinungen sich in Versuchen mit gewöhnlichen Tageslichte entweder gar nicht, oder doch nur in seltenen Fällen und dann noch in einer sehr abgeänderten Weise wahrnehmen lassen. Unsere Rechnung nämlich ist von der Voraussetzung ausgegangen, dass die Grössen $v$, $v'$ und $v''$ in obigen Formeln stets die gleichen Werthe besitzen, deswegen können die Rechnungsergebnisse nur dann in dem Versuche sich bewähren, wenn dieser mit lauter solchem Lichte angestellt wird, dessen Geschwindigkeiten in der Luft und im Krystall fortwährend die gleichen Masse einhält, was indessen weder bei dem gewöhnlichen Tageslichte, noch bei dem meisten aus andern Quellen herstammenden Lichte der Fall ist. Die von unserer Theorie mit aller wünschenswerthen Bestimmtheit vorausgesagten Erscheinungen werden jedoch genau mit den Versuchen übereinstimmen, wenn man sich dazu der Flamme von brennendem Weingeist, in dem zuvor Kochsalz aufgelöst worden ist, bedient, welche ein zwar schwaches und gelbes, aber doch zu allen diesen Versuchen sehr brauchbares Licht liefert. Um aber die Unbrauchbarkeit des meisten andern Lichts zu solchen Versuchen klar einsehen zu können, wird es nöthig, dass wir etwas weiter ausholen.

Newton, der grösste Physiker hienieden, wies zuerst nach, dass in dem Sonnenlichte verschiedene Bestandtheile, in bestimmten Verhältnissen unter einander verbunden, enthalten sind, die in unzähligen Abstufungen ein immer anderes Brechungsvermögen besitzen und sich schon dem blossen Auge durch ihre veränderte Färbung ankündigen. Trägt man diese Entdeckung über in die Sprache der Lichtwellentheorie, worin die verschiedene Brechung des Lichts auf die in Ziffer I. beschriebene Weise von der Ungleichheit seiner Geschwindigkeit, mit welcher es sich in dem durchsichtigen Körper fortbewegt, abhängig gemacht wird, so sagt sie aus, dass im Sonnenlichte, wie auch in den meisten andern Lichtern, sich Lichtwellen von unendlich verschiedenen Wellenlängen vorfinden, und dass die einer jeglichen Länge entsprechende Anzahl der Wellen ein bestimmtes, in den verschiedenen Lichtern wechselndes Verhältniss einhält. Während sich also unsere Rechnung auf unveränderliche Werthe von $v$, $v'$, $v''$ stüzt, zeigen sich in der Wirklichkeit unendlich viele solche zusammengehörige und stetig sich ändernde Werthe, welchen unzählig viele Ergebnisse entsprechen, wie sie von unserer Rechnung angezeigt worden sind, die mehr und mehr von einander abweichen und sich unter einander zu einem Gesammtergebniss verbinden. Während so die zu einander gehörigen Grössen $v$, $v'$, $v''$ sich stets abändern, dürfen wir doch annehmen, dass ihr gegenseitiges Verhältniss dasselbe bleibe, so dass man den ganzen Umfang dieser Veränderungen zu überblicken vermag, wenn man den Umfang der Veränderungen von einer einzigen jener drei Grössen kennt. Fresnel hat in dieser Beziehung Versuche angestellt, die von unserm Fraunhofer noch weiter verfolgt worden sind, aus denen hervorgeht, dass in dem durch Luft sich fortbewegenden Sonnenlichte Wellen von solcher Länge vorkommen, dass deren weniger als 1454 auf einen Millimeter gehen, bis zu Wellen von solcher Länge hin, dass deren mehr als 2521 auf die gleiche Strecke gehen, und dass mit ganz unerheblichen Ausnahmen Wellen von allen zwischen den zwei angegebenen denkbaren Längen gefunden werden. Will man nun auch über die beiden mitgetheilten Grenzen nicht hinausgehen, so kann man doch die Gleichung (5) der Ziffer VII. (wenn man der Kürze wegen den ganzen in eckige Klammern gesetzten Ausdruck dieser Gleichung, der immer nur in engen Grenzen eingeschlossen bleibt, mit $\frac{\Delta}{v}$ bezeichnet und an die Stelle von $\Theta$ dessen andere Form $a + \eta$ setzt), jedenfalls so schreiben:

$$a + \eta = \frac{T}{v} A, \qquad (1.\ a)$$

und dieselbe zwischen den zwei Extremen, wo $v$ einmal seinen, den längern Wellen entsprechenden Werth und ein andermal seinen, den kürzern Wellen entsprechenden Werth annimmt, beweglich sich denken, wobei man sicher seyn kann, die Grenzen nicht zu weit gesteckt zu haben. Hiebei stellt der Factor $A$ eine für Wellen von jeglicher Länge constante Grösse vor, wie man sogleich einsieht, wenn man bedenkt, dass

$$\left.\begin{aligned} A = \frac{v}{m} - \frac{v}{v'} + \frac{1}{2}\frac{v''^2 - v'^2}{m^2} \sin.2a \cos.\omega \sin.i \\ + \frac{1}{2}\sin^2.i\left(\frac{v'}{v} - \frac{v''^2}{v m}\sin^2.\omega - \frac{v'^2 v''^2}{v m^3}\cos^2.\omega\right) \end{aligned}\right\} \quad (1.\ b)$$

ist, sonach der Werth $A$ blos von dem Verhältniss der Grössen $v$, $v'$, $v''$ zu einander, mit welchen auch m gleichen Schritt hält, aber nicht im Geringsten von deren absoluter Grösse abhängig ist. Man kann unter dem $v$ der Gleichung (1. a) auch die Länge einer Lichtwelle in der Luft verstehen und demgemäss für die äussersten farbigen Strahlen

$$v = \frac{1}{1454} \text{ und } v = \frac{1}{2521}$$

seyn lassen, dann aber muss man sich die Dicke T der Platte in Millimetern ausgedrückt vorstellen, wie wir hier stets thun werden. Unter den gemachten Voraussetzungen liegt nun der Umfang der Gleichung (1. a) bezüglich der verschiedenen farbigen Lichtstrahlen annäherungsweise zwischen den zwei Grenzen:

$$a + \eta = 1454 A T \text{ und } a + \eta = 2521 A T. \qquad (2.\ a)$$

Der in (1. b) niedergelegte Ausdruck $A$ nimmt bei allen einaxigen Krystallen immer nur verhältnismässig kleine Werthe an, weil die Werthe $v'$ und $v''$ in ihnen stets nahe bei einander liegen und m sich zwischen diesen beiden herum bewegt; nimmt man aber in Bezug auf eine bestimmte Stelle der Krystallplatte auch nur $A = 0{,}01$ und $T = 1$ an, so hat man doch schon an den Grenzen der Farbestrahlen:

$$a + \eta = 14{,}54 \text{ und } a + \eta = 25{,}21. \qquad (2.\ b)$$

Um die Wirkungen des zusammengesetzten Lichts bei seinem Durchgang durch Krystallplatten recht deutlich machen zu können, finden wir uns bewogen, allbekannte Eigenschaften des Lichtes in nachbarliche Nähe zu einander zu bringen, um an sie jenen Hergang fest anknüpfen zu können. Denkt man sich (Fig. 6) einen Lichtstrahl AP, der aus mehreren farbigen Strahlen zusammengesetzt ist, auf die Krystallplatte MM in einer bestimmten Richtung einfallen, so spaltet sich derselbe bei seinem Eintritt in die Platte in so viele besondere Strahlen, als Farben in ihm enthalten sind, von denen jeder eine seiner Wellenlänge entsprechende verschiedene Richtung annimmt; es mögen Ap und Aq die äussersten von diesen farbigen Lichtstrahlen bezeichnen. Nach dem Austritte dieser verschiedenfarbigen Lichtstrahlen aus der Platte nehmen sie wieder lauter Richtungen pp′, qq′ an, die mit der AP parallel laufen, weil diess die Richtung eines jeden von ihnen vor seinem Eintritt in die Platte war. — Stellen P″A und Q″A homogene Lichtstrahlen von einerlei Wellenlänge vor, die im Innern der Krystallplatte bezüglich die Richtungen Ap und Aq (dieselben, welche so eben von den äussersten farbigen Strahlen eingenommen worden sind,) einhalten, so treten diese in Richtungen pp″, qq″ aus der Platte, die denen AP″ und AQ″, unter welchen sie einfielen, parallel laufen; und denkt man sich so viele solcher homogener Strahlen, als farbige sind, die mit diesen in gleicher Richtung durch die Platte gehen, so werden diese an Stellen, die zwischen p und q liegen, aus der Platte hervortreten, und mit divergirenden Richtungen in der Luft sich weiter fortpflanzen. — Denselben farbigen Bestandtheil Aq, welcher sich aus dem Strahle AP abgesondert hat, und der an der Stelle q aus der Platte hervertritt, schickt aber auch an die Stelle p in der mit Aq parallelen Richtung A′p ein mit AP paralleler Lichtstrahl A′P′, wenn dieser mit dem AP einerlei Zusammensetzungsweise hat, und ähnlich werden alle übrigen zwischen Ap und Aq liegenden farbigen Strahlen, welche aus dem zusammengesetzten Strahle AP sich abgesondert haben, an der Stelle p durch die Bestandtheile von andern zwischen AP und A′P′ liegenden zusammengesetzten Lichtstrahlen ersetzt werden, die dann sämmtlich aus der Stelle p in einer und derselben Richtung hervortreten und so einen einzigen zusammengesetzten Lichtstrahl bilden, der wieder ganz die Natur des auf die Platte gefallenen AP in sich trägt. Man sieht hieraus, dass sämmtliche farbige Lichtstrahlen wieder in der gleichen Zusammensetzungsweise unter sich zu einem Strahl vereinigt aus der Platte hervortreten, wie sie auf dieselbe eingefallen waren. — Die homogenen Lichtstrahlen AP″ und AQ″, welche die Platte in den gleichen Richtungen Ap und Aq wie die äussersten farbigen Bestandtheile des zusammengesetzten Lichtstrahles durchdringen, und nach ihrem Austritt aus der Platte in mit AP″ und AQ″ parallelen Richtungen pp″ und qq″ sich weiter fortpflanzen, können nicht gleichzeitig in das bei o befindliche Auge eingehen, weil ihre Richtungen sie stets weiter auseinander treiben; es wird aber ein mit qq′ paralleler Strahl or, der durch die Platte in einer mit Aq parallelen Richtung A″r gedrungen ist, und von einem mit AQ″ parallelen Lichtstrahle herrührt, der homogen wie der AQ″ ist und einerlei Wellenlänge mit diesem hat, gleichzeitig mit dem pp″ in's Auge gelangen, aber in einem gewissen Abstande von ihm zu liegen scheinen. Eben so wird von allen zwischen r und p liegenden Stellen homogenes Licht in's Auge treten, das in Richtungen, die zwischen AP″ und AQ″ liegen, auf die Platte gefallen ist an Stellen zwischen A′ und A″. — *Während also die farbigen Bestandtheile von verschiedenen parallelen und neben einander auf die Platte fallenden zusammengesetzten Lichtstrahlen, wieder unter sich zu einem Strahle vereinigt, die Platte verlassen, tritt homogenes Licht, das die Platte in denselben Richtungen wie die farbigen Bestandtheile durchdringt, und dann nothwendigerweise schon unter verschiedenen Richtungen aufgefallen seyn muss, fächerartig in das Auge ein.*

Dieses wohl verstanden ist es nun leicht das Verhalten des eine

Krystallplatte durchziehenden zusammengesetzten Lichtes in seinen Hauptzügen zu beurtheilen, wenn man bedenkt, dass jeder in einer bestimmten Richtung durch eine Krystallplatte gehende Lichtstrahl vermöge der doppeltbrechenden Wirkung des Krystalls in zwei andere, einen gewöhnlichen und einen aussergewöhnlichen, zerlegt wird, die einen, mittelst der Gleichung (1. a) zu bestimmenden Phasenunterschied $\frac{T}{v}A$ annehmen, wobei es gleichgültig ist, ob die Aenderungen in den Phasenunterschieden aus einer Aenderung von $v$ oder von $A$ herrühren, d. h. ob sie dadurch entstehen, dass immer ein anderes einfaches Licht unter dem gleichen Winkel auf die Platte fällt, oder dass stets dasselbe einfache Licht unter verschiedenen Richtungen in die Platte dringt. Denn denselben Werth, welchen $\frac{T}{v}A$ zufolge einer Aenderung von $v$, d. h. bei einem andern homogenen Lichte einnimmt, kann $\frac{T}{v}A$ auch bei gleichbleibenden $v$ in Folge eines entsprechend abgeänderten Werthes von $A$ annehmen; die Grösse $A$ aber ändert sich in Gemässheit der Gleichung (1. b) blos mit der Richtung des einfallenden Lichtes in einer und derselben Platte ab. Aus dem Phasenunterschied aber lässt sich nach Anleitung der Gleichung (6. b) in Ziffer VIII. oder der in Ziffer IX. gegebenen Näherungsgleichung (4. a und c) die Lichtstärke finden, womit der fragliche Lichtstrahl das hintere Polarisationsmittel verlässt. Den bisherigen Erörterungen gemäss treten demnach die verschiedenfarbigen Bestandtheile eines aus der Platte kommenden zusammengesetzten Lichtstrahles mit ungleicher Stärke in's Auge, weil sie die Krystallplatte in ungleichen Richtungen durchziehen, aber doch stets mit derselben relativen Lichtstärke, wie homogenes Licht, das mit ihnen in einerlei Richtung durch die Krystallplatte sich hindurch bewegt. *Die verschiedenfarbigen Bestandtheile eines einzigen zusammengesetzten Lichtstrahles kommen folglich mit denselben relativen Lichtstärken in's Auge, wie die neben einander liegenden Strahlen eines homogenen Lichtes, das die Platte bezüglich in denselben Richtungen durchdringt, oder mit andern Worten,* *deren gewöhnliche und aussergewöhnliche Hälften in beiden Fällen den gleichen Phasenunterschied erlangt haben.*

Kehren wir nun an der Hand der beiden eben mitgetheilten, mit gesperrter Schrift gedruckten Sätze wieder zu den Gleichungen (2. a) und zu dem ihnen angehängten Beispiele (2. b) zurück, so zeigt in diesem der Unterschied 10,67 zwischen den Werthen von $a + \eta$ für die beiden äussersten farbigen Bestandtheile an, *dass die Lichtstärke in sämmtlichen zu einem Strahle vereinigten farbigen Bestandtheilen je nach ihrer Brechbarkeit in der gleichen Weise wechselt, wie die eines homogenen über* $\frac{T}{v}A$ (in unsern Beispiele 10,67) *Bänder ausgebreiteten Lichts in der aus ihm hervorgehenden Interferenzfigur.* Weil aber die Helligkeit einer einzigen Stelle in jeglichem Bande, der Gleichung (4. a) in Ziffer IX. gemäss, ausgedrückt wird durch:

$$A^2 = a^2 [\cos^2 . A - \sin . 2\omega_1 \sin . 2\omega_2 \sin^2 . \pi\eta]$$

und diese Formel sich blos mit den zu verschiedenen Stellen gehörigen Werthen von $\eta$ ändert, so erhält man die dem ganzen Bande zugehörige mittlere Helligkeit, wenn man vorstehenden Ausdruck nach $\eta$ integrirt und das Integral von $\eta = o$ bis $\eta = 1$ nimmt. So findet man für diese mittlere Helligkeit den Ausdruck:

$$a^2 [\cos^2 . A - \tfrac{1}{2} \sin . 2\omega_1 \sin . 2\omega_2];$$

und dieser zeigt, dass die mittlere Helligkeit in allen Bändern stets die gleiche ist und im Verhältniss zu der des auffallenden Lichtes steht. Hätte der Unterschied in den extremen Werthen von $a + \eta$ genau 11 ganze Einheiten betragen und man denkt sich sämmtliche farbige Lichtstrahlen nach dem Grade ihrer Brechbarkeit in elf gleiche Fächer abgetheilt, so würde sonach jedes Fach mit einer mittlern, dem Antheile dieser farbigen Strahlen im ankommenden Lichte proportionalen Stärke auf das ihm zugewandte Auge einwirken, und die Summe aller dieser aus den elf Fächern herkommenden Wirkungen, deren Stärke immer im

Verhältniss zu der in jedem einzelnen Fach vorkommenden Lichtart und zu der Menge steht, in welcher diese Lichtart in dem zur Platte gelangendem Lichte enthalten ist, muss daher nothwendigerweise einen Gesammteindruck im Auge hervorrufen, der fühlbar der gleiche ist, wie der von dem ohne Dazwischenkunft der Platte und der beiden Polarisationsmittel, in's Auge gelangendem Lichte, vorausgesetzt, dass die Art und Menge der farbigen Bestandtheile in dem zusammengesetzten Lichte sich von einem zum andern nur stetig ändert und die Zahl der aus den Gleichungen (2. a) hervorgehenden Ganzen gross genug ist, dass in jedes der einzelnen Fächer nur Strahlen von nahehin der gleichen Wirkungsweise fallen. Betrüge aber der genannte Unterschied nicht gerade 11 Ganze, sondern wie in unserm Beispiele $10\frac{2}{3}$, so erstreckten sich die letzten Farben nicht mehr über die Breite eines ganzen Bandes, sondern nur über zwei Dritttheile davon, und dann werden sie im Allgemeinen nicht genau den constanten mittlern Eindruck eines ganzen Bandes hergeben, jedoch auch nicht einen davon beträchtlich verschiedenen, so dass immer noch der Gesammteindruck nahehin derselbe seyn wird wie zuvor, insbesondere an Stellen, wo die in $a + \eta$ enthaltenen Ganzen in grosser Anzahl vorhanden sind, weil dann der Ueberschuss der farbigen Wirkung von einer verhältnissmässig sehr kleinen Anzahl Strahlen in dem vielen zusammengesetzten Lichte ganz verloren geht. Die Sicherheit obiger Schlüsse wächst mit der Anzahl der in jenem Unterschiede enthaltenen Ganzen, weil dann in jedem einzelnen Fache nur wenig von einander verschiedene Farben vorkommen; dagegen verlieren obige Schlüsse alle ihre Bündigkeit in dem Falle, wo in jenem Unterschiede kein oder nur ein paar Ganze enthalten sind, weil dann die verschiedenen Farbengattungen in ganz andern Verhältnissen in's Auge gelangen, als sie im ankommenden Lichte hatten, und desshalb das aus dem Polarisationsapparate kommende Licht eine ganz andere Empfindung im Auge verursachen kann, als das Licht ohne diesen Apparat gethan haben würde. Im Vorstehenden ist allerdings eine blosse Schätzung des sinnlichen Eindrucks der Erscheinung, wie sie aus zusammengesetztem Lichte hervorgeht, enthalten, allein wir haben diese Darstellung einer eigentlichen Berechnung vorgezogen, weil diese doch immer auch eine Annahme in Betreff der Art und Menge der im zusammengesetzten Lichte enthaltenen farbigen Bestandtheile machen müsste, und die Angel, um welche sich der ganze Hergang dreht, schon so deutlich genug in die Augen springt.

Die Beimischung von vielem Weisslichte zu verhältnissmässig nur sehr wenigen farbigen Strahlen gibt den Grund her, warum im Tageslichte entweder gar keine oder doch nur wenige Interferenzstreifen sich an den in unserm Apparate liegenden Krystallplatten sehen lassen. Es ist eine allgemein bekannte Erfahrung, wie sehr der Hinzutritt von Weisslicht zu Farben diese erbleichen macht, und wir selber werden später noch Versuche dieser Art zur Sprache bringen. Es scheint sogar, als ob verschiedene Farben die Eigenschaft im Weisslicht zu erbleichen in verschiedenem Grade besässen, und dann dürfte hierin der Grund aufzusuchen seyn, warum in den entlegensten Streifen der Interferenzfiguren bei Versuchen im Tageslicht das Grün und Carminroth immer die vorherrschenden Farben sind. Man kann aus den Versuchen selber ein angenähertes Mass für die Menge von Weisslicht herholen, das einer Farbe beigemischt werden muss, um diese zum gänzlichen Verschwinden zu bringen. In den gewöhnlichen Interferenzversuchen mit nicht polarisirtem Lichte, wie sie die Fresnel'schen Spiegel, oder die von mir gebrauchten Spiegelglasstücke geben, findet man neben dem mittlern ungefärbten Streifen auf jeder Seite selten mehr als noch sechs gefärbte Streifen, und diess würde zu erkennen geben, dass eine zwölffache Menge von Weisslicht die aus der einfachen Menge hervorgezogenen Farben zum Verschwinden bringt, indem nämlich schon die Hälfte eines Bandes zur mittlern Helligkeit des ganzen Bandes führt und man deswegen bei diesen Betrachtungen blos halbe Interferenzbänder in's Auge zu fassen berechtigt ist.*) In recht reinen Platten von Bergkrystall aber lassen sich ohne grosse Mühe noch Spuren von einem zehnten und elften Streifen entdecken, und aus dieser Wahrnehmung dürfte eine genauere Zahlenbestimmung für das Verschwinden der Farbe im Weisslicht herzunehmen seyn; sie würde 22 Theile Weisslicht zum gänzlichen Verlöschen der aus einem Theile hervorgehenden Farben fordern. Alles diess sind zwar immer nur angenäherte Bestimmungen, allein es vereinigen sich nichts destoweniger alle Thatsachen dieser Art zu dem sichern Schlusse, dass sich unsere Interferenzfiguren im gewöhnlichen Tageslichte nur in seltenen Fällen sehen lassen können und auch dann nur mit einer beschränkten Anzahl von Streifen. Die gegebenen Erläuterungen decken die Ursache auf, warum zum Gelingen von Interferenzversuchen in Krystallplatten in der Regel die Anwendung einer Flamme von, mit Kochsalz versetzten Weingeist erforderlich ist, dessen gelbes Licht lauter Lichtwellen von nicht sehr verschiedener Länge in sich schliesst.

Es gibt indessen Krystallplatten, die selbst im Tageslichte stets Interferenzfiguren sehen lassen; diess sind solche, deren Oberflächen senkrecht zur optischen Axe stehen. In diesem hat man $a = o$ und in Folge dessen $m = v'$ zu setzen, wesshalb bei ihnen die allgemeine Curvengleichung sich verwandelt in:

---

*) Der Phasenunterschied bestimmt sich zwar hier in anderer Weise als bei Krystallplatten, allein die Folgerungen in Bezug auf Vernichtung der Farben bleiben doch in der Hauptsache die gleichen, wesshalb wir keinen Anstand nehmen, diese Interferenzerscheinungen mit denen in Krystallplatten in fraglicher Beziehung auf einerlei Linie zu stellen. In beiden Fällen hängt das Verschwinden der Streifen von der Vermischung der einfachen Lichter nahe in denselben Verhältnissen wie im zusammengesetzten ab, eine Bedingung, die weder hier noch dort mit Stillschweigen übergangen werden darf, da wo eine wirkliche Erklärung des Verschwindens der Streifen gegeben werden soll. In beiden Fällen hängt das Ergebniss nahe in der gleichen Weise von der Richtung des Lichtes und seiner Geschwindigkeit ab.

$$a + \eta = \tfrac{1}{2} T \frac{v'^2 - v''^2}{v^2 v'} \sin^2 . i \, .$$

auf deren rechter Seite nur das eine Glied vorkommt, welches $\sin^2 . i$ zum Factor hat, und das eben desswegen bei kleinen Werthen von i, d. h. nahe bei der Mitte des Gesichtsfeldes, für $a + \eta$ nur sehr kleine Werthe gibt. Eine Folge hiervon ist, dass die extremen Werthe von $a + \eta$ in Bezug auf die äussersten farbigen Bestandtheile des auffallenden Weisslichtes nicht weit von der Mitte des Gesichtsfeldes in sehr enge Grenzen eingeschlossen sind, und darum dort ein farbiges Resultat zu liefern ganz geeignet sind. Dem zur Folge zeigen sich in solchen Platten farbige Bänder in beschränkter Anzahl und nur bis zu einer gewissen Entfernung von der Mitte des Gesichtsfeldes hin, und alles hier Gesagte gilt wiewohl mit einiger Beschränkung auch noch, so lange die Oberflächen nicht weit von der senkrechten Lage zur optischen Axe abweichen. — Man kann sich leicht aus den Eingangs dieser Ziffer aufgestellten Gleichungen überzeugen, dass bei senkrechten Platten weder mitten im Gesichtsfelde, noch in beträchtlicher Entfernung davon, sondern nur in einem bestimmten Abstande von dieser Mitte der grösste Farbenglanz in Verbindung mit der grössten Mannigfaltigkeit der Farben zu finden sei, was wir jedoch als Nebensache hier auf der Seite liegen lassen müssen.

*Ende der ersten Hälfte.*

Berichtigung. Seite 55 und 56 ist das sonst als Differentialzeichen gebrauchte d im Sinne eines Ableitungszeichen zu nehmen und auf dieser letztern Seite (Zeile 1.) sind die über den Buchstaben $\psi$ stehenden 1 als Accente aufzufassen, Seite 58, Zeile 18 lese man $\psi$ für $\varphi$.
Seite 75, Zeile 3 v. u. $v'$ und $v''$ für $v'$ und $v''^2$.

Ueber Bau und Entwicklung

der

# Eychen und Saamen der Mistel.

Von

*L. C. Treviranus.*

# Ueber Bau und Entwicklung der Eychen und Saamen der Mistel.

Von

*L. C. Treviranus.*

Die Blüth- und Fruchttheile der Mistel sind ihrem Bau und ihren Veränderungen nach auf so verschiedene Weise dargestellt und gedeutet worden und die Natur sollte darin so sehr von ihrem gewöhnlichen Typus abweichen, dass es nicht Wiederholung einer abgemachten Sache genannt werden kann, wenn ich versuche, einige Beobachtungen darzulegen, welche nach meinem Dafürhalten keine so bedeutende Deviationen vom normalen Gange der Bildung ergeben.

Die vier Antheren der männlichen Blume, welche man zu betrachten pflegt als den vier Zipfeln des Perianthii angewachsen, bestehen bekanntlich jede aus vielen mit Pollen erfüllten häutigen Zellen, die vollkommen unter einander verwachsen sind und deren jede für sich nach aussen sich öffnet. *R. Brown* glaubt in diesen die den Pollenkörpern zur Geburtsstätte dienenden Mutterzellen zu erkennen (*Linn. Transact. XIII.* 214.), die hier auf eine eigenthümliche Weise sich müssten erhalten haben, da sie sonst nach ausgebildetem Pollen zu verschwinden pflegen, ohne eine Spur von sich zu hinterlassen. Allein diesem ist entgegen, dass die Mutterzellen des Pollen, soviel bisher beobachtet, niemals über vier Kugeln, manchmal aber weniger, von sich geben, da hier jede Zelle deren sehr viele enthalten würde. Mit mehr Wahrscheinlichkeit betrachtet *Joseph Hooker* diese vielfächrige Anthere der Mistel als die Vereinigung von mehrern der einfächrigen Staubbeutel von Misodendron (*Bot. Antarct. Voy. II.* 292), einer Loranthacee, die auch sonst vieles Analoge mit Viscum hat, in eine Schicht, welche hier einen Theil der Oberfläche eines Blattes einnimmt, aus dessen Axille bei der andern Gattung die Antheren gestielt und vereinzelt in Rispenform entspringen.

Der weiblichen Mistelblume legen *A. P. Decandolle* und *Koch* einen angewachsenen Kelch und eine Krone bei, in Uebereinstimmung mit dem, was man bei Loranthus findet, mit welcher Gattung offenbar Viscum unter einer und der nemlichen Familie verbunden bleiben muss. Zu erwägen ist dabei jedoch, dass die Staubfäden bei Loranthus dieser sogenannten Krone entgegenstehen, auch hat, wollte man bei der weiblichen Mistelblume zugleich einen Kelchrand finden, die männliche doch offenbar nur eine einzige Hülle, die von der angeblichen Corolle der weiblichen, die ansitzenden Antheren abgerechnet, sich nicht unterscheidet und daher gleich dieser mit *Decaisne* als Kelch oder mit *Griffith* als Perianthium bezeichnet werden kann. Was aber jenen Theil des weiblichen Perianthii betrifft, den man nach bisherigem Sprachgebrauche angewachsen nennt, so betrachtet *Lindley* denselben als „a fleshy cuplike expansion of the end of a branch, from the upper edge of which expansion the sepals rise“ und das Ovarium, als „sank within the cuplike expansion of the pedicel and adhering to it“ (*Veget. Kingdom* 791. 792.). Man sieht jedoch nicht ein, was mit dieser Bezeichnungsart gewonnen ist. Gewiss zweifelt Niemand, dass der Kelch eine Fortsetzung und gleichzeitige Erweiterung der Gefäss- und Rindensysteme des Blüthenstengels sei und das nemliche, was von der Fruchtanlage der Mistel, müsste dann auch von einer jeden andern gelten, der wir einen Ueberzug vom angewachsenen Kelche oder Perianthium zuschreiben; wie denn in der That *E. Germain* die Ansicht aufgestellt hat, die vermeintlich angewachsene Röhre eines überständigen Kelches sei ein Herablaufen der Kelchstücke am Eyerstocke und die hohle Axe des Stengels selber (*Institut* 1852 *n*. 945.). Allein es erhellet, wie gesagt, nicht, worin der Vorzug dieser Betrachtungsweise vor der früheren bestehe und sie erscheint daher als ein ohne Noth veränderter Ausdruck einer bekannten Thatsache.

Die Theile der Frucht und des Saamen lassen sich hier nur als das, was sie sind, erkennen und richtig bezeichnen, wenn man ihrer Entwicklung bis von den ersten Anfängen an ununterbrochen folgt, was hier mit besondern Schwierigkeiten verbunden ist. Die Knospe derselben, welche sich während des Sommers und Herbstes ausgebildet hat, zeigt von da an, wo für das Pflanzenwachsthum die Zeit der Ruhe eintritt, bis zu dessen erstem Wiedererwachen, also während der Monate November bis Ende Februars, keine Veränderung von Aussen und Innen. In den ersten Tagen des November nemlich ragt nur der obere, durch die vier zusammenschliessenden Lappen des Perianthii gebildete Theil derselben aus den beiden eng anschliessenden Deckblättchen hervor und der ovale Fruchtknoten ist an den Seiten, wo er von ihnen bedeckt wird, etwas zusammengedrückt. Untersucht man diesen dann in Längs- und Queerschnitten, welche durch die Mitte gehen, so zeigt sich, von Aussen nach Innen fortschreitend, eine vierfache Substanz, doch ohne Trennung und nur durch Verschiedenheit der Färbung und der Structur unterscheidbar.

A) Die äusserste Stelle nimmt, aus einem blassgrünen durchscheinenden Zellgewebe bestehend, die angewachsene fleischige Röhre der Blüthendecke ein (*Fig. I. II. b.*) und es kommt auf sie ungefähr die Hälfte des Durchmessers der gesammten Fruchtanlage. In ihrer Mitte, d. h. in ziemlich gleicher Entfernung von der Oberfläche, wie von ihrer innern Gränze, steigen Gefässe im ganzen Umfange auf; sie theilen scheinbar die ganze Zellensubstanz in eine äussere und eine innere Schicht und endigen sich am Grunde der Zipfel. Auf diese Substanz folgt nach Innen B) die Grundlage der Frucht, welche sich gegen jene durch fast mangelnde grüne Färbung und mindere Durchsichtigkeit kenntlich macht (*Fig. I. II. c.*). Die Form dieses Eyerstocks ist im Queerschnitte gleichfalls rundlich-oval, im Längsschnitte aber ist er aus einem bauchigen Untertheile, mit welchem er in der Mitte aufsitzt, nach oben flaschenförmig verschmälert und endigt sich endlich gerade unter dem Zusammenstossen der vier Blüthendecken-Zipfel in eine halbkugelförmige Erhöhung von ungleicher Oberfläche, welches die Narbe ist. Ein Queerdurchschnitt dieses Körpers zeigt ihn aus Zellen gebildet, welche rundlich und nach keiner Seite hin ausgedehnt sind (*Fig. III. a.*). Noch weiter nach Innen zeichnet sich C) eine Zellenlage durch ihr tiefes Grün, ihre geringe Transparenz und die in ihr aufsteigenden Gefässe aus (*Fig. I. II. d.*); sie hat auf dem Queerdurchschnitte einen rundlich-ovalen, im Längsschnitte aber einen lancettförmigen Umriss und ist das Ey. Dasselbe sitzt im Grunde des künftigen Pericarps mit verschmälerter Basis an, ist also aufrecht und gerade und von seiner oberen Extremität sieht man einen hellern Streifen durch den Hals des Eyerstockes zur Narbe gehen (*Fig. I. g.*), welcher auf später gemachten Queerschnitten dieses Theiles sich als ein sehr durchscheinender Centralpunct zu erkennen gab (*Fig. IV. e.*) und als der Weg, auf welchem der männliche Zeugungsstoff zum Eyerstocke übergeht, betrachtet werden muss. Den innern Raum dieses Eys erfüllt D) ein starkdurchscheinendes wenig gefärbtes Zellgewebe (*Fig. I. II. e. Fig. III. c.*), welches ich glaube als Kern bezeichnen zu müssen, und in demselben nimmt man bei möglichst feinen Queerabschnitten eine excentrische, einfache oder doppelte runde Lücke wahr, worin noch ein Körper seinen Sitz zu haben scheint, von welchem weiterhin die Rede seyn wird.

Wiederholt man diese Untersuchung im Anfange des März, wo die weibliche Blume mehr ausserhalb ihrer Deckschuppen hervorgetreten ist, so nimmt man in der äusseren wie inneren Beschaffenheit der Fruchtanlage keine Aenderung wahr (*Fig. V.*). Es entfernen dann die bis dahin zusammenschliessenden Perianthzipfel sich nach und nach von einander, und wenn dies geschehen, sieht man den Theil, welcher oben als die Narbe bezeichnet ward, einen glänzenden Saft absondern. Zur nemlichen Zeit öffnen sich auch die Zipfel der männlichen Blume und nun geht die Befruchtung vor sich, was in hiesiger Gegend für gewöhnliche Jahre frühestens in der ersten Hälfte des März, spätestens in der ersten Hälfte bis zur Mitte des April geschieht, so dass ich im Jahre 1849 schon am 10. März die Narbe mit Pollenkörpern bedeckt fand, welche ihre Fortsätze in die Narbensubstanz getrieben hatten.

In der ersten Maywoche hat die Fruchtanlage die Grösse eines Hirsekorns erreicht und ist minder zusammengedrückt, als zuvor, so dass der Durchschnitt sich beinahe als ein Kreis darstellt. Die vertrockneten Zipfel der Blumendecke sind nun abgefallen. Im Innern betrachtet haben die sämmtlichen Bestandtheile der jungen Frucht an Durchmesser etwas zugenommen und gränzen vermöge ihrer anfangenden Entwicklung sich deutlicher, als früher der Fall war, von einander ab (*Fig. VI. VII. VIII.*). Insbesondere unterscheidet sich die zweite Substanz, nemlich die des Eyerstocks, von der Perianthröhre durch hellere nichtgrüne Färbung und Gefässlosigkeit (*Fig. VI. c. e. Fig. VIII. a. b.*). Weiter ist das Zellgewebe, welches von Gefässen durchzogen die Eyhaut bildet (*Fig. VI. f. Fig. VIII. c.*), eben so tiefgrün, wie vorher und wenig durchscheinend, worauf endlich der Kern wiederum durch Farbelosigkeit und Transparenz seiner zelligen Substanz sich kenntlich macht (*Fig. VI. g. Fig. VIII. d.*). In seiner kleinen, nach der Länge sich erstreckenden Höhle ist ein keulenförmiger, sehr durchsichtiger Körper gelagert, das Amnios oder die Membran des äussern Perisperms. Er scheint sowohl mit seinem sehr verlängerten schmälern Ende im Grunde der gedachten Höhle, als mit seiner dicken und stumpfen obern Extremität im Scheitel derselben anzuhängen und stellt sich nicht immer auf gleiche Weise dar. In der letzten Hälfte des April erschien er mir undeutlich gegliedert und punktirt (*Fig. IX. X.*), aber in der ersten Hälfte Mays zeigt er sich mit völliger Bestimmtheit durch Querwände in Glieder von verschiedener Form und Grösse abgetheilt (*Fig. XI. XII.*). In jedem dieser Glieder ist eine kleine, etwas minder durchsichtige Sphäre sichtbar, im obersten Gliede aber, welches von allen die meiste Capacität hat, eine rundliche Blase, enthaltend einen kleinen zelligen Körper, welcher sich darin durch mindere Durchsichtigkeit kenntlich macht (*Fig. XI.* ✱). Die Blase ist der Spitze des Amnios durch einen kleinen Strang befestigt, das Kügelchen darin aber ist der Anfang jener Substanz, die sich im reifen Saamen als Albumen zu erkennen gibt, und ich will sie daher durch inneres Perisperm bezeichnen. In der letzten Woche des May ist dieser Körper etwas grösser geworden und hat eine ovale Form angenommen; auch sind in den oberen Gliedern des Amnios mehr Kügelchen, als zuvor, sichtbar geworden (*Fig. XIII. XIV.*).

In der ersten Hälfte des Juny sind die Früchte erbsengross und von tiefgrüner Farbe. Das Ovarium, welches fortwährend überall der innern Oberfläche des Perianthii anhängt, sondert sich immer bestimmter von ihm ab durch seine Substanz, welche durch und durch aus verlängerten farbelosen Schläuchen besteht, worin die klebende Materie (Viscine) enthalten und die strahlenförmig von allen Punkten des Umfangs gegen das Ey zu gelagert sind (*Fig. XV.*). Dieses ist in der den beiden Hüllschuppen parallelen Richtung stark zusammengedrückt und in seinem gesättigtgrünen Zellgewebe treten die sehr verzweigten Gefässe, deren Zweige sich netzförmig verflechten und deren Stämme vom Grunde der Frucht aufsteigen, als hellere Streifen immer deutlicher hervor (*Fig. XVI.*). Der zellige Nucleus hat noch vollkommen seine

Weichheit und im unteren weiteren Theile seiner an beiden Enden zugespitzten Höhle adhärirt durch einen kurzen Strang, welcher vermuthlich das zusammengezogene Amnios ist, der farbelos-zellige Körper des Albumen (*Fig. XVII.*), dessen Länge jetzt einem Drittheile der Länge genannter Höhle nahe kommt. Er ist bald von elliptischer oder Ey-Form, bald zweischenklig und im letzten Falle findet die Adhärenz da Statt, wo die Schenkel sich vereinigen. Die Trennung zwischen beiden Schenkeln verschwindet jedoch bald und dann stellt das innere Perisperm einen stumpfdreieckigen Körper dar (*Fig. XVIII. XIX. XX.*). Der Embryo erscheint in demselben zuerst als ein zelliges, noch farbeloses Kügelchen, und zwar als ein einfaches am schmälern Ende eines einfachen Eyweisskörpers, als ein doppeltes an zweien der stumpfen Ecken eines solchen, der dreikantig ist (*Fig. XVIII.* * *Fig. XX.* *), wobei er sich durch mindere Durchsichtigkeit von der ihn umgebenden Masse auszeichnet. Vom Amnios ist in dieser Periode nichts mehr zu bemerken.

In der dritten Woche des July seigt sich in der äussern Beschaffenheit der Frucht wenig Aenderung, aber desto mehr im Innern derselben. Das viscinhaltige strahlende Gewebe des Eyerstocks hat im Umfange sehr zugenommen, so dass sein Durchmesser nun den der Blüthendecke beträchtlich übertrifft (*Fig. XXI.*). Das Ey ist noch mehr zusammengedrückt, als zuvor und die tiefgrüne gefässreiche Eyhaut hat einerseits in der Dicke abgenommen, ist aber andrerseits fester geworden. Der Nucleus ist nur noch eine schleimige, leichttrennbare, farbelose Substanz und von seiner Höhle nimmt der vergrösserte Eyweisskörper über die Hälfte ein. Dieser hat eine schwach-grünliche Farbe angenommen, so wie entweder eine eyrunde Gestalt oder die eines unregelmässigen abgerundeten Drei- oder Vierecks (*Fig. XXII. XXIII. XXIV.*). Im ersten Falle sieht man an einer der stumpfen Ecken die Spitze vom Würzelchen des eingeschlossenen Embryo etwas entblösst: im zweiten Falle zeigen zwei der Ecken diese Erscheinung, wobei der

Körper oft eine starke Ausrandung hat, so dass man sieht, es seien die früher sichtbar gewesenen zwei Schenkel hier jetzt verwachsen. In der ersten Hälfte des August sind beide Extremitäten ausgebildet, aber der Hauptkörper zwischen ihnen noch wenig verlängert (*Fig. XXV. XXVI.*). Die beiden Cotyledonen liegen, obgleich völlig getrennt, genau an einander und wenn der Embryonen zwei sind, die alsdann mit ihren Cotyledonarenden in einem beinahe rechten Winkel zusammenstossen, so liegen sämmtliche vier Cotyledonen, deren Grösse zuweilen ungleich ist, in paralleler Lage an einander gedrückt, ohne doch im mindesten verwachsen zu seyn (*Fig. XXVII. XXVIII.*).

In der letzten Woche vom August fängt das Grün der Frucht, die noch ihre ovale Form hat, an blässer zu werden. Die Substanz des Perianthii wird jetzt von jener der Frucht um mehr als das Doppelte im Durchmesser übertroffen, auch die Eyhaut ist bei vergrössertem Ey sehr dünn geworden. Ihre Höhle wird vom Eyweiss nun ganz ausgefüllt, welches mehr Consistenz und eine grüne Farbe gewonnen hat, auch jener überall anklebt. Der Embryo hat bereits seine Form und fast auch seine vollkommene Grösse und die Trennung seiner Cotyledonen dauert fort.

Erst am Ende Octobers oder im Anfange Novembers hat die Frucht ihre völlige Reife gewonnen; sie ist dann vollkommen rund, von schmutzigweisser Farbe und durchscheinend. In ihrem Scheitel, inmitten von vier braunen Punkten, welche den ehemaligen Sitz der vier Perianthzipfel andeuten, ist das vertrocknete Stigma noch sichtbar. Die Röhre des Perianthii ist zu einer blossen Haut verdünnt von fester gefässreicher Natur. Das viscinhaltige Gewebe bildet nun den grössten Theil vom Inhalt der Beere. Der platte Saame hat ein einziges grünes und gefässreiches Integument, zwar von Aussen noch überzogen von einer dünnen, weissen Kruste, welche aber nichts weiter ist, als die innerste, der Viscine entbehrende Schicht der Fruchtsubstanz. Der Embryo hat seine vollständige Ausbildung gewonnen und, ist er einfach, so sind beide Cotyledonen, ist er aber doppelt, sämmtliche vier derselben so vollkommen unter einander verwachsen, dass man keine weitere Spur der vormaligen Trennung, als etwa eine leichte Ausrandung, wahrnimmt. Man kann dann von einem solchen Embryo mit Wahrheit sagen, dass er am Cotyledonarende einfach und nur am Radicularende doppelt sei (*Fig. XXIX, XXX. XXXI.*).

In der Ansicht der bisher erwogenen Theile der weiblichen Blume und Frucht bin ich genöthigt gewesen, von den Beschreibungen und Bezeichnungen derselben durch andere Beobachter in wesentlichen Stücken abzuweichen. *Meyen* und *Schleiden* betrachten den Theil, welchen ich für den Eyerstock halte, als einen nackten Nucleus, also als ein Ey ohne Eyhäute, dessen an der Spitze hervortretender papillöser Theil nach *Schleiden* (*Grundzüge* 2. *Ausg. II.* 342. 353. *f.* 194.) die Stelle eines Stigma vertreten soll. Für diese Ansicht habe ich keine Art von Beweis gefunden, während die meinige mit der bekannten Entwicklungsweise des Pflanzeneys ganz, wie ich glaube, in Harmonie ist. Ein Ey ohne Eyerstock, ein Kern ohne Eyhaut sind bis jetzt ohne Beispiel, wenigstens im Gebiete der sichtbarblühenden Gewächse: denn wenn man auch z. B. bei Coniferen nackte Eyer annehmen muss, fehlen doch Eyerstock und Eyhäute hier keineswegs. Ist aber Eyerstock der Theil, welcher das Ey ganz oder theilweise umhüllt, und welcher in den meisten Fällen mit einem besondern Organ für Aufnahme der Pollenflüssigkeit, d. i. mit einer Narbe versehen ist, so wird man jenen Theil bei der Mistel, auf den diese Merkmale sich anwenden lassen und der nach beendigter Entwicklung fast die ganze reife Frucht ausmacht, Ovarium nennen müssen. Auch *Decaisne* bezeichnet ihn so und seine stumpf-kegelförmige papillenreiche Spitze als Stigma (*Mem. d. Bruxelles XIII. Mem. s. l. Gui.* 22. *t.* 2. *f.* 3. *a. b.*), welche letzte Benennung dadurch vollständig begründet ist, dass die Oberfläche dieser Narbe bei geöffnetem Perianthium einen glänzenden Saft absondert und die Pollenkörner aufnimmt. Alle drei genannten Beobachter erwähnen nicht des lichten centralen Streifens im oberen Theile dieses Ovarii, der in der Narbe sich endigt. Desto aufmerksamer auf denselben ist *W. Griffith* gewesen, er nennt ihn bei einer gewissen Indischen Art von Viscum einen Canal, welcher von der Mitte des Stigma durch den oberen Theil des „lageniform tissue“ (denn so bezeichnet er die Fruchtanlage) absteige und nach erfolgter Befruchtung sich schliesse (*On the development of the ovula of Loranthus and Viscum: Linn. Transact. XVIII.* 88. 89. *t. X. f.* 1—5. *b.*). Auch bei unserer Mistel macht sich, wie oben gezeigt, dieser Canal bei Queerschnitten leicht als ein solcher kenntlich und es ist nicht zu bezweifeln, dass er eine Beziehung auf das Befruchtungsgeschäft habe.

Der im Umrisse ovale, durch tiefgrüne Färbung und geringe Transparenz sich auszeichnende Körper, welcher die Mitte des unteren erweiterten Theiles vom Eyerstocke in dieser ersten Periode einnimmt, macht sich durch einen Bau bemerklich, welcher ihn bei allen späteren Veränderungen der Frucht leicht wiedererkennen lässt, wiewohl seiner von keinem Beobachter Erwähnung geschieht. Er ist nemlich gefässreich und die Gefässe in ihm breiten sich von unten aufsteigend durch stetes Verästeln in seiner ganzen Substanz aus, ohne an der Spitze über ihn hinauszugehen. *Meyen* scheint ihn nicht gekannt zu haben, denn es geschieht in dessen Beschreibungen und Abbildungen seiner keine Erwähnung. Auch *Schleiden* stellt ihn nur in Verbindung mit dem Zellgewebe, welches er einschliesst, seinen Umrissen nach dar (*Wiegmann's Archiv V. Taf. VII. Fig.* 2. *d.*) und bezeichnet ihn als Embryosack; eine Bezeichnung, die er in der Folge (*Grundzüge* 2. *Ausg. II.* 352) zurückgenommen hat. *Griffith* scheint bei der ungenannten Art von Viscum ihn für den Eyerstock zu halten, welcher Ansicht, wenigstens bei unserer Mistel, dieses entgegensteht, dass der Theil keineswegs in die Frucht übergeht, sondern innerhalb derselben die einfache Saamendecke bildet. *Decaisne* nennt ihn die innere Lamelle des Fruchtkörpers (endocarpe), welche dann in ähnlicher Art sich verhalten würde, wie z. B. bei Vaccaria, bei der Kirsche, Pflaume u. s. w., indem sie, durch Zellenverdickung mehr und mehr erhärtend, von der weichen Fruchtsubstanz sich endlich absondert, mit welcher sie zuvor ein Continuum bildete. Allein wenn man anerkennen muss, dass auch bei der Mistelfrucht anfänglich keine Unterbrechung der Continuität bestehe, so sind doch beide genannten Theile in Bau und Entwicklung weit mehr verschieden, als bei Prunus. Die Vertheilung der Gefässe in demjenigen Körper, welchen ich bei der Mistel für das Ey halte, ist so, wie sie in den Eyhäuten zu seyn pflegt, nicht wie im Endocarp der Prunus-Arten, welches sich dadurch erweiset, als der Frucht angehörig, von der es sich späterhin sondert. Will man aber der Ansicht Raum geben, dass eine Eyhaut bei der Mistel fehle, so ist meines Erachtens keine Nothwendigkeit vorhanden, einen Bau anzunehmen, der im Gebiete der sichtbarblühenden Gewächse ohne Beispiel ist. Wollte man ferner zu Gunsten der Ansicht von *Decaisne* anführen, dass nach der meinigen der Eyerstock ohne Gefässe seyn würde, die sonst immer bei ihm vorkommen, so ist auch dieses nicht ohne Analogie. Bei den Umbelliferen ist der Eyerstock ebenfalls ohne dieselben, indem sie nur einerseits dem mit ihm verwachsenen Kelche, andrerseits den Häuten des Eys zukommen.

Das schwachgefärbte Zellgewebe, wovon dieses Ey (denn so möge es nun genannt seyn) erfüllt ist, habe ich der Analogie gemäss den Kern genannt. *Decaisne* bezeichnet es durch „Zellgewebe des Endocarp“, wiewohl unter endocarpe doch eigentlich nichts anders verstanden werden kann, als eben die Zellenschicht, welche vom Ovarium nur die innere Gränze bildet („partie interne du pericarpe, formant immédiatement la cavité séminifère“ *L. C. Richard d. fruit* 107.). Will man aber überhaupt eine Verschiedenheit von Organen im Eyerstock der Mistel anerkennen (welche, wie bekannt, von *Griffith* in seinen frühesten Arbeiten über Loranthaceen geläugnet ward), so muss man die genannten beiden Theile, die doch nach Consistenz, Färbung und Veränderungen verschieden sind, auch als selbstständige unterscheiden.

Eine Höhle in der Mitte dieser Kernsubstanz ist sicherlich schon im ersten Herbste vorhanden, aber ich habe darin vor Eintritt der Befruchtungsperiode nur undeutlich den oder die keulenförmigen Körper wahrnehmen können, wovon oben die Rede gewesen ist. Indessen hat *Griffith* bei einem Viscum solche schon bei noch geschlossenen Perianthzipfeln, also lange vor der Befruchtung, beobachtet (*Linn. Transact. XIX.* 181. *t. XXI. f.* 5. 6.). Zuverlässig aber ist er, oder sind sie schon in der letzten Hälfte Aprils und im Anfange May's in ihrer Zusammensetzung aus Schläuchen und in ihrer Keulenform vorhanden, so dass die Angabe von *Meyen,* dass der gegliederte Bau um die genannte Zeit noch nicht existire und erst im Beginne Juny's eintrete (*Ueb. Befrucht. u. Polyembryonie* 45. *T.* 1. *f.* 4. 6.), des Grundes entbehrt. Er betrachtet diese Körper, deren er gemeiniglich zwei in jeder Fruchtanlage vorfand, als Embryosäcke, *Decaisne* hingegen sieht sie für Eyer an „auf ihre möglichst einfache Form reducirt", d. h. für eine homogene Zellenbildung, worin ein Embryo entsteht. Indessen bekennt dieser stets offene Wahrheitsfreund selber, dass diese Körper in ihrem Aeussern viele Aehnlichkeit mit Embryosäcken haben, aber keine mit Eyern, die, wenigstens bei Phanerogamen, immer von zusammengesetzterem Bau sind. Beide Ansichten sind vereinigt in denen von *Schleiden* und *Griffith,* welcher letzte den Körper nennt ein „Ey, reducirt zu einem Embryosacke" (*A. a. O.*), auch wohl ohne weiteres einen Embryosack (*Posthum. Papers II.* 385.). *Decaisne* sah einen solchen mit seiner verdünnten untern Extremität im Grunde der für seine Aufnahme bestimmten Höhle ansitzen und *Griffith* schildert, wie dieses an einer undurchsichtigen „etwas zitzenförmigen"

Unterlage Statt finde (*A. a. O.* 213. *t. XXI. f.* 5. *d.*), welche, wie ich glaube, dem entspricht, was man bei andern Eyern Chalaza nennt. Ausserdem ist eine zweite Adhäsion des gegliederten Körpers vorhanden, nemlich im Scheitel der Höhle durch einen sehr kurzen und dünnen Strang, der von seinem oberen kolbigen Ende ausgeht. *Griffith* hält diesen (*A. a. O. t. XXI. f.* 7. 8. 9.) für die Pollenröhre selber, welche hier beim Befruchtungsacte eingedrungen und deren Ende sich innerhalb des Gipfeltheils des Körpers in eine Blase ausgedehnt habe, welche sich später in den Embryo unmittelbar verwandle. Indessen ist er zu aufrichtig, nicht einzugestehen, dass es ihm an entscheidenden Beobachtungen, welche diesen Ursprung des gedachten Stranges darthun, fehle (*A. a. O.* 191.).

*Decaisne* beobachtete, dass im Anfange Juny's einer oder zwei dieser Körper sich mit sehr regelmässig gebildetem Zellstoffe gefüllt hatten, während die andern in der ursprünglichen Gestalt geblieben waren und in derselben noch eine Zeitlang neben dem durch Entwicklung fortgebildeten ihre Stellung behielten, dann aber verschwanden. Allein ich vermag diesen Vorgang nicht ganz in der Art, wie er hier dargestellt ist, zu bestätigen. Nach meinen wiederholten Beobachtungen bildet sich im obersten Gliede eines der keulenförmigen Körper das Eyweiss und zwar zuerst in runder, dann in elliptischer Ey- oder Herzform. Durch Wachsen der Eyhöhle nach Länge und Umfang, während der Körper, welcher dem Albumen zur Geburtsstätte dient, nicht daran Theil nimmt, vielmehr durch ein Zusammenfallen seiner unteren Glieder sich verkürzt, geschieht es nun, dass das Albumen mittelst eines kurzen Stranges, dem Ueberbleibsel dieser Gliederreihe, im Grunde der Eyhöhle anhängt, woraus es sich durch sein Wachsen nach und nach erhebt und endlich bei beendigter Entwicklung die ganze Höhle erfüllt. Endlich verschwinden alle Ueberreste des gegliederten Körpers gänzlich, wie in so vielen andern Fällen, wo man eine stattgehabte Resorption anzunehmen bequem findet.

Wie bemerkt, ist der Eyweisskörper zuweilen mehr oder minder gespalten oder zweischenklig und in diesem Falle nimmt *Decaisne* eine Vereinigung von zwei oder mehrern Eyern an, die ursprünglich getrennt gewesen. Diese Ansicht gründet sich darauf, dass man eine Menge von Mittelstufen antrifft, welche den verschiedenen Graden der Verwachsung entsprechen und die durch eine Reihe von Figuren (*L. c. t.* 2. *f.* 27. 28. 29.) dargestellt werden. Natürlicher jedoch und mit geringerer Abweichung vom gewöhnlichen Gange der Natur dünkt es mich, anzunehmen, es liege in der ursprünglichen Anlage des selbstständigwachsenden perispermatischen Körpers, dass derselbe entweder einfach bleibe oder statt zweier Extremitäten deren drei bilde und im ersten Falle einem einfachen Embryo Entstehung gebe, im zweiten deren zwei hervorbringe. Diese Bildung nimmt ihren Anfang schon gleich nach der Mitte des Juny. *Decaisne* hat beobachtet, und hiermit sind meine Wahrnehmungen ganz übereinstimmend, dass dann der obere Theil jenes Körpers (oder, wie er ihn nennt, des Eys) an einer gewissen Stelle undurchsichtig und grau erscheine und dass dieses, wie die Untersuchung lehrt, von einem kleinen runden Körper herrühre, der aus wenigen Zellen bestehe, dem Embryo (*L. c.* 28.). Er scheine anfänglich in einer Höhlung des Eys (des Perisperms nach meiner Ansicht) unmittelbar anzusitzen, aber später entdecke man einen kleinen gefässlosen Strang, womit er im Scheitel derselben aufgehangen sei (*L. c.* 29.). Die weiteren Veränderungen stellen die Figuren 17 bis 23 dar. Er wächst nemlich zuerst im ganzen Umfange, dann in der Länge und hierauf zeigt sich am freien Ende eine Ausrandung und Spaltung; diese ist der Anfang der Cotyledonen, indem die Adhärenz des Embryo, wie immer, am Wurzelende Statt findet. Die Cotyledonen klaffen anfänglich, was ebenfalls allgemeines Naturgesetz ist, um sich später genau an einander zu legen, so wie es in Fig. 26 dargestellt ist. Es erhellet also aus dem Bisherigen, die Blase im Gipfeltheile des keulenförmigen gegliederten Körpers, welche *Griffith* für eine Erweiterung des eingetretenen Pollenschlauches hielt, sei nur erst die Grundlage des Perisperms, in welcher zuerst zelliges Eyweiss und in diesem dann ein oder mehrere Embryonen sich auf gewöhnliche Weise entwickelt, ein Irrthum hingegen müsse dessen Ansicht genannt werden, dass der keulenförmige Körper durch Füllung mit Zellstoff sich in das Eyweiss verwandle und die Blase in dessen Scheitel durch einen ähnlichen Vorgang direct und ohne weitere Vermittlung zum Embryo werde (*L. c. XIX.* 191. 205.). Abgesehen davon kann die Blase auch nicht die erweiterte Extremität einer eingedrungenen Pollenröhre seyn, denn, wäre dem also, so müsste das Eyweiss hier einen Ursprung haben, wovon, selbst nach den Ansichten von materieller Verwandlung des Pollenschlauchs, bisher nichts bekannt geworden ist.

Enthält nun ein Eyweisskörper zwei Embryonen, so sind diese im Anfange vollkommen getrennt; indem sie aber wachsen, nähern sie sich mit dem Cotyledonarende einander und endlich verwachsen diese beiden Extremitäten so vollständig, dass man nur noch von aussen durch eine Ausrandung die ehemalige Trennung bemerkt, inwendig aber eine vollkommene Continuität der Substanz Statt findet. *Decaisne* hat die frühere dieser Perioden für die spätere genommen. In Fig. 30 bildet er zwei aus dem nemlichen Perisperm genommene Embryonen ab, deren beide Cotyledonarenden eine einzige fast ungetheilte Masse darstellen und er giebt an, dass diese Betrachtung vor Eintritt des Reifezustandes gemacht sei. Fig. 31 dagegen stellt solche dar, die zur vollständigen Entwicklung gelangt seyn sollen; sie sind, sagt *Decaisne,* mit der Fläche ihrer Cotyledonen (face cotyledonaire) noch vereinigt, aber in dem Maasse, als ihre Substanz sich ausbildet (leur tissu s' organise), hört diese Vereinigung auf und beide Embryonen sind vollkommen frei. Allein gerade den in Fig. 31 dargestellten Zustand habe ich in der letzten Augustwoche an Früchten wahrgenommen, die durch ihre Grösse und ihre noch etwas grünliche Farbe ihre Unreife zu erkennen gaben, während alle Früchte, deren ich während der Monate November bis Februar eine Menge untersuchte, ohne Ausnahme eine völlige Verwachsung der Cotyledonarenden des Embryo zeigten, so wie ich es (*Fig. XXIX—XXXI.*) darzustellen versucht habe.

Aus dem Bisherigen erklären sich auch die verschiedenen Angaben über den Bau des Mistelsaamen. Malpighi (*Anat. plant. P. II. Lond.* 1679.) stellt in einem Durchschnitte des in der Beere noch eingeschlossenen Saamen (*t. XXVI. f.* 105. *z. z.*) den Embryo mit zwei Schenkeln dar, welche fast rechtwinklig divergiren und in der Beschreibung heisst es: seminalis plantulae bini apices emergunt — seminalis plantula in geminos expansa est surculos (63.); er betrachtet diese Schenkel also, wie auch die Figur darthut, als einem und dem nemlichen Embryo angehörend. *Duhamel* beobachtete, dass die von *Malpighi* so benannten Spitzen und Stengel des Pflänzchen die Würzelchen waren, welche beim Keimen herausgestreckt sich der Rinde eines Baumes anfügten. Diese Art zu keimen, sagt er (*Phys. d. arbres. II.* 221.), ist der Mistel eigenthümlich, denn ich kenne keinen andern Saamen, welcher wie dieser mehrere Würzelchen treibt. Und weiter heisst es: „Nachdem die Würzelchen beträchtliche Verlängerungen gemacht haben, richtet der Theil des Stengels, von wo sie entsprungen, sich auf, wobei der Körper des Saamen sich in so viele Portionen theilt, als Würzelchen da sind.“ Es ist hieraus ersichtlich, dass *Duhamel* mehrere Würzelchen annimmt, die von einem Keime ausgehen. *Gärtner* dagegen fand einen einzigen Embryo mit einer einzigen Wurzel und eine Mehrheit des letztgenannten Organs gelang ihm nicht bei der Mistel wahrzunehmen (*De fruct. I.* 131.). Nach *L. C. Richard* (*Ann. d. Mus. d' Hist. nat. XII.* 296.) schliesst hier das fleischige Perisperm einen, zwei oder drei cylindrische

Embryonen, und zwar jeden in einer besondern Höhle, ein; diese sind unten (mit dem Cotyledonarende) genähert, aber oben (mit dem Wurzelende) entfernen sie sich von einander. In den beigefügten Figuren (*t.* 27. *u. v.*) sieht man, dass das, was *Malpighi* und *Duhamel* als einen einzigen Körper betrachteten, bei *Richard* deren zwei sind, die beisammen liegen und sich berühren. *Mirbel* hat (*Ann. du Mus. d' Hist. nat. XVI.*) die Ansicht *Richard's* ganz beibehalten, indem er einen Mistelsaamen darstellt, wo das Albumen zwei mit dem Radicularende divergirende Embryonen enthält, deren Cotyledonarenden nicht bloss sich berühren, sondern zum Theil einander decken (*t. VI. n. III. f.* 7.). Allein es ist sehr wahrscheinlich, dass die Mistelsaamen, welche den Beobachtungen von *Richard* d. Aelt. und *Mirbel* zum Grunde lagen, nicht ganz reife mögen gewesen seyn: denn wenn ich deren vollständig gereifte, deren stumpfdreieckige Form die Anwesenheit eines zweischenkligen Embryo verrieth, in einem scharfen Durchschnitte untersuchte, so fand ich ohne Ausnahme, so wie *Malpighi* und *Duhamel* es angegeben, die Schenkel in einem einzigen Körper zusammenhängend, der zwar da, wo jene in einem rechten Winkel sich vereinigten, oben und unten einen kleinen Einschnitt, aber sonst durchaus keine Trennung in der Substanz, vielmehr eine völlige Continuität des Zellgewebes zeigte, so dass eine Trennung nur gewaltsam und durch einen unregelmässigen Riss erfolgen konnte. *Meyen* äussert die Meinung, dass bei der Mistel die Anlage zwar meistens zu zwei oder mehrern Embryonen gemacht sei, dass aber fast immer nur Einer davon sich ausbilde, und dass, wenn eine Mehrheit von Würzelchen daran sich treffen lasse, diese Mehrheit nur beim Keimen sichtbar werde (*A. a. O.* 41. 50.). Aber dieses letzte ist ein Irrthum, den auch die Untersuchung des reifen ungekeimten Saamen bald widerlegt hat, indem späterhin der Verfasser selber gegen Ende des Jahres eine Mistelstaude fand, deren fast jeder Saame zwei Embryonen enthielt, die mit ihren Cotyledonarenden mehr oder weniger verwachsen waren, doch nie bis zu völliger Verschmelzung. Er erklärt dieses mit Unrecht aus einer Verwachsung der Eyweisskörper, in deren jedem ein Embryo sich sollte gebildet haben (*Jahresbericht f.* 1838. 45. 46.).

Dem Keimen des Mistelsaamen muss dessen Befestigung auf einem jungen Baumzweige vorhergehen, durch Flüssigwerden der in der Beere enthaltenen klebrigen Gallert, welche aus einer Oeffnung der nun halbaufgelösten äussern Beerenhaut, die früher sehr fest war, nebst dem Saamen austritt. Wie oben gezeigt, ist diese klebende Substanz in langen Schläuchen enthalten, welche um den Saamen strahlenförmig geordnet sind und mit Recht betrachtet *J. D. Hooker* (*Botany antarctic. Voyage II.* 295.), diese als dem wesentlichen nach identisch den Seitenfortsätzen der Saamenborsten bei der Loranthen-Gattung Misodendron, welche auch hierin ihre Verwandtschaft mit der Mistel darthut. Diese Fortsätze nemlich, so das gefiederte Ansehen der Borsten bewirken, sind in der That gleichsfalls viscinhaltige Schläuche, welche statt massenweise in der Frucht eingeschlossen zu seyn, wie bei der Mistel, hier an fadenförmigen Körpern gereihet aus Spalten der Frucht hervortreten, und in dieser Form dem nemlichen Zwecke, wie das Viscin der Mistel, entsprechen, nemlich den Saamen behufs der Keimung zu fixiren (*L. c. pl.* 105. *f.* 14. 15. *pl.* 106. *f.* 1. 2. 3.).

Das Keimen geht für gewöhnlich im letzten Drittheile des April vor sich und der Embryokörper gebraucht, um sich um 1½ Linien ausserhalb der Saamendecken zu verlängern, wenigstens 14 Tage Zeit. Nachdem diese Verlängerung beendigt, sieht man die Endfläche der ausgetretenen kolbigen Extremität mit einem glänzenden klebrigen Safte bedeckt, vermittelst dessen sich dasselbe der Oberfläche des Zweiges, auf welchem das Keimen Statt hat, applicirt. Um dieses zu können, muss der Embryokörper, mit dessen Verlängerung alles Keimen anhebt, eine oft sehr beträchtliche Krümmung machen, eine Erscheinung, welche man mit den Wirkungen des Instincts bei niedern Thieren hat vergleichen wollen (*Hooker l. c.* 303.). Weil aber der Ort, wo der Saame der Oberfläche eines Zweiges anklebt, von zufälligen Umständen abhängt, so muss der Keimfortsatz, dessen Ende die Wurzel ist, bald die Richtung nach unten, bald nach oben, bald gegen eine der Seiten nehmen. Gleichwohl macht die Krümmung desselben es möglich, dass bei dieser Verschiedenheit der Richtungen die Wurzel sich immer perpendiculair auf die Oberfläche der Rinde des Nährzweiges stelle, welche Oberfläche daher für die Mistel in dem nemlichen Verhältnisse ist, wie die Erde für die in derselben wurzelnden Gewächse. *Dutrochet* hat sich Mühe gegeben, durch eine Reihe von sinnreichen Versuchen zu zeigen (*Memoires pour servir etc. II.* 63.), dass die Wurzel hiebei nicht von irgend einem soliden Körper, wie hier der Nährzweig seyn würde, angezogen werde, sondern dass dieses bloss geschehe vermöge einer ihr beizuwohnenden Tendenz das Licht zu fliehen und *A. P. de Candolle* war Augenzeuge dieser Versuche, deren Erfolg er bezeugt (*Physiol. veget. II.* 830.). Allein es scheint mir, man könne von den naturwidrigen Umständen, unter welche die Mistelsaamen in diesen Keimversuchen versetzt waren, keinen hinlänglichen Grund hernehmen, ein allgemeines Naturgesetz, dergleichen die Anziehung doch ist, welche die Erde auf die Wurzel ausübt, als suspendirt zu betrachten.

Wie entwickelt sich nun der Radiculartheil, wie das Cotyledonarende dieses Embryo? Vom Würzelchen heftet sich zuerst die plattgedrückte Extremität an die trockene Oberfläche der Rinde des Nährzweiges an vermöge des klebrigen Saftes, den man sie zuvor aussondern sah: aber wie dringt sie durch die harte Kruste dieser Oberfläche in's Zellgewebe ein? Nach der Meinung von *J. D. Hooker* tritt bei Myzodendron mit der Application der Wurzelscheibe eine Desorganisation der betroffenen Stelle (eine Corrosion heisst es an einem andern Orte) ein, indem im Zellgewebe darunter eine Höhle entsteht, wodurch die

Epidermis sich ablöset und endlich reisst (*L. c. II.* 302.). Untersuchte ich einen Mistelkeim, der sich im Frühjahre angesetzt hatte, im nächstfolgenden Spätherbste, so zeigte sich eine regelmässige runde Oeffnung in der verdickten Cuticula. Das durch dieselbe eingedrungene Saugorgan befand sich noch in der äussersten Rindenschicht, eine Höhle ausfüllend zwischen dieser und der tieferen Zellensubstanz, die keine Veränderung in Farbe, Zusammenhang u. s. w. zeigte (*Fig. XXXII.*). Ich glaube also, es ist mehr durch eine Erweichung, eine allmählige Auflösung, der assimilirenden Wirkung des Speichels vergleichbar, dass die Oeffnung gebildet wird, als durch eine ätzende, chemisch zerstörende Einwirkung, dergleichen man auch bei den Saugplatten der Würzelchen von Lathraea hat wahrscheinlich finden wollen (*Bowman Linn. Transact. XVI.* 407.).

An dem trompetenförmig erweiterten Wurzelende des Keimlings, welches sich fixirt hatte, beobachtete *Duhamel* durch eine Loupe drei Substanzen, eine centrale, körnige, saftvolle, eine sie umhüllende, grünlichgelbe, minder saftige und eine dünne aber festere Rindensubstanz von dunkelm Grün, welche sich etwas auf der Oberfläche ausbreitete, während die beiden andern in die Nährpflanze eindrangen (*Hist. de l' Acad. R. des Sc.* 1740. 491.). *Hooker* unterscheidet bei Myzodendron gleichfalls die drei Bestandtheile des Wurzeltheiles, von denen er nur den innersten mit Ausschluss der beiden äussern als den eigentlich wurzelbildenden anerkennt (*L. c. II.* 301. *t. CVI. f.* 8—11.). Machte ich von einem im Frühjahre gekeimten Mistelsaamen im Herbste darauf einen Längsdurchschnitt in der Art, dass derselbe durch die Axe des verlängerten Hauptkörpers und Würzelchen, so wie des Zweiges, worauf dieses Platz genommen, ging, so zeigten sich in dem scheibenförmigen Theile ebenfalls die drei Substanzen, nemlich eine starkdurchscheinende Epidermis, eine dunkelgrüne Rindenlage und eine blässere Centralsubstanz. Nur diese letzte war es, welche mit Zurücklassung der beiden ersten eingedrungen (*Fig. XXVII.*) war, und die Bezeichnung derselben durch „Cambium“ in der Beschreibung des Keimes einer Loranthacee (*Herm. Karsten in Botan. Z.* 1852. 324.) scheint daher minder angemessen, als die von Radicula, deren *Mirbel* sich dafür bei Viscum bedient, indem er die zurückbleibende Hüllsubstanz als das Charakteristische des endorhizen Embryo betrachtet (*Ann. d. Mus. d' Hist. nat. XVI.* 429. 456.), während *Hooker* sie bei Myzodendron für ein den Loranthaceen eigenthümliches Organ angesehen wissen will.

Ueber den weitern Verlauf der Wurzeln des Mistelkeims äussert *Malpighi:* „Sie verbreiten sich unter der Rinde in der Richtung der Länge zwischen den Basthüllen und von ihnen gehen kleinere Wurzeln in's Holz in der gleichen Richtung mit den Querschlauchreihen auf das Mark zu.“ (*L. c. II.* 62.) Davon ist auf *t. XXVI. f.* 105. *litt. J. O.* eine ziemlich gute Darstellung gegeben. *Duhamel* beschreibt den Vorgang mit folgenden Worten: „Von den ersten Wurzeln der Mistelpflanze kriechen einige in den Rindenlagen fort, andere dringen durch dieselbe bis auf's Holz. Von den Hauptwurzeln gehen andere ab, welche in den Rindenlagen sich verflechten (s'entrelacent).“ (*Hist. de l' Ac. l. c.* 496. *Phys. d. arbr. II.* 223.) So weit ich beobachtet stimmt hier *Malpighi's* Darstellung am meisten mit der Natur überein. An einer gekeimten Pflanze des ersten Jahres befand sich im Herbste die eingedrungene, durchaus zellige Wurzelsubstanz, deren Oberfläche ungleich und gewissermassen papillös erschien, noch ganz in der äussern krautartigen Rindenlage des Nährzweiges. Sie hatte sich ein wenig abwärts verlängert und füllte die Höhle zwischen der äussern Rindenlage und den folgenden nur unvollkommen aus, indem sie den Wänden dieser Höhle sehr locker anhing. Ihr weiteres Wachsen stellte sich bei älteren Mistelpflanzen auf folgende Weise dar. Vom Hauptkörper gingen zuerst kegelförmige Wurzeln durch die Rinde und durch viele Holzlagen wagerecht auf das Mark zu, welches sie jedoch niemals und nirgend erreichten. Andere gleichfalls aus der Basis des Stockes entspringend, verlängerten sich senkrecht sowohl aufwärts als abwärts und ich konnte nicht wahrnehmen, dass die aufsteigenden oder die absteigenden die längeren oder die zahlreicheren gewesen wären. Die Wurzeln von dieser zweiten Art, welche *Duhamel* mit Recht für die vornehmsten Ernährungsorgane älterer Mistelpflanzen hält, waren lang und dünn, sie beschränkten sich innerhalb der Rinde, ohne in's Holz einzudringen und eine Verästelung, Verschlingung oder Anastomose zeigte sich an ihnen eben so wenig, als an den Wurzeln der ersten Art. Zwar gaben sie, indem sie im innersten Theile der Rinde, nahe am Splinte, fortgingen, an der diesem zugekehrten Seite Saugwerkzeuge von sich in Gestalt von stumpfgezahnten Erhebungen, welche in der Folge sich verlängert hatten und dann in der Form darstellten, mit welcher sie *Malpighi* abgebildet hat. Allein man würde Unrecht haben, diese als Aeste zu bezeichnen; es sind blosse zellige oder markige Fortsätze von gelblichgrüner Farbe, die keine Gefässe und Fibern, wie die eigentlichen Wurzeln enthalten und die in die Holzmasse einzudringen, in der nemlichen Lage und Richtung wie die Markstrahlen (*Fig. XXXIII.*), den Anschein haben. Das Eindringen jedoch dieser, so wie aller Wurzelbildungen der Mistelpflanze in's Holz der Nährpflanze ist, wegen grosser Weichheit der ersten im Vergleich zur Härte des letzten nur so zu begreifen, wie *Duhamel* es darstellt (*Hist.* 496—500. *Phys. d. arb. II.* 224.), nemlich dass die in der Rinde, welche den Mistelwurzeln zum Lebensraume dient, sich bildende und nach erfolgter Bildung sich ausdehnende Holzmasse jene einschliesst, welcher Process sich bei jeder neuen Holzbildung wiederholt. Beweise dafür findet *Duhamel* mit Recht darin, dass die Mistelwurzeln nie bis in den Mittelpunkt des Holzes der Nährpflanze gehen, so wie darin, dass die Holzlagen, welche die Mistelwurzeln nicht erreichen, immer eine regelmässige Bildung haben, die andern aber eine unregelmässige und verworrene.

Von der Entwicklung des Cotyledonartheiles hat *Malpighi* bei Viscum eine sehr unvollkommene Darstellung gegeben (*L. c.* 62. *t. XXVI.*), *Duhamel* eine, mit Ausnahme einiger Punkte, genaue und ausführliche (*Hist. l. c.* 502. *Phys. l. c.* 225.), *W. Griffith* bei Loranthus Scurrula eine verworrene und schwerverständliche (*Linn. Transact. XVIII.* 78. 87. *t.* 7. 8.), *J. D. Hooker* aber bei Mysodendron brachystachyum eine vortreffliche (*Botany Antarct. Voy.* 301. *t. CVI. f.* 6—11.), woraus hervorzugehen scheint, dass dieser Vorgang hier mit dem bei Viscum album in der Hauptsache völlig übereinkomme. Untersuchte ich von der Mistel im Frühjahre gleich nach erfolgtem Keimen das Cotyledonarende des Embryo, so zeigte sich daran keine Veränderung, wohl aber war eine solche im Herbste eingetreten. Nach Wegnahme des dann schwammig und saftlos gewordenen Albumen stellte der Cotyledon zwar noch in der nemlichen Form sich dar, wie im Frühjahre, aber farbelos und beträchtlich zusammengetrocknet. Wo er sich dem Mittelkörper verband, erschien eine hohle Anschwellung und in derselben der Anfang von den zwei ersten Blättern, die auch an einigen Pflänzchen schon etwas mehr entwickelt waren. Im Frühjahre darauf, bei weiter vorgerücktem Keimen, bemerkte man auf dem Scheitel des kopfförmigen Cotyledonarendes einen oder zwei durch einen Schlitz gebildete Oeffnungen, aus deren jeder ein Paar junger Blätter hervorgegangen waren oder hervorzugehen im Begriff standen. Das Stämmchen, welches beim Keimen stark gekrümmt gewesen, hatte sich nun aufgerichtet und wo deren zwei im Cotyledonarende verwachsen, war das Aufrichten mit einer Trennung der beiden Knospen durch Theilung des gemeinsamen Cotyledon verbunden gewesen. In diesem Zeitpunkte des Keimens hat *Mirbel* den Embryo der Mistel beobachtet und die beiden ersten Blätter der Knospe für die Cotyledonen, die sich niemals ganz wieder trennen, gehalten (*Ann. d. Mus. d' Hist. nat. XVI.* 456. *t.* 21. *f.* 8. *aa.*), welchen Irrthums bereits *Korthals* bei Beschreibung des Keimens einiger Ostindischen Loranthen (*Over de Loranthaceae op Java etc.* 11.) nachgewiesen hat.

## Erklärung der Abbildungen.

*Fig. I.* Längsdurchschnitt einer weiblichen Blume von Viscum album im November gemacht. *aa.* Hüllschuppen. *b.* Angewachsene Röhre des Perianth. *c.* Noch geschlossene Zipfel desselben. *d.* Ovarium. *e.* Ey. *f.* Nucleus. *g.* Narbe. *h.* Canal von derselben zum Eyerstock.

*Fig. II.* *a. b.* wie in Fig. I. *c.* Ovarium. *d.* Ey. *e.* Nucleus.

*Fig. III* Die Theile *c. d. e.* der vorigen Figur mehr vergrössert gesehen. *a.* Ovarium. *b.* Ey. *c.* Nucleus.

*Fig. IV.* Längsdurchschnitt der weiblichen Mistelblume im Anfange des März gemacht. *a.* Gefässe im Zellgewebe der Perianthröhre. *b* Anfang des viscinhaltigen Gewebes.

*Fig. V.* Queerdurchschnitt des Narbentheiles davon unter der Spitze. *a.* Zipfel des noch nicht geöffneten Perianth. *b.* Zellgewebe der Narbe. *c.* Canal im leitenden Gewebe.

*Fig. VI.* Durchschnitt der weiblichen Mistelblume in der Länge im Anfange May's. *a.* Narbe. *b.* Spur, wo die Perianthzipfel abgefallen. *c.* Perianthröhre. *d.* Gefässe in derselben. *e.* Ovarium. *f.* Ey. *g.* Nucleus. *h.* Höhle in demselben.

*Fig. VII.* Queerdurchschnitt aus dieser Periode.

*Fig. VIII.* Vergrösserte Ansicht eines Theiles davon. *a.* Perianth. *b.* Ovarium. *c.* Ey. *d.* Nucleus nebst Höhle.

*Fig. IX. X.* Amnios gleich nach der Mitte Aprils.

*Fig. XI. XII.* Dasselbe in der Mitte des May gesehen. * Blase mit dem Anfange des Albumen.

*Fig. XIII. XIV.* Dasselbe wie es sich Ende May's darstellt.

*Fig. XV.* Queerdurchschnitt der Mistelfrucht in der Mitte Juny's. *a.* Durchschnittene Perianthgefässe. *b.* Viscinschläuche des Pericarp. *c.* Durchschnittene Gefässe des Eys.

*Fig. XVI.* Gefässe der Eyhaut, an der platten Seite des Eys gesehen.

*Fig. XVII.* Längsdurchschnitt der Frucht aus der nemlichen Zeit. *a.* Viscinhaltiges Gewebe, dessen Entwicklung von oben nach unten fortschreitet. *b.* Eyhaut mit ihren Gefässen *c* Albumen, in dessen oberen Theile der Embryo als ein Kügelchen erscheint.

*Fig. XVIII.* Albumen der nemlichen Periode mit dem Embryo mehr vergrössert. * Der Embryo noch grösser dargestellt.

*Fig. XIX.* Albumen mit zwei Schenkeln.

*Fig. XX.* Ein solches mit vereinigten Schenkeln am Ende des Juny gesehen nebst den beiden Embryonen darin, die noch sphäroidisch und völlig getrennt sind. ** Einer davon stärker vergrössert.

*Fig. XXI.* Queerdurchschnitt der Frucht nach der Mitte July. *a.* Viscinhaltiges Gewebe. *b.* Eyhaut.

*Fig. XXII. XXIII XXIV.* Verschiedene Formen des Albumen aus dieser Zeit.

*Fig. XXV. XXVI.* Saame mit einfachem Embryo in der ersten Hälfte des August.

*Fig. XXVII. XXVIII.* Ein solcher mit gedoppeltem Embryo.

*Fig. XXIX.* Durchschnitt eines reifen Saamen mit einfachem Embryo.

*Fig. XXX. XXXI.* Durchschnitt eines solchen, wo der gedoppelte Embryo zu keimen angefangen hat.

*Fig. XXXII.* Eindringen des Würzelchen durch die Rinde bis auf den Splint.

*Fig. XXXIII.* Zahnförmige Fortsätze der ersten Wurzel in der Richtung der Markstrahlen.

# Versuch
eines
# Commentars über die Pflanzen
in
den Werken von Marcgrav und Piso
über Brasilien,
nebst
weiteren Erörterungen über die Flora dieses Reiches.

Von
*Dr. C. Fr. Ph. v. Martius.*

## I.
## Kryptogamen.

# Versuch
# eines
# Commentars über die Pflanzen in den Werken von Marcgrav und Piso über Brasilien,
# nebst
# weitern Erörterungen über die Flora dieses Reiches.

## *Einleitung.*

Unter den Denkmälern einer beginnenden Literatur von der Naturgeschichte Brasiliens nehmen die Schriften von Marcgrav und Piso unzweifelhaft den ersten Platz ein. Sowie die Schriften der Spanier Gonz. Hern. de Oviedo und Franc. Hernandez als die ersten Quellen für die Naturgeschichte der Antillen und Mexico's anerkannt werden müssen, gebührt dieser Ruhm rücksichtlich Brasiliens dem Holländer Wilh. Piso und dem Deutschen Georg Marcgrav. Die Werke dieser Männer waren die ersten, welche sich die Naturgeschichte der neuen Welt ausschliesslich oder doch vorzugsweise zum Gegenstand genommen haben.

Die Entdeckungsberichte des Columbus, des Americus Vesputius, die drei, durch die Presse bekannt gewordenen Relationen des Cortez, die Decaden des Petrus Martyr de Angleria, die Geschichtswerke des F. L. de Gomara, Pedro de Cieça, Diego de Castillo, des Hier. Benzoni u. d. g. m. hatten zwar auch über die Naturbeschaffenheit und Produkte der neuen Welt, die wie ein Schauplatz von Wundern vor dem erstaunten Europa aufgethan wurde, viele Nachrichten beigebracht; es fehlte aber jenen ersten Entdeckern, den „Conquistadores“ und ihren

Berichterstattern, an Zeit, Gelegenheit und Kenntnissen, um eine gründliche Erforschung der Natur im Einzelnen vorzunehmen und niederzuschreiben.

Noch in dem zweiten Jahrhunderte nach der Entdeckung Amerikas blieb man vorzugsweise auf die erwähnten und einige andere Darstellungen angewiesen, welche dem wissbegierigen Publikum Europas in zahlreichen Uebersetzungen der ersten Quellenschriften und in den Sammelwerken, wie der Collectio Grynaeo-Hervagiana (Novus orbis regionum etc. Basil. 1532 fo.), des Ramusio, Hackluyt, Theod. de Bry, Hulsii Schiffarthen und A. dargeboten, und wie aus der grossen Zahl von Ausgaben ersichtlich ist, mit Interesse aufgenommen worden sind. Zwar waren von mehreren portugiesischen und spanischen Reisenden und Beamten noch gar manche wichtige Berichte über Gegenstände der Naturgeschichte erstattet worden; aber viele von diesen blieben unbenützt in den Archiven liegen*), oder, wenn sie endlich gedruckt wurden, fanden sie nur spät und langsam ihren Weg nach den östlichen Ländern Europas. Auf diese Weise sind gewisse Vorstellungen, welche man in Europa über die Natur und die Naturprodukte des neuentdeckten Welttheiles aus den frühesten Schriften, denen wir, als von besonderm Einflusse, noch die Historia natural und moral de las Indias von Joseph d'Acosta**) anreihen wollen, auch in späterer Zeit stationär und unberichtigt geblieben. In ihrer Haltung oft mehr chronikartig als geschichtlich, vielfach im Sinne der Aristoteliker und Arabisten verfärbt, oder unter gewissen monastischen Auffassungen verändert, haben diese frühern Ueberlieferungen, ohne kritische Sichtung von einer Generation auf die andere herabvererbend, manche schiefe Ansicht und manches Vorurtheil begründet, was erst später einer gesunden Kritik und den Resultaten genauerer Forschung gewichen ist. Die Schriften von Marcgrav und Piso aber zeichnen sich vor vielen früheren Schriften aus, weil sie wenig vom Hörensagen, sondern meistens nach eigener Erfahrung berichten, und weil sie einen offenen Sinn der Beobachter, eine seltene Unbefangenheit des Urtheils und eine strenge Wahrheitsliebe beurkunden. Wegen dieser Eigenschaften verdienen sie auch jetzt noch, wo gründlichere Forschungen zum Maasstabe dienen können, gewürdigt und mit dem Kapital unsers gegenwärtigen Wissens in Verbindung gebracht zu werden.

---

*) Wie z. B. die verdienstvollen Arbeiten des Jesuiten Barnabas Cobo.

**) Aelteste Ausgabe Sevilla 1590. 4°, die zweite schon 1591, in Barcellona 12°.

Es kommt dabei in Anschlag, dass die neue Welt vor Marcgrav und Piso kaum von irgend einem Gelehrten in der ausgesprochenen *Hauptabsicht, die Naturgeschichte zu bereichern,* war besucht worden. Diess gilt insbesondere von Marcgrav, den Piso gerade für solche wissenschaftliche Zwecke mitgenommen und ausdrücklich für Forschungen bestimmt hatte, während er selbst dem Grafen Moritz von Nassau als Leibarzt diente, und die Medizinal-Angelegenheiten der neuen Colonie und der Truppen leitete. Das Verhältniss, in welchem beide Männer zu einander und zu ihrer wissenschaftlichen Aufgabe gestanden haben, hängt mit ihren Schriften und anderweitigen Leistungen so innig zusammen, dass es hier am Orte seyn dürfte, das Wesentlichste aus der Geschichte ihrer Sendung, gleichsam als Einleitung, vorauszuschicken. Wir müssen hiebei die geschichtliche Darstellung zu Grund legen, welche Herr *Lichtenstein* in seinem vortrefflichen Commentar über die zoologischen Arbeiten unserer Reisenden gegeben hat*), weil die dort mitgetheilten Nachrichten auch zum Verständnisse dessen dienen, was uns über die Pflanzen zu sagen bleibt.

---

*) Die Werke von Marcgrave und Piso über die Naturgeschichte Brasiliens, erläutert aus den wiedergefundenen Originalzeichnungen: „In den Abhandlungen der k. Akademie d. W. in Berlin aus den Jahren 1814 und 1815, S. 201 etc. (Einleitung, Säugethiere); 1816 und 1817, S. 155 (Vögel); 1820 und 1821, S. 237 (Amphibien); 1826, S. 49 (Fische).

Nachdem sich die Holländer vom Jahre 1623 an in Brasilien, und zwar zunächst in Bahia, und im Jahre 1630 in Pernambuco festgesetzt hatten, sich jedoch durch die erhöhte Anstrengung der Krone Spaniens, welche Portugal und dessen Colonien incorporirt hatte, mit dem Verluste der jungen Colonie bedroht sahen, ward gegen Ende des Jahres 1636 Joh. Moritz Graf von Nassau-Siegen zu deren Behauptung und weiterer Organisation abgesendet. Ebenso ausgezeichnet als Verwalter und aufgeklärter Freund der Wissenschaften, wie als Feldherr, hatte Moritz mit den 2700 Mann Truppen, die er am Anfang des Jahres 1637 in Pernambuco an's Land setzte, auch einen wissenschaftlichen Arzt, Wilh. Piso, und dieser hatte mit sich zwei junge deutsche Gelehrte, Georg Marcgrav *) aus Liebstadt bei Meissen, und H. Cralitz, herübergeführt. Piso selbst spricht sich hierüber in der Vorrede der Ausgabe von 1648 folgendermassen aus: Invitatus quondam ab amplissimis Societatis Indiae occidentalis undeviginti viris, ut Ill. Nassoviae Comiti, tum quoque Brassiliae, qua paret Belgis, in arte apollinari praeessem: publicae utilitatis fore mecum arbitrati sunt spect. viri D. Alb. Coenradi Burg et D. Joan de Laet, primi Musarum fautores, molestam hanc provinciam mihi impositam naturae indagatione horis subcisivis lenire. Cui simul oneri publico et privato ut ferendo par essem, G. Marcgravium et H. Cralitzium Germanos, Medicinae et Matheseos candidatos, mihi adjungi visum est. Hic immatura morte suffocatus; ille sedulus per sexennium mediterraneorum locorum explorator, meis primum mox illust. Comitis subsidiis suffultus, partes suas circa geographicas, astronomicas

---

*) Herr Lichtenstein schreibt in seinem Commentar stets Marcgrave; ich habe die gewöhnlichere Schreibart Marcgrav beibehalten.

historiaeque naturalis observationes acriter tutatus est. Atque in Africam tandem transfretans succubuit etc.

In die unmittelbare Nähe eines geist- und charaktervollen Fürsten gestellt, fanden die Naturforscher jedmögliche Unterstützung. Moritz von Nassau, ein Mann grosser Entwürfe, der sich in dem schönen und reichen Lande zu behaupten gedachte, erbaute auf einer Insel zwischen den Mündungen des Capivaribe und des Biberibe (jetzt Theil der Stadt Reciffe), das Schloss Mauritia, und umgab es mit Gärten, worin er neben den eingeführten subtropischen und tropischen Früchten auch die Nutzpflanzen und die Thiere des Landes pflegen liess*). In der von Arbeit freien Zeit suchte der Graf Erholung in Beschäftigung mit der Natur, und er scheint hiebei, zugleich mit seinem Hofprediger Franz Plante, besonders Piso oft in seine unmittelbare Nähe gebracht zu haben**). Die Herrschaft der Holländer erstreckte sich über die vier Capitanien von Rio Grande, Parahyba do Norte, Itamaraca und Pernambuco, also über die dem Ocean nächsten Landschaften von Ostbrasilien zwischen dem fünften und dem zehnten s. Breitengrade. Piso blieb in der Nähe des Grafen, welcher in verschiedenen Punkten des Landes fortwährend die Angriffe der Portugiesen zurückzutreiben oder selbst einen Angriffskrieg gegen

---

*) Barlaeus (rerum in Brasilia gestarum historia, edit. major, Amsterd. 1657), der eine Ansicht von Mauritia und einen Situationsplan der Anlage mittheilt, führt S. 144, als dort von inländischen Gewächsen gepflegt, an: *Carica Papaya L.* (Papaya Mammaa), *Genipa brasiliensis Mart* (Jenepapa), *Caladium Poecile Schott* (Mangara), *Lagenaria vulgaris Ser.* (Calabassia), *Anacardium occidentale L.* (Acajousia), *Byrsonima verbascifolia* et *aliae spec.* (Cerasa brasiliana), *Anona Marcgravii* et *Anona Pisonis Mart.* (Aratuca), *Musa* (Bacova s. Banana), Arten von *Cereus* (Sempervivae), *Tamarindus indica* etc.

**) Barlaeus p. 331.

sie zu führen hatte. Marcgrav drang auch in das Innere des Landes ein. Die geographischen Karten, welche Barlaeus in seinem enkomiastischen Berichte von den Thaten des Grafen Moritz von Nassau bekannt gemacht hat, dürften als Maasstab gelten, wie weit Marcgrav landeinwärts gekommen; denn es ist wohl nicht zu zweifeln, dass sie von Marcgrav herrühren, da Barlaeus ihn ausdrücklich nennt *), und kein anderer Geograph angeführt wird, welcher die holländische Occupations-Unternehmung begleitet hätte. Nach diesen Documenten, welche das Küstenland von der Mündung des Rio Vaza Barrîs im Süden (11° 11′ s. Br.) bis zur Mündung des Rio Grande do Norte oder Potengi im Norden (5° 46′ 47″ s. Br.) begreifen, wäre Marcgrav längs den Flüssen Mamanguape und Capiribi am tiefsten gegen Westen eingedrungen. Diese Gegenden waren damals noch sehr wenig, und nur auf acht Meilen von der Küste landeinwärts, bevölkert **). Die Portugiesen hatten sich, ausser den Küstenpunkten, vorzüglich an den schiffbaren Flüssen in zerstreuten Gehöften, auf Betrieb und mit Unterstützung der Albuquerques, der Donatarios der Provinz Pernambuco, niedergelassen. Uebrigens benützte Graf Moritz auch seine Lage, um sich durch Seefahrer von der Westküste von Afrika aus den dortigen holländischen Niederlassungen, und von Chile Naturproducte und Nachrichten zu verschaffen. Von seinem siebenjährigen Aufenthalte brachte er die reichste Naturaliensammlung zurück, die je in einem Transporte nach Europa gekommen ist ***).

---

*) Tabulas geographicas magna cura et sumptibus suis exarari fecit auctore G. Marcgravio, cujus in gratiam exstrui in sublimi speculam fecerat Nassovius. Barlaeus p. 330.

**) Barlaeus p. 317.

***) So gross war der Vorrath, dass das Naturalienkabinet des Fürsten die Museen zweier Universitäten und manche Privatsammlungen (unter andern die nachmalige Seba'sche) damit bereichern konnte, und länger als ein Jahrhundert hat die Wissenschaft noch von diesem Vorrathe gezehrt. Lichtenstein Abh. d. Berl. Akad. 1814 und 1815, S. 202.

Sehr viele Naturmerkwürdigkeiten, sowohl Thiere als Pflanzen, wurden an Ort und Stelle gemalt*). Der verdienstvolle Commentator der zoologischen Leistungen dieser Expedition, Herr Lichtenstein, hat über den Namen des Malers, welcher in den schriftlichen Documenten nirgends genannt wird, keine Vermuthung geäussert. Mir ist es aber wahrscheinlich, dass die Oelgemälde von Franz Post herrühren, dem Sohne des Johannes, eines Glasmalers zu Harlem, welchen der Graf nach Brasilien hatte kommen lassen**), und der sich durch zahlreiche Oellandschaften bekannt gemacht hat, in denen er Motive aus seinen tropischen Anschauungen benützte, und einzelne Thiere und Pflanzen vorstellte***). Dieser Künstler und Piso kamen mit dem Grafen nach ihrem Vaterlande zurück; Cralitz aber starb bald nach seiner Ankunft in Brasilien und Marcgrav ward im Jahre 1644, vierunddreissig Jahre alt, ein Opfer des endemischen Fiebers zu S. Paulo de Loanda in Angola, wohin er übergesetzt hatte, um auch dort seine astronomischen und naturhistorischen Studien fortzusetzen.

Die literarischen Früchte der Unternehmung waren von dreierlei Art: 1) die astronomischen Beobachtungen Marcgrav's, 2) die übrigen handschriftlichen Nachrichten von diesem und Piso, und 3) die naturhistorischen Abbildungen, theils Oelgemälde, theils Bilder in Wasserfarben. Der astronomische Theil des Materials *), im Auftrage des Grafen dem Leydener Astronomen Golius übergeben, ward nicht veröffentlicht, und scheint verloren gegangen. Die übrige Hinterlassenschaft Marcgrav's, welche in besondern, vom Schreiber selbst erfundenen Zeichen geschrieben war, wurde zugleich mit Piso's Schriften über das Klima, die Krankheiten, die Gifte und Arzneimittel der besuchten Gegenden in die Hände des gelehrten D. Joan. de Laet, des Verfassers der reichsten Compilation aus den frühern Schriftstellern über Amerika **), gelegt, da Piso keine Zeit für die Redaction und Herausgabe fand. Laet veröffentlichte diese Handschriften, unter Benützung der Abbildungen, welche Besitzthum des Grafen geblieben waren, und vermehrt mit eigenen Zusätzen, unter dem Titel: Historia naturalis Brasiliae, auspicio et beneficio Ill. I. Mauritii, Comitis Nassoviae etc. Amsterd. 1648. fo.

---

*) Imagines ad vivum a pictore mecum per mediterraneas solitudines peregrinante expressas adjunxi: Piso edit. 1658. p. II.

**) Vergl. Fuessli II. p. 1145. Fr. Post war 1624 zu Harlem geboren, und starb dortselbst 1681.

***) In der k. Bildergallerie, früher zu München und jetzt zu Schleissheim, werden zwei Landschaften dieses Meisters (unter Nr. 1510 und 1512 des Katalogs) aufbewahrt, welche brasilianische Gegenden darstellen, und welche ich auf Tab. 84. und 95. meiner Historia Palmarum theilweise wiedergegeben habe. Auf vielen Landschaften und Marinen im Barlaeus findet sich der Name Fr. Post (nicht Poost), meistens mit der Jahrzahl 1645.

Das Werk enthält die Arbeiten der beiden Reisenden gesondert, und giebt von Piso vier Bücher: de aëre, aquis et locis, de morbis endemiis, de venenatis et antidotis und de facultatibus simplicium, unter dem gemeinschaftlichen Titel: de medicina Brasiliensium. Marcgrav's Materialien erscheinen unter dem Haupttitel: Historia rerum naturalium Brasiliae in acht Büchern, von denen die drei ersten von den Pflanzen, das vierte von den Fischen, das fünfte von den Vögeln, das sechste von den Vierfüssern und Schlangen, das siebente von den Insecten und das achte von der Gegend und ihren Bewohnern handelt. Dann folgt noch ein Appendix de Tapuyis et Chilensibus. Von den zur Verfügung gestellten Malereien wurden, wahrscheinlich auf Kosten des Prinzen, Holzschnitte genommen, um den Text am treffenden Orte zu begleiten. Diese Figuren sind aber oft nicht mit der Schärfe und Eleganz ausgeführt, die man bei vielen Holzschnitten aus der gleichen und besonders aus der frühern Periode anerkennen muss, und was Hr. Lichtenstein hinsichtlich der zoologischen Abbildungen rügt, gilt auch von den botanischen. Es ist nämlich bei dem Geschäfte der Redaction nicht mit der wünschenswerthen Genauigkeit und Sorgfalt verfahren worden; „denn abgesehen davon, dass die Originalien nicht selten eine grössere Bestimmtheit in den Umrissen zugelassen hätten, sind auch manche Figuren am unrechten Orte dem Texte beigefügt“ *). Dieselben Figuren kommen übrigens nicht selten in beider Autoren Werken vor. Eine Notiz, die Laetius (in Marcgrav's Histor. plant. p. 76, bei *Dodonaea viscosa*) giebt, macht es wahrscheinlich, dass von Marcgrav auch ein Herbarium vorhanden war, nach dessen Exemplaren jener Herausgeber mehrere Holzschnitte mag haben verfertigen lassen. Es ist aber über diese Sammlung getrockneter Pflanzen aus Marcgrav's Nachlass gegenwärtig in den Niederlanden, wie in Deutschland, nichts zu erfragen gewesen.

---

*) Er soll die Beschreibung des südlichen Sternenhimmels, eine neue Theorie der unteren Planeten, die Lehre von den Refraktionen und Parallaxen, eine Theorie der Längenbestimmungen und eine Abhandlung, die wahren Dimensionen des Erdballs zu finden, enthalten haben. Lichtenstein a. a. O. S. 203.

**) Novus orbis s. descriptionis Indiae occidentalis L. XVIII. Lugd Bat. 1633 fo. (holländisch i. J. 1625, französisch 1640 herausgegeben).

Piso war mit der Ausführung des Werkes nicht zufrieden **); er überarbeitete daher die eigenen und Marcgrav's Materialien, und indem er auch die sechs Bücher Historiae naturalis et medicae Indiae orientalis von Jacob. Bontius hinzufügte, gab er das Ganze im J. 1658 ebenfalls bei Elzevir, unter dem Titel: Guil. Pisonis de Indiae utriusque re naturali et medica, libri quatuordecim folio heraus.

---

*) Lichtenstein, a. a. O. S. 203.

**) In der Vorrede seines zweiten Buches nennt er die Historia naturalis Brasiliae nimis praecipitanter per meam a praelo absentiam in lucem protrusa.

Die botanischen Arbeiten Marcgrav's erscheinen hier nicht mehr selbstständig, sondern mit jenen Piso's verflochten. Im ersten Buche wird vom Klima, im zweiten von den Krankheiten, im dritten von den Thieren, im vierten von den Pflanzen, im fünften von Giften und Gegengiften gehandelt. Hierauf folgt von Marcgrav nur ein Tractatus topographicus et meteorologicus Brasiliae cum observatione eclipsis solaris und ein Commentarius de Brasiliensium indole ac lingua. Die sechs Bücher des Bontius nehmen sofort die andere Hälfte des Werkes ein, und den Beschluss macht Piso's Mantissa aromatica, welche sich aber vorzugsweise mit ostindischen Naturkörpern beschäftigt, indem von amerikanischen zunächst nur *Anacardium occidentale* und *Theobroma Cacao* ausführlich abgehandelt werden.

Piso hat durch diese zweite Ausgabe seine, allerdings hohen Verdienste um die Naturgeschichte Brasiliens weniger erhöht, als er Gelegenheit zu dem ihm gemachten Vorwurfe gegeben haben mag, jene seines Begleiters und Mitarbeiters in den Schatten zu stellen. In der Vereinigung von Materialien aus der alten und neuen Welt hat er sich vielleicht die ein halbes Säculum früher erschienenen Libri exotici des berühmten Clusius zum Vorbild genommen. Es fehlte ihm jedoch, was den botanischen Theil betrifft, die gründliche Spezialkenntniss und der kritische Blick, welche an jenem grössten Pflanzenkenner seiner Zeit mit Recht gerühmt werden. Anordnung und Kritik haben bei der neuen Behandlung nicht eben gewonnen; die Unmittelbarkeit der ersten Darstellung ist hie und da verloren gegangen, und während manche wichtige Nachricht Marcgrav's übergangen oder nicht in verdienter Weise betont ist, werden aus andern Schriften oder aus den Erörterungen des Laet (der besonders Clusius, Hernandez, Oviedo, Monardes und Garcia ab Horto kannte, und in seinem eigenen Werke benutzt hatte), zur frühern Ausgabe Anmerkungen, ja sogar Abbildungen beigebracht, welche nicht dahin, sondern zu andern in Brasilien gar nicht wachsenden Pflanzen gehören. So wird, um ein Beispiel anzuführen, S. 146 zu Anhuiba (*Myristica*) der nordamerikanische Sassafras citirt und die Abbildung aus Joh. Bauhin, Historia (I. v. J. 1650, S. 483, und daraus im Chabraeus v. J. 1666, S. 36) beigefügt, und der brasilianische Baum Ibiraee, *Chrysophyllum Buranhem* Riedel (*Ch. glycyphloeum*, Casaretto, Decad. nov. stirp. Bras. p. 12 Nr. 7), nach einer Bemerkung Laets in der ersten Ausgabe (S. 101) für *Guajacum officinale* genommen.

Allerdings lässt sich in dieser Ausgabe ebenso wie in der ersten erkennen, dass Piso schon als Arzt mehr Veranlassung gehabt hatte, mit Pflanzen umzugehen, als Marcgrav. Die Traditionen des Unterrichts über die Simplicien, wie ihn in jener Zeit ein Arzt zu geniessen pflegte, haben ohne Zweifel dem Piso eine grössere Gewandtheit in der Schilderung vom Ansehen einer Pflanze und ihrer Theile verliehen. Dieser Richtung gemäss hat auch er vorzugsweise die Nutz- und insbesondere die Medicinal-Pflanzen in's Auge gefasst. Für Marcgrav dagegen haben auch andere Gewächse, die sich durch irgend etwas von den europäischen auszeichnen, ein besonderes Interesse, und er bespricht sie mit der Unbefangenheit eines Autodidacts, wobei man manchmal wahrnehmen kann, dass er sich bei deren Beschreibung, von der Kenntniss der Termini der damaligen Schule wenig unterstützt, nicht mit Leichtigkeit bewegt, ein Umstand, der allerdings jetzt gar oft die Erkennung dessen erschwert, was der Autor vor sich gehabt hat. Beiden Verfassern kann man aber diesen Mangel an systematischer Gewandtheit und scharfer Darstellung nicht zum Vorwurf machen, wenn man den damaligen Stand der Wissenschaft und die Umstände, unter denen sie arbeiteten, in Anschlag bringt. Auch in den Schriften, der unmittelbar vorausgehenden Periode, eines P. A. Matthiolus (geb. 1500, gest. 1577), eines Conr. Gesner (geb. 1516, gest. 1565), eines Joachim Camerarius (geb. 1534, gest. 1598), eines Clusius (geb. 1526, gest. 1609), eines Lobel (geb. 1538, gest. 1616) u. A. begegnen wir dem Mangel einer auf festen Grundsätzen basirten Terminologie, deren erste Begründung L. Fuchs und Caesalpin versucht hatten, so dass die Schwierigkeiten für Erkenntniss und Erläuterung der in den Schriften jener Autoren gemeinten Pflanzenarten oft ebensowenig mit voller Sicherheit können gehoben werden.

Was übrigens das Verdienst an Marcgrav's Leistungen ganz vorzugsweise erhöht, sind seine Abbildungen, und sowohl mit Rücksicht auf dieselben als auf das unbezweifelte Prioritätsrecht, welches aus der ersten Ausgabe des Werkes hervorgeht, haben die Systematiker bei der Aufführung der brasilianischen Pflanzen Marcgrav in erste Reihe gestellt. Es geschieht diess von Casp. Bauhin, Rai, Johnston, Plukenet, Mentzel, Adanson und Linné, welche insgesammt die Arbeiten beider Männer von einander halten, und gesondert citiren. In neuerer Zeit ist diess weniger geschehen, weil das Werk Piso's vom Jahre 1658 sich viel häufiger in den Händen der Botaniker befindet, als die frühere Ausgabe von 1648, welche theilweise durch Brand zu Grunde gegangen seyn soll.

Ein sichereres Loos als dieser Ausgabe und als den astronomischen Handschriften Marcgrav's zu Theil wurde, erfuhren die Originalabbildungen, welche Moritz von Nassau in Brasilien hatte anfertigen lassen. Die Geschichte dieser literarischen Schätze dient so wesentlich zur Erläuterung meines Versuchs, dass ich es nothwendig finde, sie aus der Abhandlung des H. Lichtenstein wiederzugeben*). Schon im Jahre 1652 war Graf Moritz von Nassau in die Dienste des grossen Churfürsten von Brandenburg getreten, und von diesem 1654 in den Fürstenstand erhoben und mit hohen Aemtern bekleidet worden. Das Band einer vertrauten Freundschaft, das diese Fürsten bis zum Tode des Prinzen (der 1679 im 76. Jahre starb) umschloss, vermochte wahrscheinlich diesen, die Originalzeichnungen dem Wissenschaft liebenden Monarchen zum Geschenke anzubieten. Sie bestanden in einer zahlreichen, doch ungeordneten Sammlung aller von jenem ungenannten Meister in Oel auf Papier gemalten Abbildungen von Naturgegenständen, und in zwei Bänden, die ähnliche, jedoch kleinere, in Wasserfarben enthielten. Jene verdienten schon wegen der hohen Vollkommenheit der künstlerischen Behandlung grosse Aufmerksamkeit; daher befahl der Churfürst, sie sorgfältig zu ordnen und in seiner Büchersammlung aufzubewahren. Dies Geschäft des Ordnens fiel in die geschickten Hände des Leibarztes Dr. Christ. Mentzel, der auch als Linguist berühmt worden ist, und bei seinem Herrn in grosser Gunst stand. Von ihm wurden die einzelnen auf Blätter von ungleicher Grösse gemalten Oelbilder (425 an der Zahl) in vier Bände vom grössten Format eingeheftet, jedes an dem Orte, den es nach einem zum Grunde liegenden ganz verständigen Plan (nach welchem die Pflanzen und Früchte den vierten Band füllten) einnehmen musste, und begleitet von wiederholter Angabe seines brasilianischen Namens und der Stellen bei Marcgrav und Piso, an welchen seine weitere Beschreibung zu finden war[*]). Auch ist die kleinere Sammlung in Wasserfarben jedesmal citirt, wenn sie denselben Gegenstand enthält. Dass diese letztere Sammlung, welche zu des Grafen von Nassau Handgebrauch gehörte und desselben handschriftliche Notizen beigeschrieben enthält, von Marcgrav's eigener Hand sei, findet Herr Lichtenstein aus mehreren Gründen für wahrscheinlich. Sie wird in der königl. Bibliothek „Liber principis" genannt. Diese höchst schätzbaren Materialien werden gegenwärtig in der königl. Bibliothek zu Berlin im Real-Katalog der Manuscripte unter Libri picturati in folio, A. Nro. 35, aufbewahrt. Sie finden sich eben dort auch noch durch ein Exemplar des Marcgrav'schen Werkes vermehrt, worin die Holzschnitte nach jenen Originalien illuminirt sind. H. Lichtenstein vermuthet, dass es ebenfalls das selbsteigene Exemplar des Prinzen gewesen sei. Mit literarischer Liberalität hat mir die Direction der königl. Bibliothek zu Berlin gestattet, von den Pflanzenabbildungen des Theatr. rer. nat. Brasiliae Oelcopien, ebenfalls wie die Originalien auf Papier, anfertigen zu lassen, deren Treue dadurch verbürgt ist, dass die Herrn Ehrenberg und v. Schlechtendal den Künstler beaufsichtigten. In dieser Weise bin ich im Besitze des möglich reichsten literarischen Apparates zur Erläuterung jener frühen Arbeiten über die Flora Brasiliens.

---

*) Abhandlung der Berliner Akademie für 1814 und 1815, S. 204 ff.

---

*) Der von Mentzel ertheilte Titel besagt: Theatrum rerum naturalium Brasiliae.

Eines mangelt allerdings zur Zeit dem Commentator, was im Interesse der Untersuchung höchst wünschenswerth gewesen wäre: eine recht vollständige Anschauung von der Vegetation jener Gegenden, wo Piso und Marcgrav beobachtet haben. Es ist nämlich gerade der Landstrich südlich von Ceará bis zu dem grossen Rio de S. Francisco bis jetzt durch Botaniker am wenigsten besucht worden, und die dort gesammelten Materialien sind nur zum geringsten Theile Gemeingut der Botaniker geworden. Zwar haben drei eingeborne Pernambucaner sich in den ersten Decennien dieses Jahrhunderts mit der Flora ihres Landes beschäftigt, aber ihre Erfolge tragen nur wenig zur Erleichterung unserer Aufgabe bei, so dass es vom literarisch-historischen Standpunkte genügen mag, ihrer hier zu gedenken*). Manoel Arruda da Camara hat drei Schriften veröffentlicht, welche von Pflanzen jener Gegenden handeln: Memoria sobre a cultura dos Algodoeiros e sobre o methodo de colher e ensacar Lisboa 1799. 8$^{0}$.; Discurso sobre a utilidade da

---

*) Man vergleiche überdiess meine Uebersicht der Schriftsteller über die Flora brasiliensis, in den Beiblättern zur allgemeinen botan. Zeitung, 1837, zweiter Band, S. 13 flg.

Instituiçam de Jardins nos principaes provincias do Brazil, Rio de Janeiro 1810. 8⁰. und Dissertaçam sobre as plantas do Brazil, que podem dar linhos proprios para muytos usos à sociedade e suprer a falta do canhamo, Rio de Janeiro 1810. 8⁰. In den beiden letztern dieser Schriften findet sich manche schätzbare Notiz über Pflanzen jener Gegenden*). Ausserdem hat dieser Arzt, ein Schüler Gouans, seltene Pflanzen von Pernambuco durch den Zeichenlehrer Martins Ribeiro, einem Freunde der Naturgeschichte (der aber in der Revolte des Jahres 1816 eine verhängnissvolle Rolle spielte, die ihn an den Galgen brachte), abbilden lassen und beschrieben. Das Werk, „Centuriae plantarum pernambucanarum“ betitelt, blieb lange unbenützt, bis die hinterlassenen Zeichnungen neuerlich in die Hände des gelehrten und fleissigen Arztes Dr. Franc. Freire Allemão in Rio de Janeiro gelangten, welcher 1846 begonnen hat, einzelne Arten unter dem Titel Trabalhos botanicos do Doutor Manoel Arruda da Camara 4⁰. c. tab. zu veröffentlichen. Der dritte Name, welcher hier anzuführen ist, ist Frey Leandro do Sacramento, welcher als Professor der Botanik zu Rio de Janeiro manche Pflanzenarten der Provinz Pernambuco, wo er geboren war, in die Gärten der Hauptstadt übersiedelt hat.

Wichtiger für unsern Zweck sind die Leistungen des Dr. Med. Georg Gardner, welcher Alagoas und Pernambuco besucht und von Aracaty aus die Provinzen Ceará und Piauhy bereisst, zahlreiche Arten aus diesen Gegenden, durch seine käuflichen Sammlungen zugänglich, und überdiess viele nützliche Nachrichten über die Vegetation derselben in seiner Reisebeschreibung: Travels in the interior of Brazil, Lond. 1846.

---

1) Beide Abhandlungen sind in Kosters Travels in Brazil und in der französischen Uebersetzung dieser Schrift wieder abgedruckt. — Ausserdem ist von ihm erschienen: Memoria sobre a Canella do Rio de Janeiro; Rio 1809. 8⁰.

8⁰., bekannt gemacht hat. Ein weiteres Material erhielt ich durch einen in Pernambuco stationirten deutschen Gärtner Herrn Schornbaum. Auf der andern Seite wird mir die Lösung der Arbeit durch den Umstand erleichtert, dass sehr viele Gewächse, von denen wir Nachrichten in Piso und Marcgrav finden, über die Grenzen jener Provinzen hinaus verbreitet, die dort erwähnten Nutzpflanzen aber insbesondere im tropischen Theile Brasiliens fast gleichmässig bekannt und seit langer Zeit benützt sind. Dass hier oft von Nutzpflanzen die Rede ist, ertheilt unsern Untersuchungen oft neben dem rein botanischen Interesse ein überwiegend historisches oder ethnographisches. Aber aus eben diesem Grunde wird es nöthig, unsere Erörterungen auf andere Nachrichten auszudehnen, welche noch älter, als die von Piso und Marcgrav, zur Ergänzung und Berichtigung derselben dienen können, so wie sie theilweise auch dem ersten Herausgeber Laetius bekannt gewesen sind. Es dürfte daher am Orte seyn, auch über diese, verhältnissmässig nur wenig gekannten ältern Berichte hier einige literar-historische Notizen beizubringen.

Die ältesten Nachrichten zur Naturgeschichte Brasiliens hat der berühmte Jesuite Jos. de Anchieta gegeben, welcher schon im Jahre 1553 mit sechs andern Ordensgliedern nach der Provinz S. Paulo kam, und dort eine lange und für die Katechisation der Indianer und die Organisation der Jesuiten in jenem Lande erfolgreiche Thätigkeit entwickelte. Diese Nachrichten sind übrigens, wie man aus dem von der k. Akademie zu Lissabon veranstalteten Abdrucke ersehen kann*), wenig erheblich.

---

*) Jos. de Anchieta epistola, quam plurimarum rerum naturalium, quae S. Vincentii (nunc S. Pauli) provinciam incolunt, sistens descriptionem a Didaco de Toledo Lara Ordonhez adjectis annotationibus edita, jussuque r. scient. Academiae Olisiponensis ejus memoriis ad historiam transmarinarum nationum conscribendam proficientibus adjecta. Olisip. 1799 4⁰.

Der nächste Bericht ist jener von Andre Thevet in den Singularités de la France antarctique, autrement nommée Amerique, Paris 1558. 4°. Thevet aus Angoulême begleitete den französischen Malteser-Ritter Nic. Durant de Villegagnon im J. 1555 nach der Gegend von Rio de Janeiro, kehrte aber schon im Januar des Jahres 1557 wieder heim. Obgleich sein Bericht, wie namentlich von Lery, als höchst lügenhaft bezeichnet wird, gewährt er doch insofern Interesse, als hier zuerst einige Nutzpflanzen der Urbewohner Brasiliens aufgeführt werden. So sind nicht zu verkennen: *Ipomoea Pes Caprae Sw.* (Convolvul. brasilianus L.), als Hetich, p. 53, — *Genipa brasiliensis Mart.* Genipat, p. 59 — *Nicotiana Langsdorffii Weinm.* Petun, p. 60 — *Musa sapientum;* Pacovere, p. 61 — *Thevetia Ahouai;* Ahouai p. 66, — die Palme *Astrocaryum Airi;* Hairi p. 72, — *Ananassa,* Nana p. 89. — *Crescentia Cujete,* Choyne p. 105, *Manihot utilissima,* Manihot p. 114. Der als Hyuourahe aufgeführte Baum p. 96 b., welcher statt des Guajac verwendet werden kann, ist *Chrysophyllum glycyphloeum* Casar. Decades stirp. brasil. p. 12; und *Caesalpinia echinata,* der ächte Brasilienholzbaum, ist p. 116 als Araboutan beschrieben.

Genauer und vollständiger sind die Nachrichten, welche Jean de Léry giebt. Aus La Margelle, terre de S. Sené, in Burgund gebürtig, begleitete er, 22 Jahre alt, im J. 1556 als Pastor die Expedition, welche auf Betrieb des Admirals Coligny und der Genfer Geistlichkeit zur Unterstützung der Colonie Villegagnons abgesendet wurde. Im März 1557 kam er nach der Bai von Rio de Janeiro, welche er wegen Aehnlichkeit der Umgebung mit jener von Genf Sinus genevensis nannte. Während eines Aufenthaltes von länger als einem Jahre lernte er die vorzüglichsten Nutzpflanzen Brasiliens kennen, über welche wir in seinem Buche*) die ersteren zuverlässigeren Berichte finden. De Candolle hebt bei der Schilderung von Léry's Leistungen *) hervor, dass er der Erste gewesen, welcher das pflanzengeographische Factum ausgesprochen, dass, wie die Thiere, so auch die Pflanzen jenes Landes von den unsrigen verschieden seien.

---

*) Histoire d' un voyage faict en la terre du Brésil autrement dite Amerique.

Viel wichtiger aber sind die botanischen Nachrichten in einer Schrift vom Ende des sechszehnten Jahrhunderts, in Bahia verfasst, und vermöge einer von Madrid aus im J. 1589, oder nach den Untersuchungen des Hrn. F. A. de Varnhagen i. J. 1587, datirten Dedication dem Staatsrathe D. Christovâo de Moura überschrieben worden ist. Diesem Werke hätte man unbedenklich das Verdienst zuerkennen müssen, die älteste Quelle sicherer und gründlicher Nachrichten zur Natur- und Sittengeschichte Brasiliens zu seyn, wäre es nur zeitiger durch den Druck bekannt gemacht worden. An Fülle, Mannigfaltigkeit und wahrhaftiger Auffassung der Thatsachen steht es kaum irgend einer andern Schrift aus jener Periode nach, und könnte zunächst mit Oviedo's Historia general de las Indias verglichen werden. Es hatte aber nicht das gleich günstige Schicksal einer baldigen Veröffentlichung, sondern blieb lange Zeit nur in wenigen Abschriften einigen Literaten zugänglich. Frey Antonio de S. Maria Jaboatâo hat es in seiner Chronik: Orbe serafico novo Brasilico, Lisb. 1761, Padre Manoel Ayres de Cazal in seiner bekannten Corografia brasilica (Rio de Janeiro 1817, 2 V. kl. 4°.) und Rob. Southey in seiner History of Brasil (Lond. 1817 sq.), sowie Ferd. Denis, nach einem in der Pariser Bibliothek (sub. Nr. 609. Supp. franc.) aufbewahrten

---

Die erste Ausgabe ist von Rochelle 1578, die zweite von ebendaher 1580. Drei andere von 1585, 1594 und 1600 von Genf bezeugen das grosse Interesse, welches Léry's Nachrichten erweckt hatten. Noch 1794 erschien eine deutsche Uebersetzung zu Münster.

*) Histoire de la Botanique genevoise 1830, S. 3 und Note A. Vergl. Lacroix du Maine, Bibl. franc. I. p. 237.

Codex in seinem Buche Univers, ou histoire et description de tous les peuples etc. (Par. 1837. 8⁰.) benützt. Die k. Akademie der Wiss. zu Lissabon gab endlich im Jahre 1825 in ihrer Collecçâo de Noticias para a historia e geografia das naçôes ultramarinas etc. (Vol. III. pars I.) einen, rücksichtlich der indianischen Namen nicht immer correcten, Abdruck unter dem Titel Noticia do Brazil, descripçâo verdadeira da Costa daquelle estado que pertence á coroa do Reino de Portugal, sitio da Bahia de todos os Sautos — heraus. Der Autor war unbekannt. Ich hielt früher*), gemäss einer Andeutung Cazals**), einen gewissen Francisco da Cunha für den Verfasser, bis Franc. Ad. de Varnhagen in seinen Reflexôes criticas sobre o escripto do seculo XVI. impresso com o titulo de noticia do Brasil (in der Collecçâo das notic. ultramarinas Vol. V. pars II., 1839) nachwiess, dass der Verfasser Gabriel Soares de Souza aus Lissabon gewesen, dessen auch die Bibliotheca lusitana II. p. 321 erwähnt. Dieser thätige Mann hätte nach dem eben angeführten Werke von Bahia, seinem Wohnorte, aus auch die Entdeckung und Unterwerfung (Conquista) der Landschaft längs dem Rio de S. Francisco geleitet. Es finden sich übrigens in der Schrift selbst keine directen Nachweise über diese Expedition oder über eine andere zur Entdeckung der Smaragd-Minen (Minas de Esmeraldas), welche ihm ebenfalls in jenem Buche zugeschrieben ist.

Die naturhistorischen und zumal die botanischen Nachrichten dieser „Noticia do Brasil“ verdienen wegen der objectiven Wahrheit und der genauen Ortskenntniss, welche überall hervorleuchten, eine kritische Würdigung und Zusammenstellung mit den Schriften von Piso und Marcgrav, wesshalb ich bei gegebener Veranlassung meine Bemerkungen auf sie ausdehnen werde. Vorzüglich wichtig sind sie auch in linguistischer Beziehung, da sie eine sehr grosse Menge von Pflanzennamen in dem Idiome der Urbewohner des Landes aufführen. Sie sind daher auch die wichtigste Fundgrube für Untersuchungen über den Stand der Einsicht, welchen die Autochthonen in die Natur der sie umgebenden Gewächse gewonnen hatten. Die Indianer, welche die Portugiesen an den Küsten des Oceans, von der Mündung des Amazonenstroms bis zur Bai von Rio de Janeiro und noch südlich davon sesshaft fanden, und zu denen sie alsbald in ein oberherrliches Verhältniss traten, gehörten dem weitverbreiteten Volke der Tupis an. Diese Indios mansos, wie sie von den Portugiesen im Gegensatze zu den wilden, freien Nomadenhorden, den Indios bravos oder Tapuyos, genannt wurden, welche tiefer landeinwärts wohnten, waren selbst in viele Stämme vertheilt, die sich bekriegten, und in deren Sprache mancherlei dialektische Verschiedenheiten hervortraten. Auch die Pflanzennamen, denen wir in jenen ältern Berichten begegnen, erscheinen daher in grosser dialektischer Mannigfaltigkeit, sowie auch noch gegenwärtig die Sprache jenes in räthselhafter Weise zersplitterten Volkes der Tupis *), oder die sogenannte Lingua Geral von den Guaranis, in den ehemaligen Reductionen der Jesuiten in Paraguay, bis zu den halbcivilisirten Küsten-Indianern in den nördlichen Provinzen, in vielfachen Abänderungen schillert. Dieser Umstand erschwert die linguistischen Untersuchungen über die indianischen Pflanzennamen; nichtsdestoweniger glaube ich annehmen zu dürfen, dass bei einer vorsichtigen Kritik sich aus diesen zerstreuten Sprachresten mehrere nicht unwichtige Thatsachen für Ethnographie und Pflanzengeschichte ableiten lassen.

---

*) Herbarium Florae Brasil., in Beiblättern zur allgemeinen botan. Zeitung 1837, Band II., S. 3, und von dem Rechtszustand unter den Ureinwohnern Brasiliens, 1832, p. 5.

**) In der Corografia brazilica, I. p. 43, nota 20.

---

*) Vergl. hierüber Martius: Von dem Rechtszustande unter den Ureinwohnern Brasiliens, 1832. Anhang, S. 1—5.

Dieselbe Tupisprache herrschte auch in den Gegenden nördlich von Ceará, namentlich in Maranhão, was darum hier mag angeführt werden, weil noch ein älterer Schriftsteller zu erwähnen ist, der einige von demselben Gesichtspunkte aus nicht zu vernachlässigende Nachrichten über Pflanzen hinterlassen. Est ist diess Claude Abbeville, Begleiter der französischen Expedition von Ravardiére und Rasilly, die von 1611 bis 1615 auf der Insel Maranhão Posto gefasst und daselbst die Stadt S. Luiz gegründet hatte. Auch hier finden wir einige nicht unwichtige Notizen, besonders über Nutzpflanzen der Gegend.

Um unsern Commentar möglichst übersichtlich zu machen, dürfte es geeignet seyn, die Pflanzen nach natürlichen Familien abzuhandeln. Wir beginnen demnach mit den *Kryptogamen,* unter welchen die

## Fungi, Pilze und Schwämme

die erste Stelle einnehmen mögen. Wir werden hiebei den bereits angedeuteten Weg verfolgen, und zuerst beibringen, was wir über die von unsern Autoren aufgeführten Arten zu sagen wissen, daran aber Allgemeines und Specielles über die Pilzvegetation Brasiliens anknüpfen.

### *Fungi Pisoniani.*

In den Schriften von Marcgrav finden wir keine Nachrichten über diese Gewächse; aber Piso erwähnt ihrer in seinem dritten Buche de venenis eorumque antidotis (edit. 1648) S. 47. Er bemerkt, dass neun Arten unter verschiedenen Namen bekannt seien, führt jedoch diese nicht auf, und begreift sie insgesammt unter dem Namen *Carapucú* der Tupisprache. Einige seien giftig und beurkundeten diese Eigenschaft durch die Veränderung der Farbe, wenn sie angebrochen würden. Dass er Gelegenheit gehabt habe, die Wirkung solcher Giftschwämme zu beobachten, wird aus der bezeichnenden Schilderung wahrscheinlich, welche er von der Schwammvergiftung entwirft: Inter venenatos qui sunt pejores, singultum excitant, intestina exulcerant, corpori ac faciei inducunt pallorem, urinam remorantur, arterias intercipiunt; ad haec frigus, tremorem, sudorem frigidum, mortem denique afferunt. Als Gegengift werden ausser den gewöhnlichen Alexipharmacis die aromatisch-scharfen Wurzeln der im Lande wachsenden Pfeffergesträuche: *Jaborandí, Artanthe Luschnathiana Miq.* (wenn nicht vielmehr dessen *Artanthe obumbrata* unter ed. I. p. 97 fig. dextra zu verstehen wäre), ferner *Artanthe caudata Miq.* (ibid. p. 96) und die auch jetzt unter dem Namen *Jaborandí* angewendete *Serronia Anisum* (Marcg. I. p. 69. Vell. Fl. Flum. I. t. 55) empfohlen, sowie das Kraut der *Nhambú* (ed. I. 89; II. 310), einer Composita, die zunächst auf *Grangea* bezogen werden kann. In der Historia naturalis (v. Jahr 1658) werden p. 309 dieselben Nachrichten wiederholt, unter Beifügung eines Holzschnittes, der jedoch keiner in Brasilien entworfenen Zeichnung nachgebildet, sondern Copie einer Figur des *Agaricus (Amanita) muscarius* in einem älteren Kräuterbuche zu seyn scheint. Das erste Original dürfte in des Clusius rariorum plant. histor. (v. J. 1601) Fungi pernicial. p. CCLXXX. XII. Fig. 4 zu erkennen seyn. Dieselbe Figur findet sich in Parkinsons Theatrum (1640) p. 1321 und minder scharf, in umgedrehter Stellung in J. Bauhins Histor. III. (1651) p. 841, sowie in Chabraei Stirp. sciagr. (1666) p. 588 f. 2. Bei der überraschenden Aehnlichkeit aller dieser Figuren wird die Vermuthung gerechtfertigt, dass Piso, sowie in andern Fällen, auch in diesem sein Buch mit fremden Figuren auszustatten sich nicht entblödet hat, welche demnach nicht auf brasilianische Pflanzen gedeutet werden können. Der Fliegenschwamm ist mir in Brasilien nicht vorgekommen und wird auch von keinem andern Botaniker von dort angeführt.

Welche Arten Piso unter den neun verstanden habe, die ihm in Brasilien bekannt geworden seien, lässt sich bei dem Mangel von Beschreibungen nicht ermitteln. Doch finden wir unter den Abbildungen, die Mentzel in dem Theatrum rerum naturalium vereinigt hat, unter Fig. 359 eine mit dem Namen *Ibibura,* welche einen der Schwämme darstellt, „qui ex sterquiliniis protuberant“. Mentzel führt auch in seinem Index multilingnis S. 124 lin. penultima den Namen *Ibibura* auf. Dieser Schwamm dürfte füglich für eine noch unbeschriebene Art von *Coprinus* gehalten werden. Wir charakterisiren ihn als: *Agaricus (Coprinus) Pisonianus:* major, palmaris; pileo hemisphaerico glabro, margine leviter repando, verticaliter striato stramineo, lamellis nigricantibus; stipite glabro cylindrico stramineo. — Der Hut ist nicht, wie diess bei den meisten Coprinus-Arten der Fall ist, fingerhutförmig, sondern verkürzt und breit konisch oder fast halbkugelig, der Gestalt ähnelnd, welche Micheli Genera t. 80 f. 3 dem *Coprinus sterquilinus* giebt. Sollte der Pilz keine lamellas diffluentes haben, so wäre er unter der Abtheilung Psilocybe der Pratella zu suchen. Er liesse sich in Natur und Form mit dem italienischen *Agaricus (Psilocybe) Phoenix,* Fr. Epicr. p. 225 vergleichen. Der Strunk ist gegen 5 Zoll lang und hat 5 Linien im Durchmesser. Der Hut misst im Durchmesser am untern Rande 5 Zoll, in der Höhe 2½ Zoll. Die Lamellen sind tief schwarzbraun. — Eine zweite Abbildung des Theatri Nr. 383 bleibt apokryph. Sie könnte nach der rohen Malerei ebenso gut den rosenfarb-purpurnen, in kurze zapfenförmige Aeste ausgelappten Stock irgend einer Balanophorea als einen Pilz aus der Gruppe der Clavarien oder Xylarien darstellen. — *Trametes sanguinea* Fries Syst. myc. I. 371 (sub Polyporo), welche durch das tropische Brasilien weit verbreitet auf abgestorbenen Baumstämmen und Holzplanken erscheint, ist wegen Augenfälligkeit der Farbe (die übrigens vom Blutroth bis zum Gelbgrau in vielen Nüancen vorkommt) vielleicht unter denjenigen Arten anzunehmen, welche Piso gekannt hat. Doch spricht er nicht von ihr. In der Tupisprache heisst sie *Urupé.* Sie wird als ein Mittel gegen Blutspeien dort in ähnlicher Weise empfohlen, wie in Europa *Trametes suaveolens* *).

### *Brasiliens Pilzvegetation im Allgemeinen.*

Wenn gegenwärtig nicht selten die Ansicht ausgesprochen wird, dass die Tropenländer neben dem Reichthume ihrer phanerogamischen Flora eine verhältnissmässig ärmere Pilzvegetation beherbergten, so beruht diess lediglich auf der zur Zeit noch geringen Bekanntschaft mit solchen untergeordneten Formen. Der reisende Naturforscher, angezogen von grossartigeren Erscheinungen, wendet sich dem Kleinen und Unscheinbaren nur bei längerem Aufenthalte zu. Die hinfälligen und schwierig aufzubewahrenden Pilze vermag er auch nicht mit derselben Leichtigkeit wie andere Gewächse für eine genaue Untersuchung in sein Vaterland zurückzubringen. Uebrigens sind die Pilze in heissen Ländern, besonders in solchen, wo Boden und Atmosphäre viel Feuchtigkeit enthalten, keinenfalls minder häufig, als in der gemässigten Zone. Dass auch Brasilien reich an Pilzen sei, beweisst schon die am Ende anzuführende Liste, die nahezu 200 Arten namhaft macht. — Dieselbe Rolle, welche Linné den Schwämmen für den grossen Haushalt der Natur in unseren Breiten zutheilt: „Nomades, denudati, autumnales, fugaces, voraces, Flora reducente agmina colligunt eorum quisquilias sordesque“ haben sie auch in Tropenländern auszuführen, wo neben einer grösseren Fülle der lebendigen Pflanzengestalten auch zahlreiche Individuen im Rückschritt zum Tode begriffen sind. So war ich in mehreren Gegenden Brasiliens Zeuge von der Mannigfaltigkeit und Zahl, worin die Pilze, gleichsam Spiegelbilder vom Vergehen und Absterben einer höheren Vegetation, sich aus dem Schoosse derselben hervordrängen. So z. B. auf den bewaldeten Inseln in der Bay von Rio de Janeiro*), wo ich neben mehreren europäischen Kern- und Bauchpilzen von dunklen Farben den blutrothen *Trametes sanguinea* und eine prächtige *Trichia* (*expansa,* S. unten) von ponçeaurother und gelber Farbe beobachtete.

---

*) Vergl. Enslin Dissert. de Boleto suaveolente. Manh. 1785. 4°.

## *Arten des Mycelium.*

In der gemässigten Zone erscheinen die meisten Pilze fast *gleichzeitig,* indem sie während eines warmen und feuchten Herbstes plötzlich aus dem Schlummerzustande ihres Fadengewebes (der Pilzmutter, Mycelium) hervortreten und in die Frucht übergehen. Das unterirdische oder in organische Substanzen versenkte Mycelium treibt die mannichfaltigen Fruchtformen nun innerhalb enger Zeitgrenzen und massenhaft hervor, zu einer Jahreszeit, da die übrige Vegetation bereits ihren herbstlichen Rückschritt macht; und so fällt das Auftreten der Pilzvegetation um so mehr in die Augen. Ganz anders verhält sich aber diess in den Tropenländern. Dort ist nur die trockenste Periode des Jahres der Entfaltung von Pilzen ungünstig, und wo Schatten und Bodenfeuchtigkeit auch während der regenlosen Monate vorhanden sind, tritt der Schwammentwicklung das ganze Jahr hindurch kein äusseres ungünstiges Moment entgegen. In tiefen Schluchten des Urwaldes wird man daher fast zu jeder Jahreszeit Pilze finden, wenn man darnach sucht. Ich habe auch in den (trocknen) Monaten August und September bei Rio de Janeiro colossale Agaricos gesehen. Im Allgemeinen lässt sich aber annehmen, dass dort die Mehrzahl der grösseren, namentlich der fleischigen Pilze, mit dem Anfange der Regenzeit aus dem ruhenden Zustande des Myceliums in die Fructification übergehen. In Gegenden, welche regelmässig wiederkehrenden Ueberschwemmungen unterworfen sind, wie z.B am Amazonenstrome, kommen die meisten Pilze einige Monate nach Rücktritt der Gewässer zum Vorschein. Die Lebensdauer der Mycelien ist auch hier, wie in Europa, verschieden: es gibt einjährige, zweijährige und perennirende, und die letzteren kommen unter verschiedenen äusseren Bedingungen auch in verschiedenen Rhythmen zur Entwicklung.

---

*) Reise in Brasilien I. S. 152.

Was die *Gestalt dieser Mycelien,* insbesondere der Hymenomyceten, betrifft, so könnte man vielleicht zwei Hauptarten unterscheiden, welche ich die *unbegränzte* und die *begränzte* oder gleichsam im Hinblick auf die Analogie mit der Inflorescenz höherer Gewächse mycelium indeterminatum (s. centrifugum) und m. determinatum (m. centripetum) nennen möchte. Das erstere, sich unregelmässig und weit verbreitend, in Einer Richtung fortwuchernd oder sich strahlig von einem Mittelpuncte aus entfaltend, ist bald flockig, oder faserig oder grumösfaserig, bald schleimig und hautartig sich verdichtend oder in eine dünne Kruste austrocknend. Flockige oder unregelmässig lappige und häutige Formen sind bis jetzt in Brasilien häufiger beobachtet worden, als jene wurzelförmigen und vielfach verzweigten Gestalten unserer Rhizomorpha oder als die dünnen, schwarzen (kohlenstoffreichen) Binden oder linienförmigen Streifen, welche oft weithin und in den verschiedensten Richtungen durch faules Holz setzen. Die Entwicklung dieser Unterlage zu der höheren Gestalt der Pilzfrucht geht auch hier gerade so wie in gemässigten Breiten, in mannigfaltigen Modificationen vor sich. Wo die nöthigen Bedingungen für die Entfaltung des ganzen Schwammes vorhanden sind, da erscheinen die Fructificationen, je nach der specifischen Natur, bald einzeln, bald gesellig. Ich habe nicht selten sowohl epixyle als hypogäische Formen in zahlreichen Rasen auftreten sehen, und auch hier zeigen die Agarici die sogenannten Hexenkreise. Dem von Fries (Symbolae mycol. I. 3 §. VI.) ausgesprochenen Satze, dass die Pilze der heissen Zone seltener caespitose hervorbrechen, möchte ich daher nach meinen eigenen Erfahrungen nicht beipflichten*).

Seltener als das centrifugale Mycelium kommt in Tropenländern auch die trüffelartige Bildung desselben (Mycelium tuberosum) vor. Es ist stets in die Erde, nicht in organische Körper versenkt. Die Flocken des Schwammgewebes sind hier entweder locker gewebt und durchdringen feinvertheilt den Boden so gleichmässig, dass derselbe gleichsam von Pilzsubstanz infiltrirt eine Pietra fungaja, wie bei dem italienischen *Polyporus Tuberaster*, darstellt, oder sie bilden eine fleischige oder grumige solide Masse, die gleichsam ein Hybernaculum wird, aus dem die höhere Pilzform hervorbricht. Die Entwicklung des Hutes ist hier nicht centrifugal und reihenweise fortschreitend, sondern es kommen bald einzelne Fructificationen, bald ein Haufen derselben in undeutlicher Ortsfolge dem Centrum nahe zum Vorschein. Solche compacte Myeelien besitzt unter andern die durch die lederartige Consistenz des Hutes und durch ausgezackte, vom Hut nicht scharf abgegrenzte Lamellen ausgezeichnete Gattung *Lentinus* nach Fries (Elench. I. 45), und die so organisirten Arten werden von demselben gründlichen Forscher der Pilzvegetation (Epicrisis 387) als Glieder einer noch genauer zu bestimmenden Gattung, *Scleroma*, bezeichnet. Eine Art dieser Gattung, *Lentinus velutinus Fries* (Epicr. 392 Nr. 23), ist in Vellozos Flora Fluminensis (XI. t. 119) als *Peziza* abgebildet. In wiefern das Vorkommen von solchen trüffelartigen Mycelien in tropischen Ländern und also auch in Brasilien als charakteristisch anzunehmen seyn dürfte, lässt sich bei dem dermaligen Stande unserer Kenntnisse kaum mit Sicherheit aussprechen.

---

*) In einer der von mir gegebenen Ansichten des Urwaldes bei Rio de Janeiro (Flora Bras. I. tab. physiognom. VI.) ist auch die Bande eines *Agaricus*, vielleicht *cepaestipes?* abgebildet, dessen Mycelium sich strahlig ausbreitet.

## *Formen der brasilianischen Pilzvegetation.*

Bezeichnend für die brasilianische Pilzvegetation möchte ich das Vorwalten eines trocken-faserigen dichten Gefüges in den epixylen Gestalten der zahlreich vertretenen Hymenomyceten halten, desgleichen das oft verhältnissmässig lang andauernde Bestehen der entwickelten Fruchttheile (bei *Polyporus, Trametes, Thelephora, Stereum, Lenzites, Schizophyllum*). Solche Pilze scheinen, wie unsere *Polyporus fomentarius* und *igniarius*, sich eine Reihe von Jahren hindurch perennirend zu erhalten und zonenweise zu vergrössern. Als Beispiel kann ich den *Polyporus australis* Fries (Elench. I. 108. Epicris. 464) anführen, der nicht blos auf den Inseln der Südsee und in Chile, sondern auch in Brasilien an Baumstämmen wächst und das Gewebe der einzelnen Jahreschichten alsbald zu gleichmässiger Härte und Festigkeit ausbildet. Solche verholzende Arten nehmen nicht selten eine glänzende Oberfläche an, als wären sie lakirt. Sonst aber halten die Gestalten der perennirenden Pilze in Farbe und Dimensionen dieselben Verhältnisse ein, wie die Arten gemässigter Breiten. Besonders grosse *Agaricos* (den Hut fast einen Fuss im Durchmesser) habe ich in den feuchten Urwäldern der Serra d'Estrella, in einer Höhe von beiläufig 2500 Fuss über dem Meere, und in Minas, bei Marianna, in noch höheren Bergwäldern bemerkt; was mit den Beobachtungen auf Java und dem Continente von Indien übereinstimmt, wo man die Pilzvegetation am mächtigsten bei einer Erhebung über dem Ocean findet, welche die Temperatur wesentlich ermässigt. Eine Art von geringeren Dimensionen, die Vellozo's Flora Fluminensis (XI. t. 117) als *Phallus* abbildet, und die wohl nicht mit Unrecht auf *Agaricus (Psalliota) jejunus Fries* (Novae Symb. mycol. I. 8 Nr. 15) gedeutet werden dürfte, erscheint in den Wäldern des Orgelgebirges.

Die Pilzvegetation Brasiliens zeigt sich übrigens, wie die anderer Tropenländer, in ihren Formenkreisen keineswegs sehr wesentlich abweichend von jenen aussertropischer Länder. Ein scharf bezeichnender, stark hervortretender Charakter kommt ihr hier eben so wenig zu, als z. B. in den Inseln des indischen Archipels, über welche mir der erfahrne Reinwardt bemerkt, dass ihm die grosse Uebereinstimmung mit der Schwammflora gemässigter Zonen in Verwunderung gesetzt habe. So bewährt sich denn auch hier der von Fries, dem grössten Systematiker auf diesem Gebiete, ausgesprochene Satz: Vegetatio fungosa in diversis terris multo magis conformis videtur, quam aliarum plantarum *). Auch in Brasilien sind die in Europa häufigsten Formen: *Agaricus, Polyporus, Stereum, Thelephora, Lycoperdon, Cyathus, Sphaeria, Peziza* u. s. w. verhältnissmässig am häufigsten vertreten, theilweise sogar durch Arten, welche in höheren Breiten anderer Welttheile vorkommen, und die seltsamsten grottesken Gestalten der Stempel- und Gitter-Schwämme (*Dictyophora* **), *Clathrus* u. s. w.) erscheinen nur sporadisch. Diese letzteren gehören auch hier zu den Erdschwämmen, eben so wie die verwandte, zwischen *Phallus* und *Clathrus* in der Mitte stehende, noch wenig bekannte Gattung *Foetidaria coccinea* S. Hil. (Ann. Sc. Nat. 2 Ser. III. 191 VIII. 363), welche bei der Villa de Victoria in der Provinz do Espiritu Santo entdeckt worden ist. Zu den eigenthümlichsten Gestalten der brasilianischen Pilzvegetation dürften wohl noch der von d'Orbigny in Chiquitos entdeckte *Geaster (Plecostoma) ambiguus* (Voy. d'Orbigny VII. Flor. Boliv. 47), ferner der seltsame Repräsentant der Bauchpilze, welchen ich als *Cirrholus flavus* (N. Act. A. N. C. X. 511 t. 46 f. 10) bekannt gemacht habe, endlich die morphologisch besonders bedeutsame Gattung *Thamnomyces*, aus der Reihe der Kernpilze, und die Schimmelgattungen *Thelactis* und *Diamphora Mart.* (N. Act. N. C. a. a. O.) Erwähnung verdienen.

---

*) Fries Novae Symbolae mycologicae. I. Upsal. 1851. 4°. S. 3.

**) Die äusserst seltsam gestaltete Gattung ***Dictyophora*** (***Desr.***, ***Hymenophallus Nees***, ***Fries***) scheint einen sehr ausgedehnten Verbreitungsbezirk zu haben, jedoch nur warmen Ländern anzugehören. ***D. indusiata*** ist schon in Vellozo's Flora Flumin. XI. t. 118 als ***Phallus*** abgebildet. Später von Gaudichaud bei Rio de Janeiro wieder gefunden, ist sie von Persoon (Freyc. Voy. de l'Uranie, Botanique 178 t. I. f. 2) als ***Sophronia brasiliensis*** beschrieben worden. Dieselbe Art, von Vaillant in Surinam angegeben, ist von Alc. d'Orbigny auch in den Bergwäldern von S. Cruz de la Sierra beobachtet worden. — Eine zweite Art ist ***Phallus daemonum Rumph.*** (Amb. VI. 131. t. 56 f. 7) aus Amboina. — Die dritte ist ***D. bicampanulata*** Mont. Ann. Sc. nat. Ser. 2 Vol. X. 120, von Otahiti. — Aus dieser Insel hat Hooker (Beechey's Voy. 78 t. 20) eine von vorigen, nach des erfahrnen Mycologen Montagne's brieflicher Mittheilung, verschiedene Art unter dem Namen ***Phallus Daemonum*** Rumph bekannt gemacht. — Die fünfte Art ist ***D. duplicata Bosc.*** aus Süd-Carolina. — Die sechste ***D. speciosa Klotzsch*** von Meyen auf Luçon entdeckt (N. Act.

Niedrigere Formen, eigentliche Elementarpilze, Coniomyceten und Hyphomyceten, treten dort, wenn nicht reicher, so doch jedenfalls eben so mannigfaltig als bei uns auf. Das Material ist aber zur Zeit ungenügend, hierüber sichere Schlüsse zu bilden. Auch unter ihnen kommen europäische Gattungen vor. Das *Eurotium herbariorum Link.* ist auch in Brasilien während der Regenmonate ein unwillkommener Gast in den Herbarien*); und in analoger Weise werden sich die dort noch aufzufindenden Elementarpilze auf die in gemässigten Klima vorwaltenden Typen grossentheils zurückführen lassen, wenn schon die Mannigfaltigkeit der Matrix auch eine bedeutende Verschiedenheit in den Gestalten ahnen lässt. Dass nämlich die individuellen Mischungsverhältnisse der Unterlage auf die Morphose dieser niederen Afterorganismen von

---

A. N. C. Suppl. I. XXI. 239 t. 6). Dazu kommt endlich *D. subuculata* Mont. aus Algerien (Flore d'Algérie I. 440).

*) Martius Reise I. 192.

wesentlichem Einflusse seien: davon überzeugen uns die fortwährende Entdeckung neuer Formen in unsern Gewächshäusern.

Fries *) hat unter mehreren Sätzen, welche als die Vorläufer der Doctrin von der geographischen Verbreitung der Pilze angesehen werden mögen, auch die beachtenswerthe Bemerkung gemacht, dass innerhalb der Grenzen einer Gattung, die auf parasitisches Leben angewiesen ist, die specifische Differenzen am entschiedensten bei solchen Arten hervorspringen, denen eine verschiedenartige Matrix zu Grund liegt. Daher eine grössere Uebereinstimmung von den Arten *Agaricus* und *Boletus,* welche zwar in verschiedenen Ländern, aber immer in der Erde selbst, und nicht auf unvermoderten Pflanzen wachsen; daher auch eine grössere Differenz bei den speciebus epixylis von *Polyporus* und *Lentinus.* Hoch entwickelte Pilzformen scheinen, in Uebereinstimmung mit diesem Verhältniss, in Brasilien sehr oft epixylisch zu seyn. Dass übrigens unter den Formen der Kernpilze, welche aus der Rinde hervorspriessen, eine grössere Uebereinstimmung mit aussertropischen Gattungen vorhanden sei, als unter jenen, die aus dem Holze selbst hervorbrechen, wie diess Fries anzudeuten scheint, — diese Annahme dürfte sich schwerlich als gerechtfertigt erweisen, sobald unsere Kenntniss von dem innern Baue jener kleinen und unscheinbaren Bildungen weiter vorangeschritten seyn wird. In den hypophlöodischen Flechten finden wir eine so staunenswürdige Mannigfaltigkeit des Baues **), dass die Complication oft eben so gross, ja grösser erscheint, als bei eigentlichen epixylen Schwämmen; und doch wird man schwerlich im Stande seyn, jene sogenannten Flechten von den Pilzen durch strenge systematische Merkmale zu trennen.

---

*) Novae Symbolae mycologicae Fasc. I. Upsal. 1851. 4⁰. (Quo magis genus in aliis plantis parasitatur, eo magis species e diversa matre mutantur.)

**) Vergl. Eschweiler Lichenes in Mart. Flora Bras. I. 1833. und in Mart. Icon. sel. Cryptog. t. 6—10.

Diess Verhältniss mag als Veranlassung gelten, die Stellung der Pilzvegetation im Gesammtsysteme mit einigen Worten zu berühren. Schon mehrfach ist der Satz ausgesprochen worden*), dass die Pilze keine morphologisch scharf zu begrenzende, systematisch zu charakterisirende Gruppe bilden. Auch in der Flora Brasiliens kommen Formen vor, deren amphibolischer Charakter den Systematiker zu Anordnungen zwingt, die ihn nicht befriedigen. Wir erinnern zunächst an die Gattung *Cora* (Fr. Syst. Orb. veget. 300), welche bald den Algen, bald, und zwar mit Recht, den Flechten, am häufigsten aber den Pilzen zugezählt wurde. *Cora pavonia,* ein flechtenartig auf Baumästen lebendes Kryptogam, ist die *Ulva montana Sw.* Prodr. Fl. Ind. occ. 148., *Thelephora pavonia Sw.* Fl. Ind. occ. III. 1930 Kunth Syn. I. 12 (und Persoon in Freycin. Voy. d'Uranie, Botan. 175). Agardh (Spec. Alg. 141) sagt von ihr, es sei eine planta lichenosa, vom Habitus des Endocarpon viride. Fries (Epicr. 556) zählt sie unbedenklich den Pilzen zu. An diese Gattung schliesst sich eine andere, ebenfalls in Brasilien vorkommende, von ähnlichem parasitischen Standorte, auf einem Thallus byssoides Flechten-Apothecien tragend, an: *Coenogonium Ehrenb.* **), und ebenfalls nahe verwandt ist die tropische Gattung *Leptogium* Fr.*), früher als Subgenus von *Collema* aufgeführt, von welcher mehrere Arten aus Brasilien bekannt sind. Der Versuch, diese Gestalten mit einigen andern: *Cilicia Fr.* (Syst. orb. veg. 301. Mont. Ann. Sc. nat. 2 Ser. II. 375), *Thermutis Fr.* (l. c. 302), *Ephebe Fr.*, *Micarea Fr.* (l. c.), als eine selbstständige Gruppe zwischen den Algen und Flechten aufzustellen, wie ihn Montagne**), den Andeutungen von Fries***) folgend, gemacht hat, beseitigt die systematischen Schwierigkeiten nicht. Er gründet auf der Annahme, dass der Charakter eines homöomerischen Thallus diese Gewächse von den übrigen, heteromerischen Flechten trenne, während die Fructification im Wesentlichen mit der der letzteren übereinkomme. Bei dieser Auffassung würde man sich aber wohl gezwungen sehen, manche Gattungen, die bisher zu den Pilzen gerechnet wurden (Pyreno- und Discomycetes) in dieselbe Reihe der Byssaceae aufzunehmen, weil sie ebenfalls ein homöomerisches Lager und apotheceienartige Keimapparate haben. Andererseits dürfte bei mehreren dieser amphibolischen Gestalten die Anwesenheit eines sehr transitorischen oder unter dem später entwickelten eigentlichen Lager verschwindenden Hypothallus, auf dessen Analogie mit dem Mycelium der wahren Pilze hingewiesen worden ist, zu erweisen seyn und sich damit eine grössere Verwandtschaft zu den Pilzen herausstellen. Schleiden hat versucht, die drei Ordnungen der Algen, Flechten und Pilze vorläufig dadurch zu charakterisiren†), dass die Algen im Wasser leben und ihre Sporen zu 1 bis 4 in der unveränderten Sporenhülle entwickeln, die Flechten in der Luft lebend ihre Sporen zu

---

*) Unter Andern von Al. Braun in der Flora 1847. 23. und von Schleiden Grundzüge 3. Aufl. II. 26. — „Si Ascomycetes cum Lichenibus jungantur, nulla adest ratio Hyphomycetes et Coniomycetes a Phyceis distinguere. Tantus est nexus inter omnes plantas nemeas; ut nulla extet inter has differentia superior, quam biologica inter Proto- et Hysterophyta“. sagt Fries, Summa Vegetabilium Scandinav. 375. Die Botaniker haben aber die Aufgabe, in der allgemeinen ***Morphologie***, wie in der systematischen ***Charakteristik***, über Form und Formgeschichte (Entwicklungsgeschichte) nicht hinauszugehen, und diese Doctrinen nicht auf physiologischen Principien zu entwickeln.

**) Dieser Flechtengattung dürfte Dictyonema Ag. Syst. Alg. 26 Fr. S. Orb. veg. 303 zunächst anzureihen seyn.

---

*) Womit Coccocarpia Pers. in Freyc. Voy. d'Uranie. Cryptog. 206 zu vergleichen.

**) Ramon de la Sagra, hist. de Cuba, Cryptog. 105.

***) Lichenographia europ. reform. XXXV.

†) Grundzüge, 3. Ausg. II. 27.

8 bis 10 in der unveränderten Hülle ausbilden; die Pilze aber ihre einzeln in kleinen Ausdehnungen der Sporenhülle gebildeten Sporen mit dieser abschnüren. Aber auch diess Merkmal genügt nicht, da wir sowohl höhere (Hymenomycetes) als niedrige (Elementarpilze und Schimmel) unbedenklich zur Pilzvegetation zählen müssen, die zusammengesetzte Sporen in Schläuchen, gleich denen der Flechten, haben, und da wir sehr nahverwandte Arten (von Sphaeria z. B.) kennen, die Sporenschläuche mit mehreren Sporen und einfache Sporen tragen. Die Erwägung solcher Verhältnisse mag immerhin der Ansicht günstig erachtet werden, dass die Pilze als die Parasiten einerseits unter den Algen anderseits unter den Flechten zu betrachten, und dass sie demnach eben so wie die Parasiten aus höheren Pflanzenfamilien in Folge dieser ihrer eigenthümlichen Lebensart wesentlichen Abwandlungen der typischen Gestalt unterworfen seien. Uebrigens, — und der Umstand verdient vielleicht besondere Erwägung bei dem Versuche, diese Gewächse als selbstständige Familie zu charakterisiren, — kennen wir bei Algen und Flechten fast ohne Ausnahme ein grünes Stratum gonimicum, und die Zellen desselben vermögen, als wahre *Brutkörner* oder *Lagerkeime* die Art eben so fortzupflanzen, wie die eigentlichen *Sporen* oder *Fruchtkeime*. Dieser Apparat fehlt den (mit wenig Ausnahmen keine grüne Farbe darbietenden) Pilzen, und ausser den eigentlichen Sporen wird die Fortpflanzung nur noch durch Theile des (niemals grünen) Myceliums (Hypothallus) vermittelt, welches bekanntlich eben so lebenszähe als productiv ist; eine Fortpflanzung durch Lagerkeime (ausgesonderte Zellen oder Zellenkerne des Thallus) dagegen kommt bei den Pilzen nicht vor *).

---

*) Manche Pilzbildungen, welche man als selbstständig in das System aufgenommen hat, erweisen sich vielleicht einer fortgesetzten Forschung nur als solche Mycelien, welche unter gewissen Umständen Lagerkeime (einfache Zellen) abschnüren und sich dadurch fortpflanzen, bei günstigeren Bedingungen aber die höhere Gestalt der Fructification gewinnen und nun

Wollte man übrigens der oben angedeuteten Auffassung, dass die Pilze nichts anders seien als die parasitischen Gestalten der Algen oder Flechten, Berechtigung zuerkennen, so ergäbe sich für die pflanzengeographische Betrachtung, dass Algen und Flechten, sowie in andern Florengebieten, auch in dem Brasiliens alle übrigen Pflanzenfamilien, von welchen einzelne Gattungen und Arten parasitisch sind, an Zahl und Mannigfaltigkeit der schmarotzenden Formen übertreffen, wenn schon Brasilien reicher an hochorganisirten Parasiten ist, als viele andere, zumal extratropische Florenreiche *).

## *Phosphorescenz der Pilze.*

Unter die merkwürdigsten Erscheinungen der tropischen Pilzvegetation gehört die Phosphorescenz mancher Arten, zumal von Blätterschwämmen. Dass diese Lichtentwicklung keineswegs Correlat des beginnenden Zersetzungsprocesses ist, sondern vielmehr mit der Energie der Vegetation zusammenhängt, jedoch nicht sogleich dann erlöscht, wenn der Schwamm aus seinen Lebensbedingungen entfernt wird, vielmehr noch einige Tage

---

aus einem Peridium zusammengesetztere Fruchtkeime (Sporas in ascis) entlassen. Wir erinnern an *Sphaeria cinnabarina*, *coccinea* u. a., die immer nur auf einer *Tubercularia* (*vulgaris*, *minor*) vorkommen, so dass Fries (Syst. III. 464. Elench. II. 80) an dem autonomen Charakter der *Tubercularia* zweifelt. Ein solches Verhältniss schliesst übrigens den Parasitismus gleichhoher Bildungen auf einander (z. B. der *Sphaeria episphaeria* auf der *Sph. Stigma*) nicht aus.

*) Man vergl. meine Abh. in den gelehrten Anzeigen der k. Münchner Akademie 1842. Nr. 44—49, wo ich die in Brasilien vorkommenden Parasiten mit Ausschluss der Pilze abgetheilt habe in 1) blattlose, nicht grüne (bleiche) wurzelständige, 2) blattlose auf Stengeln haftende, 3) beblätterte, grüne, sich mit der Primärwurzel einsenkende, 4) beblätterte, durch secundäre Theile schmarotzende.

lang andauert, dass ferner die leuchtenden Blätterschwämme in jedem Theile ihrer Substanz leuchten, ist durch neuere Thatsachen ausser Zweifel gesetzt *). Auch in Brasilien kommt ein solcher leuchtender Blätterschwamm vor. Der *Agaricus (Omphalia) Gardneri Berk.* (in Hooker Journ. II. 427, Hook. Lond. Journ. II. 631) auf den faulenden Blattscheiden und Blattstielen der Pindova-Palme *(Attalea humilis Mart.)* und desshalb von den Einwohnern *Flor de Coco* genannt, ist im December bei Natividade in der Provinz Piauhy gefunden worden. Er verbreitet in der Dunkelheit aus seiner ganzen Oberfläche ein grünlichtes Phosphorlicht, das mit dem des Pyrosoma atlanticum, eines schalenlosen Seeweichthieres verglichen wird **). Dieser Schwamm ist wie der südeuropäische Leuchtschwamm des Oelbaums, *Agaricus (Crepidotus) olearius* von orangegelber Farbe. Ein dritter leuchtender *Agaricus* ist der *noctilucens Leveillé*, Gaudichaud Voy. de la Bonite I. p. 167, von weisser Farbe, aus Manilla; — der Fungus igneus des Rumphius (Herb. Amb. Lib. XI. p. 130) auf Amboina, hat einen grauen, unten schwarzgrauen Hut ***) (ein *Agaricus* oder eher noch ein *Cantharellus?*); — endlich werden auch zwei phosphorescirende Arten aus der Gegend vom Schwanenflusse in Neuholland angeführt †). In Deutschland sind es bekanntlich nicht derartige Blätterschwämme, sondern *Rhizomorpha fragilis Roth,* in ihren beiden Formen der *Rh. subcorticalis* und *subterranea,* und das *Helotium aeruginosum (Byssus phosphorea L.),* an welchen die Phosphorescenz beobachtet worden.

---

*) Vergl. Schmitz in Linnaea XVII. (1843) p. 487 über den Bau, das Wachsthum und einige besondere Lebenserscheinungen der ***Rhizomorpha fragilis Roth***, und Tulasne in Annal. des Scienc. natur. 1848. I. p. 338 über die Phosphorescenz des ***Agaricus olearius*** u. s. w.

**) Gardner Travels in the Interior of Brazil, Lond. 1846, p. 346.

***) „Incolae eum adhibent nocte, manu eum tenentes, ut subsequentes detegant antecedentes per hunc fulgorem ne aberrent etc. Rumph. l. c.

†) Drummond in Hooker London Journ. of Botany 1842. p. 216.

## *Arten der brasilianischen Pilzvegetation.*

Bei der Unvollständigkeit unserer Kenntniss kann eine übersichtliche Liste der bis jetzt aufgefundenen Arten nicht massgebend seyn, um die dort herrschenden Formenkreise oder das Verhältniss derselben und der Arten zur Flora anderer Länder zu beurtheilen. Nichtsdestoweniger scheint es nicht unzweckmässig, die beschriebenen Arten zusammenzustellen, und zwar besonders desshalb, weil darin die doppelte Aufforderung gegeben wird, die bisherigen Angaben kritisch zu prüfen und für die Entdeckung und systematische Feststellung neuer Arten zu sorgen.

## *Verzeichniss*

### *der aus Brasilien bekannt gewordenen Pilze.*

Agaricus (Lepiota) cepaestipes Sow. Fries Syst. Myc. I. 280. Epicr. 17. Berkeley in Hook. Lond. Journ. 1843. 629. (Piauhy).

„ „ molybdites Meyer Esseq. 300 Fr. S. M. I. 308.

„ (Tricholoma) praegrandis Berk. l. c. (Minas).

„ (Clitocybe) rheicolor Berk. l. c. 630. (Minas).

„ (Omphalia) Gardneri Berk. l. c. et Hook. Journ. 1840. 427. (Goyaz).

„ „ spaniophyllus Berk. l. c. (Goyaz).

„ „ purpureo-roseus Berk. et Mont. in Ann. Sc. nat. 3. Ser. IV. 355. ad Novo Friburgo: White et Menneville.

„ (Collybia) Boryanus Berk. et Mont. Ann. Sc. nat. 3. Ser. XI. 235: Bahia: Blanchet.

„ (Pleuropus) salebrosus Berk. Ann. of Nat. Hist. IX. 444. Rio de Janeiro.

„ (Flammula) brasiliensis Fr. Linnaea V. (1830.) 509. Epicr. 190. (Rio).

„ (Naucoria) fluminensis Mont. in Ann. Sc. nat. 2. Ser. II. 78. (Rio de Janeiro): Beyrich.

„ (Dermocybe) hilarianus Mont. Fr. Epicr. 203. (Galera) Mont. in Ann. Sc. nat. 2. Ser. VIII. 366. Ad Ubá prov. Rio de Janeiro: S. Hilaire.

„ (Crepidotus) mollis Fr. Epicr. 210. n. 857. Rio: Beyrich (eine europ. Art).

Agaricus (Psilocybe) lysiophyllus Fr. Linnaea V. 510. Epicr. 227. (Minas: Lund).
„ (Coprinus) Pisonianus Mart. supra.
Marasmius ferrugineus Berk. l. c. Minas.
„ dispar Mont. Ann. des Scienc. nat. Ser. 2. II. 79. t. 4. f. 3. (Collybia) Rio.
„ mitiusculus Berk. l. c. 631. (Minas).
„ bambusinus Fr. in Linnaea V. (1830) 507. Epicr. 385. Rio de Janeiro.
„ brasiliensis Berk. et Mont. Ann. Sc. nat. Ser. 3. XI. 235: Bahia: Blanchet.
„ inoderma Berk. in Hook. Journ. 1851. 15. Pará: Spruce.
„ haematocephalus Mont. (sub Agarico) Ann. Sc. nat. 2. Ser. 1837. 369. et Cryptog. de Cuba 418. edit. franç. t. 17. Rio.
Hypolyssus Montagnei Berk. Hook. Journ. I. (1842) 139. t. 6. f. 1. Rio Negro: Spruce.
Lentinus velutinus Fr. in Linn. V. 510. Epicr. 329. Berk. Lond. Journ. 1843. 633. (Montagne Crypt. de Cuba t. 17. f. 3.) Rio de Janeiro et Minas.
„ cornucopioides Klotzsch in Linnaea 1835. 123. Fr. Epicr. 392. n. 26. Rio de Janeiro.
„ scleropus Fr. Epicr. 392. Freyc. Voy. 167. t. 2. f. 3. Nr. 27. Rio de Janeiro: Gaudichaud.
„ pilosus Fr. Epicr. 395. Nr. 45. Rio de Janeiro.
„ Lecomtei Fr. Epicr. 388. Nr. 3. (ex Amer. septentr.) Berk. in Lond. Journ. 1843. 632. Minas.
„ villosus Fr. Epicr. 388. Nr. 6. (e Mauritio) Berk. l. c. Rio, Minas et Ceará.
„ Berterii Fr. Epicr. 388. Montagne in Orbigny Voy. Bot. 49. Chiquitos. Minas, Surinam.
„ Swartzii Berk. l. c. (L. crinitus Berk. in Ann. of Nat. Hist. X. 370. t. 9. f. 2.
„ tener Kl. Fr. Epicr. 389. Nr. 12. (New-Orleans?) Serra dos Orgaôs.
„ crassipes Berk. Lond. Journ. Bot. 1843. 633. Minas.
„ albidus Berk. l. c. Prope Inficionado in Minas.
„ submembranaceus Berk. l. c. 684. Minas.
Panus velutinus Fr. Epicr. 398. Nr. 7. (Agar. Omphalia Fr. in Linnaea V. 508.) Rio de Janeiro: Beyrich.
„ hirtus Fr. Epicr. 398. Nr. 8. (Agar. Pleurotus) Fr. in Linnaea V. 508. Rio de Janeiro: Beyrich.
„ lunatus Fr. Epicr. 399. Nr. 13. (Agaricus crepidotus) Fr. in Linn. V. 509. Rio de Janeiro: Beyrich.

Panus copulatus Fr. Epicr. 399. Nr. 14. Ehrenb. Hor. phys. berol. 86. t. 18. f. 5. (Agaricus Apus) Ins. S. Catharina: Chamisso.

Xerotus caribaeus Fr. Epicr. 401. In Antillis (Plum. Filic. t. 167. f. C.) et in Bras. (Pará) Mart.

„ tomentosus Klotzsch in Linnaea VIII. (1833.) 480. Fr. Epicr. 401. Nr. 2.

Lenzites deplanata Fr. Epicr. 404. Nr. 2. (Daedalea Lk. in Linn. V. 513.) Rio de Janeiro: Beyrich.

„ furcata Fr. Epicr. 404. Nr. 6. (Daedalea Lk. l. c.) Rio de Janeiro: Beyrich.

„ umbrina Fr. Epicr. 405. Nr. 8. Nov. Symb. 28. (Auch in Mexico.)

Schizophyllum commune Fr. Epicr. 403.

„ umbrinum Berkel.*) in terra Amazonica: Spruce, Pará: M.

Daedalea quercina Pers. Fr. Syst. I. 333. Epicr. 492.

„ rubicunda Klotzsch in Nov. A. Ac. N. C. XIX. Suppl. I. 234. In m. Corcovado prope Rio: Meyen.

„ erubescens Berk. Ann. of Nat. Hist. IV. 291. ? Rio. ?

Hexagona hirta Fr. Epicr. 497. Nr. 3. (In Brasilien und Guinea.)

„ variegata Berk. Ann. of Nat. Hist. X. 380. XI. 196.

„ scutigera Fr. Elenchus I. 73. (sub Polyporo); Minas: Lund.

Favolus brasiliensis Fr. in Linnaea V. 511. t. II. f. I. Elench. I. 44. Epicr. 498. Nr. 2. Berk. Lond. Journ. 1843. 638. Rio de Janeiro, Minas: Gaudichaud, Mart., Gardner.

„ flaccidus Fr. Epicr. 499. Nr. 5. Rio de Janeiro: Beyrich.

„ pusillus Fr. Linn. V. 511. t. II. f. 2. Epicr. 499. Nr. 7. Ibidem: Beyrich.

„ alutaceus Berk. et Mont. Ann. Sc. Nat. 3. Ser. XI. 240: Bahia, Blanchet.

Laschia infundibuliformis Berk. Ann. of Nat. Hist. IX. 445. Rio.

---

*) *Schizophyllum umbrinum Berk.:* epixylum, gregarium, e stipite excentrico brevi compresso-tereti incurvo declinatum, totum umbrinum; pileo obovato suborbiculari radiato-palmato incisove, lobis lobulisque obtusis emarginatis, supra convexo dense et pulvinato tomentoso, tomento in hymenium descendente. — Myce 4 lin. longa, 3—4 lata. Stipes ½ lin. diam. vix 1 lin. longus, ipso margine explanato. Pileus in corticem arboris declinatus, ambitu irregulariter palmatus et duplicato- partitus vel lobatus, hinc (in latere decurtato) quasi crenatus. Pili tomenti tenues praelongi deorsum descendentes in lamellarum hymenii omnem marginem. Hymenium e cellulis lineari-oblongis obtusis convexis subseriatis factum, imo margine fert basidia (sporophora) subclavata, in quibus nec ipsas sporas (verisimiliter antea delapsas) nec illarum pedicellos deprehendi.

Polyporus (Mesopus) xanthopus Fr. Syst. I. 350. 505. Elench. I. 74. (kommt ausser Südamerica auch in Java, Sierra Leone u. Australien vor).

,, ,, flexipes Fr. Linnaea V. 515. Epicr. 432. Nr. 20. Nov. Symb. 34. Rio de Janeiro: Beyrich.

,, ,, Umbraculum Fr. Elench. I. 74. Epicr. 435. Nr. 31. Bahia: Mart. (Auch in Guinea und Australien.)

,, ,, nigripes Fr. Linnaea V. 515. Epicr. 435. Nr. 32. Rio: Beyrich.

,, ,, lentus Berk. in Lond. Bot. Journ. 1843. 635. Minas: Gardner.

,, ,, similis Berk. ibid. Minas Geroës: Gardner.

,, ,, Perula Fr. Epicr. 437. Nov. Symb. 57. Minas: Lund.

,, ,, apalus Berk. ibid. forsan. vas. flexipedis ex Fries. Nov. Symb. 34. Minas geraes: Gardner.

,, ,, calcigenus Berk. ibid. 636. Fries. Nov. Symb. 44. dist. gen.? Goyaz: Gardner.

,, (Pleuropus) obsoletus Fr. Linnaea V. 516. Epicr. 442. Nr. 54. Rio de Janeiro: Beyrich.

,, ,, fornicatus Fr. Linnaea V. 516. Epicr. 443. Nr. 60. Rio de Janeiro, Minas: Beyrich, Lund, Mart.

,, ,, auriscalpium Fr. Epicr. 443. Nr. 62. Freyc. Voy. 169. t. 1. f. 5.) Rio S. Catharina: Gaudichaud, Mart.

,, ,, spathulatus Fr. Epicr. 443. Nr. 63. Minas: Mart.

,, ,, infernalis Berk. Lond. Journ. 1843. 637. Fr. Nov. Symb. 35. Minas: Gardner.

,, ,, luteus Nees. Berk. l. c. Fr. Elench. I. 76.

,, ,, australis Fr. Epicr. 464. Berk. l. c. Minas: Gardner.

,, ,, opacus Berk. et Mont. Ann. Sc. nat. 3. Ser. XI. 236. Bahia: Blanchet.

,, ,, Blanchetianus Berk. et Mont. ibid. 238. Bahia: Blanchet.

,, (Apus) isabellinus Fr. Elench. I. 88. Epicr. 457. Nr. 117. (Auch in Nordamerica.)

,, ,, pubescens Fr. S. I. 367. Elench. I. 87. Epicr. 462. Nr. 144. (Auch in Europa.)

,, ,, nitens Fr. in Linn. V. 517. Epicr. 463. Nr. 147. Minas und Bahia: Mart.

Polyporus (Apus) australis Fr. Elench. I. 108. Epicr. 464. Nr. 150.
,, ,, leprosus Fr. Elench. I. 107. Epicr. 464. Nr. 153.
,, ,, fomentarius Fr. Epicr. 465. Nr. 158. Ins. S. Catharina: Chamisso.
,, ,, carneo-fulvus. Berk. Fr. Symb. nov.
,, ,, fimbriatus Fr. Linn. V. 520. Epicr. 476. Nr. 210. Rio de Janeiro: Beyrich.
,, ,, squalidus Fr. Linnaea V. 517. Epicr. 469. Nr. 175. Minas: Lund.
,, ,, Feei Fr. Linn. V. 518. Epicr. 476. Nr. 213. Rio.
,, ,, cingulatus Fr. Linn. V. 519. Epicr. 476. Nr. 215. Nov. Symb. 73. Minas: Lund.
,, ,, hirsutus β. brasiliensis Fr. S. I. 367. Elench. I. 93. Epicr. 477. Nr. 221. (Auch in Europa und Nordasien.)
,, ,, versicolor Fr. S. I. 368. El. I. 94. Epicr. 478. Nr. 224. Rio, S. Catharina: Beyrich, Chamisso (auch in Europa).
,, ,, pinsitus Fr. Elench. I. 95. Epicr. 479. Nr. 226.
,, ,, detonsus Fr. Linn. V. 519. Epicr. 479. Nr. 225.
,, ,, limbatus Link. Linn. V. 519. Epicr. 479. Nr. 227. Pará: Martius (Surinam. Wullschlägel).
,, ,, Lundii Fr. El. I. 95. Epicr. 470. Nr. 228. Minas: Lund.
,, ,, Sector Fr. Syst. I 367. Ehrenb. Hor. phys. berol. 86. t. 18. f. 6. Epicr. 480. Nr. 235. S. Catharina: Chamisso.
,, ,, psilodermeus Berk. et Mont. Ann. Sc. Nat. 3. Ser. XI. 239. Bahia: Blanchet.
,, (Resupinatus) subspadiceus. Fr. S. I. 378. Elench. I. 116. Epicr. 482. Nr. 245. In Minas: Lund. (Auch in Europa.)
,, ,, xylostromatoides Berk. Lond. Journ. 1843. 638. Minas: Gardner.
,, ? flavus Jungh. Rio de Janeiro (Herb. Paris: Montagne).
,, ? nummularius Pers. in Freyc. Voy. 174. Rio: Gaudich.
,, ? myrrhinus Kickx etc. Bull. Acad. Brux. 1838. 370. Rio? Gaudichaud.

Trametes torrida Fr. Elench. I. 103. (Africa) Epicr. 490. Nr. 11. Rio de Janeiro: Beyrich
,, occidentalis Fr. Epicr. 491. Nr. 13. Nov. Symb. 74. (Polyporus) Berk. Lond. Journ. 1843. 638. Minas: Gardner.

Trametes Beyrichii Fr. Epicr. 491. Nr. 14. Linnaea V. 518. (Polyporus) Rio de Janeiro: Beyrich.

„ rigida Berk. et Mont. Ann. Sc. nat. 3. Ser. XI. 240. Bahia: Blanchet.

„ hydnoides Fr. Epicr. 490. Nr. 6. Berk. Lond. Journ. 1843. 638. Minas: Gardner. Pará: Spruce.

„ versatilis Berk. l. c. Minas: Gardner.

„ fibrosa Fr. Epicr. 490. Nr. 7.

„ fusca Fr. Epicr. 490. Nr. 8.

„ sanguinea Fr. S. I. 371. (Polyporus): Rio: Gaudich. und sonst durch ganz Brasilien: Martius; in Yungas: d'Orbigny. (Auch in Isle de France, in der Südsee, in Guinea, Mexico, den Moluccen und Marianen: Gaudichaud).

Irpex farinaceus Fr. Linnaea V. 523. Epicr. 522. Rio; Beyrich.

Radulum palmatum Berk. Ann. of nat. Hist. IX. 445. Rio de Janeiro.

Sistotrema crispum Fr. Linnaea V. 522. Epicr. 520. Rio: Beyrich.

Glaeoporus (Mont.) conchoides Mont. Cryptog. de Cuba ed. franc. 385. t. 15. f. 1. (Auricularia reticulata Fr. Epicr. 555.) Rio: Beyrich.

Stereum *) cyathiforme Fr. Linnaea V. 523. Epicr. 545. Nr. 1. Berk. Lond. Journ. 1843. 638. Goyaz: Gardner.

„ nitidulum Berk. Lond. Journ. 1843. 638. Goyaz: Gardner.

„ cartilagineum Fr. Elench. I. 165. Epicr. 545. Nr. 4. Minas: Lund.

„ curtum Fr. Linnaea V. 523. Epicr. 545. Nr. 5. Pará.

„ Damaecorne Link. Fr. Linnaea V. 524. Epicr. 546. Nr. 6. Pará.

„ reniforme Fr. Epicr. 546. Nov. Symb. 93. Minas: Lund.

„ lobatum Fr. Linnaea V. 527. Epicr. 547. Nr. 12. Pará.

„ luteo-badium Fr. Linn. V. 526 Epicr. 547. Nr. 13. Pará. Rio: Meyen (Klotzsch N. Act. A. N. C. XIX. Suppl. 239.)

„ mytilinum Fr. Elench. 175. Epicr. 548. Nr. 19.

„ rubiginosum Fr. Epicr. 550. Nr. 33. Ehrenb. Hor. phys. berol. 85. S. Catharina: Chamisso.

„ leprosum Fr. Elench. 173. Epicr. 551. Nr. 38.

„ Galeottii Berk. Hook. Journ. 1851. 15. Rio Negro: Spruce. (Auch in Mexico.)

---

*) Die beiden von Meyer Esseq. 305 aufgeführten Arten: Stereum elegans und chartaceum gehören wohl ohne Zweifel auch der Nordbrasilianischen Flora an.

Auricularia fucoidea Pers. in Frey. Voy. d'Uranie 177. Rio: Gaudichaud (planta dubia).

Oncomyces (Klotzsch Linnaea VII. 195. Auricularia Fr. Epicr. 555.) mesentericus Klotzsch in N. Act. A. N. C. XIX. Suppl. I. 240. Freyc. Voy. d'Uranie Botan. 177. t. 2. f. 4. (Auch in Europa.)

(Dichonema (Montagne in Belang. Voy. 155.) sericeum Mont. Thelephora sericea Swartz., Dictyonema Berk. in Hook. Lond. Journ. 1843. 639. Serra dos Orgaôs: Gardner, gehört neben Coenogonium zu den Lichenibus Byssaceis.)

Thelephora speciosa Fr. Linnaea V. 525. Epicr. 536. Nr. 10. Rio de Janeiro, Minas: Beyrich, Lund.

„ albo-marginata Mart. In terra Amazonica (in silvis ad fl. Japurá *).

„ caperata Berk. et Mont. Ann. Sc. nat. 3. Ser. XI. 241. Bahia: Blanchet (auch in Martinik).

„ aurantiaca Pers. in Freyc. Voy. d'Uranie 176. Fr. Epicr. 536. Mont. in Orbign. Voy. Bot. 48. Rio: Gaudichaud. (Hierher auch Thel. Palmetto Raddi Spr. S. V. Curae poster. 334.)

„ rudis Fr. Linnaea V. 526. Epicr. 539. Rio: Beyrich.

„ conspersa Fr. l. c. Rio: Beyrich. (In Epicrisi desideratur.)

Corticium crinitum Fr. Epicr. 557. (Linnaea V. 530. sub Thelephora.) Rio: Beyrich.

„ Beyrichii Fr. Epicr. 558. (Linnaea V. 530. sub Thelephora) Rio: Beyrich.

Clavaria furcellata Fr. Linnaea V. 531. Epicr. 576. Nr. 34.

„ acutissima Berk. in sched. Montagn. Crypt. Fl. chil. VII. 386. (Chile et Brasilia).

Dictyophora indusiata Vent. Fr. S. II. 282. (Hymenophallus). Vell. Flor. Flum XI. t. 118. v. supra.

Phallus campanulatus Berk. Ann. of Nat. Hist. IX. 446. Maldonado, wohl auch in Südbrasilien.

---

*) *Thelephora albo-marginata Mart.* (*Mesopus*. pileo integro fimbriatore modo Fr. Epic.): laxe gregaria, stipitata, pileo erecto cyathiformi, *margine tenuiore albo subdentato*: stipite pileoque intus zonato pallide testaceo-fuscescente, hoc extus pallidiore.

Myce unguicularis altitudinis, raro altior; stipitis basi orbiculari plana lignis putridis affixa, stipite ipso tereti 1—2 lin. longo fuscescente, sursum pallidiore; pileo omnino cyathiformi, uno latere breviore, margine tenuiore albo-dentato vel sinuato, in adultioribus tandem explanato-dimidiato, extus pallide griseo, intus testaceo-fusco obscurius zonato: Mart. Sched. Nr. 3132. 25. Jan. 1820. Affinis *Th. caperatae Berk.*

Foetidaria coccinea S. Hil. Ann. Sc. nat. 2. Ser. III. 191. VIII. 363. Espiritu Santo: Aug. S. Hil.
Clathrus crispus Turp. Fr. S. II. 288. Maldonado.
Lycoperdon brasiliense Fr. S. III. 40. Rio de Janeiro: Beyrich.
Nidularia plicata Fr. in Linnaea V. 553. Berk. Lond. Journ. 1843. 639. in montibus prope Rio: Beyrich, Gardner ad Bahia.
„ Crucibulum Fr. S. II. 299. Minas: Gardner. (Auch in Europa.)
Geaster saccatus Fr. S. III. 16. Minas: Lund. (Auch in Maldonado.)
„ fimbriatus Fr. ibid. Berk. Lond. Journ. 1843. 639. Rio: Gardner. (Auch in Deutschland und Italien.)
„ ambiguus Mont. Ann. Sc. nat. 2. Ser. VIII. 362. Chiquitos: d'Orbigny.
Cirrolus flavus Mart. N. Act. A. N. C. X. 511. t. 46. f. 10. Fr. S. III. 199. Piauhy: Martius.
Arcyria decipiens P. (Trichia fallax Fr. S. III. 185.) Berk. Ann. of Nat. Hist. IX. 447.
Stemonitis fusca Fr. S. III. 157. Martius Reise I. 152. (St. fasciculata) Rio; (häufig in Europa).
Trichia expansa Mart. Reise I. 152. Rio de Janeiro: Mart. *).
Didymium nigripes Fr. S. III. 119. Klotzsch in N. Act. A. N. C. XIX. Suppl. I 244. Auf Parmelia perlata bei Rio de Janeiro: Meyen. (Häufig in Europa.)
„ gyrocephalum Mont Ann. Sc. nat. 2. Ser. VIII. 362. Rio: A. St. Hil.
Sphaeria (Xylaria) digitata Ehrh. Fr. S. II. 326. (Häufig in Europa.)
„ „ polymorpha P. Fr. S. II. 326. Rio de Janeiro.
„ „ Hypoxylon Ehrh. Fr. II. 327. Berk. Lond. Journ. 1843. 639. Goyaz: Gardner. (Häufig in Europa.)
„ „ bulbosa Pers. Fr. S. l. c. Klotzsch N. Act. A. N. C. XIX. Suppl. I. 241. Rio: Meyen. (Auch in Europa u. Nordamer.)
„ „ papyrifera Link. Fr. Linnaea V. 536. Rio: Beyrich.
„ „ tenuis Pers. in Freyc. Voy. d'Uranie 180. Rio: Gaudichaud.

---

*) *Trichia (Hemiarcyria) expansa:* hypothallo late effuso vix determinato, primum gelatinoso albo, mox siccescente tenui subcrustaceo-floccoso albido coccineo-venoso; peridio ovali puniceo simplici, parte basilari irregulariter persistente, capillitio denso lutescenti inaequaliter et anguloso-reticulato, demum in formas sublobatas inaequales propullulante. — Habitat in ligno putrido insulae Gubernatoris in sinu Sebastianopolitano. Julio 1817. Die explodirenden Pilze messen zwei bis vier Linien in der Länge.

Sphaeria (Xylaria) adscendens Fr. in Linnaea V. 537. Rio: Beyrich.
,, ,, pumila Fr. l. c. 538. Rio auf grünen Zweigen von Lantana mutabilis: Beyrich.
,, ,, obovata Berk. in Ann. of Nat. Hist. III. 397. Rio Negro: Spruce.
,, ,, Leprieurii Mont. Ann. des Sc. Nat. 2. Ser. I. 352. Ebenda.
,, ,, gracillima Fr. l. c. In Cayenne, wohl auch in Nordbrasilien.
,, ,, multiplex Kunze Fr. Linnaea V. 536. Surinam: Weigelt.
,, ,, Gomphus Fr. Elench. II. 54.
,, ,, scruposa Fr. ibid 55.
,, (Connata) serpens Pers. Fr. S. II. 341.
,, ,, micropus Fr. Linnaea V. 542. Rio: Beyrich.
,, ,, coenopus Fr. l. c. (Surinam, Cuba, wohl auch in Nordbrasilien).
,, (Pulvinata) Placenta Link. Fr. in Linn. V. 539. Novo Friburgo: Beyrich.
,, ,, Asphalatum Link. Fr. ibid. 540. Rio: Beyrich.
,, ,, caelata Fr. l. c. Cayenne (wohl auch in Brasilien).
,, (Glebosa) deusta Hoffm. Fr. S. II. 345. Häufig in Europa.
,, ,, Clavus Fr. in Linnaea V. 543.
,, (Lignosa) anthracoides Fr. Linn. V. 544.
,, (Concrescens) aulacostoma Fr. Linn. V. 545. Surinam: Weigelt.
,, (Circinata) regmostroma Fr. Linn. V. 545. Rio: Beyrich.
,, (Conferta) cayennensis Fr. Linn. V. 546. Rio: Beyrich (Surinam).
,, ,, Mauritiae Mart. *) Pará.
,, (Pertusa) palmicola Fr. S. II. 466. in nucum Coci nuciferae epidermide.
,, (Depazea) Mappa Berk. Hook. Journ. 1851. 18. t. 1. f. 3. Terra amazonum: Spruce.
Micropeltis applanata Mont. Cuba 325. Rio Negro: Spruce.
Thamnomyces Chamissonis Ehrenb. Hor. phys. Berol. 79. t. 17. f. 1. S. Catharina: Cham. Am Amazonas: Mart., Spruce.

---

*) *Sphaeria (Conferta) Mauritiae* gregaria longitudinaliter seriata, erumpens, atra; stromate elongato-lineari turgido inaequali verruculoso, compage spissa carbonacea; peritheciis immersis globosis atris, tandem ore amplo hiantibus, sparsis, ante apertionem vertice laevigato nitidiusculo insignibus. Asci tenuissimi, lineares, longiuscule pedicellati, apice obtusi, sporis globosis uniseriatis. — In foliis *Mauritiae flexuosae* strias 2 poll. longitudine et longiores efficiens.

Thamnomyces chordalis Fr. Linnaea V. 534. Cayenne, wahrscheinlich auch in Nordbrasilien.

„ annulipes Mont. Ann. Sc. nat. 2. Ser. II. 75. t. 4. f. 4.

Peziza scutellata L. Minas: M. (Potosi: d'Orb. Montagne in Voy. d'Orbigny. 48.)

„ herpotriche Berk. in Hook. Journ. 1851. 16. t. 1. f. 2. Rio Regro: Spruce.

„ tricholoma (Lachnea) Mont. Ann. sc. nat. 2. Ser. II. 77. Rio de Janeiro: Gaudichaud.

Phacidium dentatum Kze. Fr. S. II. 577. Rio Negro: Spruce.

Hysterium rufulum Spreng. Fr. S. II. 584. Linnaea V. 552. Rio de Janeiro: Beyrich (auch in Italien, der Berberei, den Antillen).

Tremella auricularis Fr. Linnaea V. 534. Epicr. 588. Rio de Janeiro: Beyrich.

Didymocrater obscurus Mart. N. Act. A. N. C. X. 509. t. 46. f. 8. Am Rio Madeira.

Diamphora bicolor Mart. ibid. 510. t. 46. f. 9. Pará.

Thelactis (Mucor Fr. S. III. 317.) flava Mart. ibid. 507. t. 46. f. 4.

„ virens Mart. ibid. 508. t. 46. f. 5.

„ violacea Mart. ibid. t. 46. f. 6.

„ coccinea Mart. 509. t. 46. f. 7.

Stilbum lateritium Berk. Ann. of Nat. Hist. IV. 291. Rio de Janeiro, Maranham.

Mucor cyanocephalus Mart. ibid. 505. t. 46. f. 1. Am Amazonas.

„ arcuatus Mart. ibid. t. 46. f. 2. Am Rio Negro.

„ aureus Mart. ibid. t. 46. f. 3. Prov. Rio Negro.

Aërophyton principis Eschw. Sylloge Ratisb. I. 163. Fr. S. III. 328. Auf den Blättern einer Casselia.

Eurotium herbariorum Link. Fr. S. III. 332.

Sphaeronema Epicecidium Berk. in Hook. Journ. 1849. 291. t. X. B. Spruce: am Amazonas.

Gliotrichum candidum Fr. S. III. 378. Auf Blättern einer Casselia.

Antennaria pannosa Berk. Lond. Journ. 1843. 640. t. 24. f. 1. Auf den Blättern eines Pogopetali; Goyaz: Gardner.

Campsotrichum unicolor Ehrenb. Hor. phys. Berol. 83. t. 17. f. 2. S. Catharina: Chamisso.

Pterula plumosa Fr. Linnaea V. 532. Berk. l. c. 642.

Tubercularia vulgaris Fr. S. III. 464. Sehr häufig in Europa.

Stilbum stromaticum Berk. Lond. Journ. l. c. Minas: Gardner.

Cladosporium herbarum Link. Berk. l. c. 643. Auf Lenzites applanata: Gardner.

Neuroecium Degueliae Kze. in litt. Spr. S. V. 370. In fol. Degueliae.

Die Gattung *Hypochnus* (Fr. Syst. orb. veg. I. 304), welche Fries (Syst. myc. III. 289) unter den Hyphomyceten aufgeführt hat, gehört den Pilzen nicht an. *Hypochnus rubro-cinctus* (Ehrenb. Hor. phys. Berol. 84 t. 17 f. 3, Mont. in Ramon de la Sagra Cuba Cryptog. 369) ist *Spiloma roseum* Raddi (Memorie della Soc. italiana in Modena XVIII. 343 t. 2) und liefert diejenige Substanz, deren chemische Analyse Vauquelin (Mém. du Museum VI. 345) als „Cochenille végétale“ bekannt gemacht hat. Schon die Gegenwart eines rothen, für die Färberei fixirbaren Pigmentes lässt keinen Zweifel über die Natur dieses Gewächses, welches auf absterbenden Moosen, lebenden Bäumen und todtem Holze in den Provinzen von Rio de Janeiro, S. Paulo, S. Catharina und Minas so häufig vorkommt, dass dessen Einsammlung zur Gewinnung des Farbstoffes empfohlen werden konnte. Die Fructification dieser Flechte ist übrigens noch nicht bekannt. Die beiden andern Arten *Hypochnus nigro-cinctus Ehrenb.* (a. a. O. t. 17 f. 4) und *H. albo-cinctus Mont.* (Ramon de la Sagra, Cuba, Cryptog. 368) sind Thallus-Bildungen von Chiodecton umbratum Fee und Ch. lacteum Fee. Vergl. Montagne in Ann. Sc. nat. 3 Ser. XVI. 76.

## Algae, Algen

werden von Marcgrav gar nicht, von Piso nur in Einer Art erwähnt. In dem Buche de aëre, aquis et locis (ed. 1648 p. 3) wird bei Schilderung der das brasilianische Meer beherrschenden Winde der *Sargasso* der Spanier, *Sargassum bacciferum Ag.* genannt, und in der zweiten Ausgabe S. 266 ausführlicher, unter Beigabe eines Holzschnittes besprochen, der die gemeine Form jenes merkwürdigen Tanges darstellt, und keine Copie der früheren Abbildungen (in Tabernaemont. edit. 1625 II. p. 208, Lobel Obs. p. 633 und Parkinson Theatr. p. 1281) ist. Schon Acosta (Aromata, edit. Clus. tertia 1579, p. 87) führt an, dass die Seefahrer diess Gewächs gegen Urinbeschwerden und Gries in der

Blase, roh oder gekocht, zu geniessen pflegen, und Piso wiederholt diese Bemerkung.

Die Algenvegetation sowohl der süssen Wasser Brasiliens als des Oceans an den brasilianischen Küsten ist bis jetzt verhältnissmässig wenig untersucht. In der Flora Bras. Vol. I. v. J. 1833 habe ich 79 Arten aus den verschiedenen Gruppen der Ordnung aufgeführt, und die in demselben Jahre *) erschienene Aufzählung der von St. Hilaire beobachteten, von Greville bestimmten Arten zifferte sich auf 45. In neuerer Zeit haben namentlich die algologischen Arbeiten von Montagne das hierhergehörige Material vermehrt, so dass die systematische Zusammenstellung von Kützings Species Algarum die Gesammtzahl auf 141 Arten bringt: 75 aus Kützings Classe der Isocarpeae und 66 aus der der Heterocarpeae. — Eine ausführliche Schilderung der brasilianischen Algenvegetation würde hier nicht am Orte seyn.

Flechten, Moose und Lebermoose fallen ausser den Kreis gegenwärtiger Besprechung, da unsere Autoren ihrer keine Erwähnung thun.

## Filices, Farn.

Von diesen Pflanzen spricht Marcgrav im zweiten Capitel seines ersten Buchs (ed. 1. p. 2) und Piso im 54. Capitel seines vierten Buches (ed. 2 p. 233, 234). Zwischen den Farn erwähnt Marcgrav einige Leguminosen, deren erste: *Trifolii species copiosa in sinu omnium Sanctorum* schwer zu enträthseln, die zweite: *Trifol. americanum spicatum (Amores incolis)* ein *Desmodium* ist. Am Schlusse des Capitels fügt er noch eine *Ononis non spinosa et floribus luteis* an, in der man

---

*) Voyage dans le district des Diamants, Vol. II. S. 423, 436, 447.

*Stylosanthes gujanensis* erkennt. Diese letzte Pflanze führt auch Piso (ed. 2 p. 234) mitten zwischen den Farn an. Danach möchte es fast scheinen, als hätten Beide bei der Zusammenstellung der Gewächse auf analoge Wirkungsweise Rücksicht genommen.

Von der ersten *Filix brasiliana* des Marcgrav wird zunächst ein Caulis quadratus ex ruffo nigricans splendens lanugine ruffa angegeben, was zugleich mit der übrigen Beschreibung auf ein Adiantum fronde pedata, ramis pinnatis hinweisst. Piso (l. c. 233) führt dieselbe Art fast mit gleichen Worten an, fügt aber eine Abbildung bei, die sicherlich nicht hierher zu ziehen ist, sondern einer Pteris angehört. Dagegen findet sich auf der folgenden Seite eine Abbildung als *Conambaimiri* (Fig. sinistra), welche wohl ohne Zweifel die als Filix brasiliana beschriebene Art darstellen soll, so dass man auch hier eine jener Irrungen in der Anfügung der Abbildungen findet, deren Hr. Lichtenstein in den zoologischen Arbeiten rügend erwähnen musste.

Was aber nun die Deutung der Beschreibung nebst Abbildung der *Filix brasiliana* betrifft, so halte ich *Adiantum curvatum Sw.*, eine im ganzen tropischen Brasilien, besonders in den Wäldern nicht sehr weit vom Ocean, vorkommende Art, für die hier gemeinte. Auch *Ad. intermedium Sw.* (wozu *triangulatum Kaulf* und *fovearum Raddi* gezogen worden), sind als nahe stehend zu betrachten. Nur die Höhe, welche von 2 bis 4 Fuss angegeben wird, stimmt nicht überein, ist aber wohl überhaupt in so grosser Weitschaft der Dimension schwerlich von irgend einer Einzigen Art (im ausgewachsenen Zustand) anzunehmen. Etwas grössere Dimensionen bietet *Adiantum tetragonum Schrad.* (Piso setzt der von Marcgrav angegebenen Höhe noch einen Fuss zu.) — Die Figur, die Piso (a. O. 233) neben Filix brasiliana setzt und welche, wie schon erwähnt, zunächst an eine Pteris erinnert, scheint theilweise durch spätere Correcturen verändert, indem die pinnulae hie und da als sinuatae dargestellt worden sind. Sonst könnte man *Pteris leptophylla* oder eine sehr rohe Zeichnung von *Pt. arachnoidea* vor sich zu haben glauben, während die pinnulae sinuatae an *Pt. pallida Raddi (Pt. elegans var. L. brasiliensis J. Agh.)* erinnern.

Der Name *Conambáia,* ein generelles Tupi-Wort für Farn überhaupt, erscheint übrigens in falscher Schreibart, statt *Çonambáia,* oder *Samambáia,* der durch ganz Brasilien auch gegenwärtig geltenden Bezeichnung.

2. Die zweite von Marcgrav (ed. 1 p. 2) angeführte Art, *„planta caule sarmentoso se circumvolvit“,* lässt sich füglich auf *Lygodium volubile* oder *hastatum* beziehen, welche beide einen weiten Verbreitungsbezirk, besonders im Osten des tropischen Brasiliens haben. Piso erwähnt ihrer nicht.

3. *Filix an Polypodium* Marcgr. a. a. O., welche ebenfalls von Piso nicht genannt wird, möchte ich für *Blechnum brasiliense Desv. (Bl. corcovadense Raddi,* tab. 61, 61 bis., *Bl. fluminense Vell. Fl. Flum.* XI. t. 106*),* oder vielleicht für *Blechnum angustifolium Willd (calophyllum Langsd. et Fisch.* t. 23*)* halten. Erstere Art kann unter die eigentlichen Baumfarn gerechnet werden, doch habe ich den Stamm niemals 3′ hoch gesehen.

4. Marcgravs vierte Art: *Polypodium brasilianum,* oder *Caticaá* (richtiger, wie in der Ueberschrift des Capitels bei Piso, *Coaticaá* i. e. herba animalis Nasuae) kann auf mehrere jener Arten von Polypodium bezogen werden, deren kriechender, mit paleis dichtbesetzter Stamm sich auf lebenden Bäumen weit verbreitet. Die von Marcgrav angeführten, von Piso (ed. 2 p. 233, unten) wiederholten Merkmale finden sich vorzugsweise im *Polypodium elatius Schrad.* vereinigt, das dem *P. menisciifolium Langsd. et Fisch.* am nächsten steht *). Diese Art wächst

---

*) Diversum stipite fronde sesquilongiori; pinnis remotioribus minoribus

vorzüglich häufig auf Palmen, zumal auf *Cocos coronata*. Auch *Polypodium menisciifolium*, welches die Soros in vier Reihen und zwischen ihnen deutlich „a nervo per latera transversim multas tenues venulas virides“ (Piso) zeigt, könnte als die hier gemeinte Art betrachtet werden. Als dem gegebenen Charakter verwandt sind noch *Polypodium lucens Schrad.* (*longifolium Presl.*, non Cav. Willd., wozu als weiteres Synonym auch *Polypodium Palmae Flor. Flum.* XI. t. 69 gehört) und endlich *P. decumanum Willd.* zu nennen. Beide letztere finden sich speudoparasitisch auf Palmstämmen.

Ausser den angeführten kommt bei Piso (ed. 2 p. 234) noch eine Abbildung, die kleinere, rechts von den als *Conambai-miri s. Adianti* aufgeführten Species, vor, die sich ohne Zweifel auf *Gymnogramme Calomelanos*, eine durch das ganze tropische Brasilien ziemlich allgemein verbreitete Art, bezieht.

Piso erwähnt noch, dass man sie und andere verwandte Arten in Brasilien *Avenca* nenne. Mit diesem Namen werden in Brasilien mehrere Arten, vorzüglich aber das besonders in Ostbrasilien häufige *Adiantum cuneatum Langsd. et Fisch.*, das *Ad. tenerum Sw.* (*trapeziforme Vell.* Fl. Fl. XI. t. 98), das *Ad. radiatum L.*, in der Provinz Rio Grande do Sul auch *Pteris palmata* und *pedata L.* bezeichnet; andere, grössere Arten aber, wie *Adiantum pentadactylon Langsd. et Fisch.*, *subcordatum Sw.* (*conicum Fl. Fl.* XI. t. 97), *platyphyllum Sw.* und *Cheilanthes spectabilis Kaulf.* (*brasiliensis Raddi* t. 75 f. 2) mit dem Worte *Avencaô*.

Alle diese Arten kommen rücksichtlich ihrer schleimigen, adstringirenden und flüchtigen Bestandtheile mehr oder weniger mit dem in Europa gebrauchten *Adiantum Capillus Veneris L.* überein, und werden

---

lineari-lanceolatis acutis integerrimis, margine leviter pubescentibus, terminali elongata; rhachi pubescente: Schrad. Mss.

wohl auch hie und da dafür angewendet. — Als Vermifugum hat man dort vorzüglich im Gebrauche die Stengel des *Polypodium incanum Sw.* (*squalidum Vell. Fl. Fl.* XI. t. 76), *P.* (*Pleopeltis*) *percussum Cav.* (*lycopodioides Vell.* XI. t. 56), der *Pteris arachnoidea* (*caudata Fl. Fl.* XI. t. 80) und des *Polypodium aureum L.* (*auratum Fl. Fl.* XI. t. 74), welch letztgenanntes auch in seinen Paleis ein Stypticum, zur Stillung traumatischer Blutungen, ist und demnach mit gleicher oder ähnlicher Berechtigung in die Materia medica aufgenommen werden kann, als in Peru die Calaguala (*Polypodium Calaguala Ruiz*) und in Java das Penghawar-Jambie (von *Alsophila lurida Hassk.*).

### *Die Farnflora Brasiliens*

ist eine der reichsten, wie diess schon aus der hier folgenden Uebersicht hervorgeht. Ich bemerke jedoch, dass die Zusammenstellung nach Gattungen und Arten bei kritischer Prüfung des Einzelnen noch manche Abänderung erfahren wird, indem manche Gattungen, namentlich *Polypodium*, *Aspidium*, *Adiantum*, *Pteris* und *Alsophila* Formen begreifen, deren Variabilität oder amphibolischer Charakter die feinste und genaueste Unterscheidungsgabe des Systematikers in Anspruch nehmen.

Meine bisherigen Zusammenstellungen ergeben folgendes Hauptresultat:

| | |
|---|---|
| Polypodiaceae | 525 |
| Cyatheaceae | 59 |
| Parkeriaceae | 2 |
| Hymenophylleae | 53 |
| Gleicheniaceae | 12 |
| Schizaeaceae | 55 |
| Osmundaceae | 2 |
| Marattiaceae | 4 |
| Ophioglosseae | 3 |
| | 715 Arten. |

Die Gattungen verhalten sich wie folgt:

*Polypodiaceae*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Polybotrya | 5 | Pleopeltis | 6 | Dipalzium | 20 |
| Olfersia | 2 | Cheilanthes | 13 | Didymochlaena | 1 |
| Acrostichum | 41 | Adiantum | 57 | Nephrolepis | 7 |
| Gymnogramme | 15 | Jamesonia | 1 | Aspidium | 61 |
| Antrophyum | 4 | Cassebeera | 3 | Cystopteris | 1 |
| Ceterach | 1 | Allosorus | 1 | Lindsaea | 13 |
| Grammitis | 4 | Pteris | 44 | Davallia | 5 |
| Xiphopteris | 2 | Blechnum | 17 | Saccoloma | 1 |
| Meniscium | 6 | Lomaria | 10 | Balantium | 1 |
| Taenitis | 2 | Vittaria | 6 | Dicksonia | 13 |
| Cochlidium | 1 | Asplenium | 52 | Paesia | 1 |
| Notochlaena | 3 | Allantodia | 1 | Cibotium | 1 |
| Polypodium | 99 | Scolopendrium | 4 | | 525 |

*Cyatheaceae*

Hemitelia 5. Alsophila 45. Metaxia 1. Cyathea 8. = 59.

*Parkerieae*

Ceratopteris 1. Parkeria 1. = 2.

*Hymenophylleae*

Hymenophyllum 22. Trichomanes 31. = 53.

*Gleicheniaceae*

Gleichenia 12.

*Schizaeaceae*

Aneimia 46. Schizaea 5. Lygodium 4. = 55.

*Osmundaceae*

Osmunda 2.

*Marattiaceae*

Danaea 2. Marattia 2. = 4.

*Ophioglosseae*

Ophioglossum 3.

Diese Liste erscheint ebenso bedeutsam durch das, was sie enthält, als durch jenes, was ihr fehlt.

*Ceterach officinarum W.*, eine in Deutschland, der Schweiz, Südfrankreich, Italien, Albanien, Macedonien, am Caucasus, in Teneriffa und auf Madeira vorkommende Art, wird auch aus Brasilien aufgeführt. Mir selbst ist sie dort ebensowenig vorgekommen, als die ebenfalls unter die Bürger jener Flora (jedoch mit mehr Zweifel) aufgenommene *Cystopteris fragilis*, von der man Gattungsgenossen in den hohen Andes von Peru kennt. Ob *Allantodia*, eine in Neuholland, Japan, Ostindien, Madeira vorkommende Gattung, mit Recht hier aufzuführen sei, unterliegt noch weiterer Kritik. Das *Asplenium decurtatum Kze Lk.* (Index Filic. cultar. auct. Kunze, Linnaea 1850. 233.), welches jener Gattung sehr nahe kommt, verdient sowohl in genereller als in pflanzengeographischer Rücksicht noch weitere Untersuchung. — Die Hauptformen der Familie sind, wie obige Liste nachweist, in Brasilien grösstentheils repräsentirt, nur die abweichenden und Uebergangsgestalten, gleichsam nur die Variationen der Hauptthemata, sind hier noch nicht aufgefunden, so aus der Reihe der Polypodiaceae: *Selliguea, Adenophorus, Niphobolus, Lonchitis, Leptochilus, Hymenolepis, Struthiopteris, Onoclea, Doodia, Woodwardia, Onychium, Woodsia, Diacalpe, Sphaeropteris;* aus der Reihe der Cyatheaceae: *Thyrsopteris, Matonia;* von den Hymenophylleen: *Loxsoma:* von den Gleicheniaceen: die australische *Platyzoma,* von den Schizaeaceen die afrikanische *Mohria,* von den Osmundaceen *Todea,* von den Marattiaceen: *Kaulfussia* und *Angiopteris* und von den Ophioglosseen: *Ophioderma, Helminthostachys* und *Botrychium,* mehrerer neuerlich aufgestellten Gattungen zu geschweigen.

Die grösste Verwandtschaft der brasilianischen Farnflora dürfte sich mit jener der Floren von der ausserbrasilianischen Gujana, von Caracas, Venezuela, Peru und Bolivia herausstellen, namentlich weisen die Gujanas viele identische Formen auf und die östlichen Gehänge der peruanischen Andes beherbergen ebenfalls viele der in den brasilischen Wäldern vorkommenden Arten, wie aus den Forschungen Pöppig's hervorgeht. Die chilesische, mexicanische und antillanische Flora zeigt schon geringeren Zusammenhang mit den brasilianischen Farngestalten. Noch geringer sind die Anklänge an die Flora vom Cap der guten Hoffnung, wo übrigens doch einige wenige Arten vorkommen, die auch Brasilien angehören, z. B. *Pleopeltis angusta Klf.*, *Pteris pedata Sw.* (die auch auf den Antillen, in Nordamerica, auf Mauritius, in Ostindien und auf Tahiti wächst), *Vittaria lineata Sw.*, *Aspidium coriaceum Sw.* (eine sehr weitverbreitete Art) und *Trichomanes rigidum Sw.* —; *Asplenium ebeneum Ait.*, *Allosorus ternifolius Kunze* und *Pteris biaurita L.* aber, welche am Cap, wie in Nordamerica, auf den Antillen und in andern Gegenden Südamericas gefunden worden, sind aus Brasilien nicht bekannt. Wir führen diese Thatsachen auf, um an die so seltsamen, zur Zeit noch unter keinerlei Gesetz zu bringenden Verhältnisse zu erinnern, welche uns in der Verbreitung gewisser Pflanzen auf dem Erdboden begegnen.

Im Zusammenhalte mit der Gesammtflora Brasiliens ergiebt sich zuvörderst, dass das Zahlenverhältniss der Farn zu dem der übrigen Flora in den verschiedenen Landestheilen, je nach den Bedingungen des Klima, des Bodens und dem damit zusammenhängenden Auftreten der Hauptvegetationsformen, ob Wald, Flur u. s. w., sehr ungleich ist. Die Rolle, welche die Farn im Gesammtleben des Pflanzenreiches zu spielen haben, ist gegenwärtig auf der Erde eine untergeordnete. Sie sind nämlich in der Mehrzahl der Arten schattenliebende Waldpflanzen, und, wie diess schon von Rob. Brown (Congo 461) angedeutet worden ist, in ihrem zahlreichen Vorkommen neben solcher Beschattung noch von einer etwas unter der gewöhnlichen Tropenwärme stehenden Temperatur und feuchter Atmosphäre abhängig. Demgemäss fällt ihr Maximum in Brasilien allerdings in die Nähe des Wendekreises und südlich und nördlich davon in die waldigen Küstengebirge, die sich, meistens Granit- oder Gneis-Gesteine, zwischen tiefen Thälern und Schluchten auf 2 bis 4000 ja 5000 Fuss erheben, mit einer dichten, das ganze Jahr hindurch beblätterten Waldung bedeckt und von zahlreichen Gewässern befeuchtet sind. Wo die erwähnten Vegetationsbedingungen in geringerem Maasse vorhanden sind, bilden die Farn selbst in jener sonst so begünstigenden Nähe des Wendekreises einen viel geringeren Vegetationsquotienten. Allerdings aber ersetzen in offenen, sonnigen, trocknen Orten einige Arten durch ihr geselliges Vorkommen an Individuen, was an Artenzahl ausfällt. Es ist besonders *Pteris arachnoidea Klf.*, die in hohen sonnigen Campos oft in unabsehbaren Strecken vereinigt auftritt, und zwar sowohl an Orten, die noch niemals der Cultur unterworfen waren, als an andern, wo auf die gerodete Urwaldung junge und niedrigere Wälder (Caapoeira) folgten. Auch die Gattung *Gleichenia* tritt gesellig und oft so massenhaft auf, dass es unmöglich ist, ihre dichten Gehäge zu durchdringen, die sich nicht blos in den Böschungen sonniger Berge, sondern auch über schattige Felsenabhänge polsterförmig ausbreiten. Vermöge des vorwaltenden Erscheinens der Farn in den geschilderten Oertlichkeiten lässt sich die Mehrzahl der Arten als *Plantae dryades* in dem von mir als „Regio montano-nemorosa“ bezeichneten *) Gebiete des brasilianischen Florenreiches annehmen. Die Vegetation des Amazonengebietes ist minder reich an Farn, als jene in der Nähe des Wendekreises; doch sind hier diese Pflanzen noch viel häufiger, als im Hochlande von Minas, wo nur wenige Arten als eigentliche Flurpflanzen zwischen Felsgeklüfte und im Schatten der Bergbäche, eine grössere Zahl aber, und unter ihnen viele Baumfarn, in den Wäldern der Thalschluchten vorkommen. Noch seltener erscheinen die Farn in der

---

*) Vergl. Herbarium Florae Brasil. in Flora 1837. II. Beiblatt. S. 61 etc. Flora Brasil. II. 548.

„Regio calido-sicca", der s. g. Hamadryades. — Ueber das Vorkommen der Baumfarn habe ich bereits Mehreres in den Iconib. select. plant. cryptog. p. 79 u. f. berichtet, worauf ich hier nur zurückweise.

Dass das Zahlenverhältniss der Farn zu den übrigen Gefäss- (oder Holz-) Pflanzen schon innerhalb geringer geographischer Grenzen beträchtlichen Schwankungen unterliegt, geht auch aus den hier vorgetragenen Bemerkungen hervor. Ihr Vorkommen ist zu abhängig von localen Einflüssen, als dass zur Zeit richtige Verhältnisszahlen im Vergleiche mit denen der übrigen Gefässpflanzen abgeleitet werden könnten. Noch schärfere Beweise für diese Annahme liefern die Beobachtungen über ihr Verhältniss zu den Phanerogamen in andern Ländern. In Jamaica ist diess = 1 : 9, in den Sandwichs-Inseln = 1 : 4, in Schottland = 1 : 31, in Neuholland = 1 : 39, in Frankreich = 1 : 63, in Portugal = 1 : 116, im Griechischen Archipel = 1 : 227, in Egypten = 1 : 971, in Island = 1 : 18, am Nordcap = 1 : 7 u. s. w. angenommen worden (s. d'Urville Ann. des Sc. natur. 1. Ser. VI. 51.). Mögen auch diese Zahlen und andre, die a. a. O. zusammengestellt worden, noch vielfacher Berichtigung fähig seyn, so viel geht doch immer aus ihnen hervor, dass gerade die Farn einer sehr entschiedenen Abhängigkeit von äusseren Einflüssen unterliegen, und dass desshalb auch aus einer vielseitigen und gründlichen Erforschung der Grenzen ihres Localvorkommens und der ihnen, innerhalb dieser Grenzen gebotenen Lebensbedingungen wichtige Fingerzeige für anderweitige Thatsachen und pflanzengeographische Gesetze, auch von praktischem Belange, abgeleitet werden dürften.

In der Provinz Rio de Janeiro, dem östlichen bewaldeten Theile von Minas und S. Paulo, in S. Catharina und auf dem Waldgebirge längs der Küste bis Bahia (also im Gebiete der Dryades), wo die Farn ganz besonders günstige Lebensbedingungen finden, dürfen wir, wahrscheinlich, in Uebereinstimmung mit Rob. Brown's Annahme, die Farn als $\frac{1}{20}$ bis $\frac{1}{26}$ der gesammten dortigen Vegetation betrachten. Geringer und schwerlich höher als $\frac{1}{36}$, welches Verhältniss von Humboldt zwischen den Wendekreisen überhaupt annimmt, werden sie sich zur Gesammtflora im Gebiete des Amazonenstromes verhalten. Im südlichsten Theile Brasiliens, jenseits des Wendekreises, bilden die Farn schwerlich einen viel höheren Quotienten als in Deutschland ($\frac{1}{96}$), wo auf 2840 *) blühende Gefässpflanzen 60 höhere Kryptogamen, von ihnen 39 Farn **), kommen. So wie ihr Verhältniss zur Gesammtzahl in verschiedenen Ländern Europa's zwischen 1 : 18, 1 : 35 und 1 : 96 variirt, dürfen wir auch in dem ausgedehnten Reiche Brasilien eine sehr ungleiche Proportion zur Gesammtflora annehmen, und das von Brongniart ***) als allgemeinstes Verhältniss angenommene, von 1 : 30 ist für Brasilien in seiner Gesammtausdehnung wohl ohne Zweifel zu hoch gegriffen.

Einer weiteren Ausführung der pflanzengeographischen Verhältnisse der Farn glaube ich an diesem Orte um so mehr überhoben zu seyn, als die kritisch-systematische Behandlung dieser Pflanzenfamilie in der Flora Brasiliensis noch bevorsteht.

---

*) Schnizlein in Flora 1847. S. 55.

**) Ebenso viele, 39, Arten führt Smith in der englischen Flora an.

***) Histoire des Fougeres fossiles p. 161.

# Beschreibung
einer
# fossilen Schildkröte und etlicher anderer Reptilien-Ueberreste
aus den
lithographischen Schiefern und dem Grünsandsteine
von Kelheim.

Von

*Dr. Andreas Wagner.*

Mit drei Tafeln.

# Beschreibung
einer
# fossilen Schildkröte und etlicher anderer Reptilien-Ueberreste
aus den
lithographischen Schiefern und dem Grünsandsteine
von Kelheim.

Von

**Dr. Andreas Wagner.**

Im vergangenen Herbste habe ich die schöne Sammlung von Versteinerungen, welche Herr Dr. *Oberndorfer* aus der Umgegend von Kelheim zusammengebracht hat, durchgesehen und von ihm die Erlaubniss erhalten, einige der neuesten Funde zur Bekanntmachung zu bringen. Bereits habe ich von dem neuerdings durch ihn in den lithographischen Schiefern aufgefundenen *Ichthyosaurus leptospondylus* an einem andern Orte*) eine Beschreibung mitgetheilt, so wie auch von einem aus dem Grünsandsteine von Kelheim herrührenden Zahne von *Polyptychodon interruptus*. Für diessmal habe ich zur Bekanntmachung ausgewählt eine neue Gattung urweltlicher Schildkröten und ein fast vollständiges Skelet vom *Homoeosaurus*, beide aus den lithographischen Schiefern abstammend; hieran habe ich noch die Beschreibung einiger, im Grünsandsteine von Kelheim aufgefundener Reptilien-Zähne und die Vergleichung der unter *Idiochelys* begriffenen beiden Arten angereiht.

---

*) Münchner Gel. Anzeig. XXXVI. Nr. 3. und 4.

## I. Platychelys Oberndorferi.

Tab. I.

Die Schildkröten treten in der Urwelt in ziemlich später Zeit auf, denn sichere Ueberreste von ihnen werden erst in den lithographischen Schiefern und im Portlandkalke gefunden und zwar hier als grosse Seltenheiten.

Aus den ebengenannten Schiefern sind bisher nur 4 Formen bekannt geworden, die den Namen *Idiochelys Wagneri, Idiochelys Fitzingeri, Eurysternum Wagleri* und *Aplax Oberndorferi* erhielten; eine fünfte füge ich unter dem Namen *Platychelys Oberndorferi* hinzu.

Diese neue Form wird durch einen Rückenpanzer aus den lithographischen Schiefern von Kelheim repräsentirt, der sich mit Ausnahme der Ränder in ziemlicher Vollständigkeit conservirt hat. Auffallend ist derselbe sogleich durch seine geringe Wölbung, in welcher Beziehung er sogar der Chelys fimbriata nachsteht, an welche er übrigens auch noch in andern Stücken erinnert. Die Hornbedeckung (das Schildpadd) ist, wie bei den fossilen Schildkröten überhaupt, verloren gegangen, aber die Formen ihrer Schilder sind durch tiefe, von ihren Grenzrändern herrührende Impressionen angezeigt. Die Eindrücke, welche die Hornschilder auf dem Panzer verursachten, haben sich sogar ungleich deutlicher erhalten als die Nähte, durch welche die Knochenstücke desselben untereinander verbunden sind; insbesondere sind die Nähte der Wirbelplatten und im hinteren Theile auch die der Rippenplatten zum grossen Theile verschwunden, was ein höheres Lebensalter dieses Individuums andeutet.

Bekanntlich ist die Zahl der Hornschilder auf dem Rückenpanzer der Schildkröten bei fast allen Arten, mit sehr wenig Ausnahmen, eine und dieselbe, nämlich 5 Schilder in der Mittelreihe und je 4 zu beiden Seiten derselben. Bei unserer fossilen Art zählen wir nun in den Seitenreihen die gleiche Anzahl wie bei den lebenden, aber in der Mittelreihe finden wir nur 4; es fehlt demnach eines der Schilder. Man kann darüber nicht zweifelhaft seyn, dass es nicht das erste, sondern das letzte Hornschild ist, welches der Mittelreihe abgeht, denn bei allen Schildkröten, die, wie bei der fossilen, mit Höckern im Mittelfelde versehen sind, finden sich diese stets im Hintertheil der Platten; ferner unterscheidet sich bei ihr das vorderste Schild der Seitenreihen durch seine unregelmässige Form von den andern, hinter ihm folgenden ebenso wie diess bei den lebenden Species der Fall ist, und endlich correspondirt das vierte Mittelschild durch seine stark nach hinten convergirenden Seitenränder mit dem nämlichen Schilde bei den lebenden Arten. Es fehlt demnach aus der Mittelreihe das letzte Schild, wie denn auch die beiden letzten Schilder der Seitenreihen, namentlich das der linken, nicht mehr vollständig sind. Am meisten hat der Rand gelitten, indem nur noch einzelne Platten desselben, und auch diese in einem meist sehr beschädigten Zustande, sich vorfinden.

Die Form der Hornschilder, wie sich solche aus den von ihnen hinterlassenen Grenzfurchen in grösster Deutlichkeit erkennen lässt, ist für diese urweltliche Schildkröte eine höchst auszeichnende. Die Mittelschilder überwiegen durch ihre ungemeine Ausdehnung nach der Breite dermassen über die Seitenschilder, wie mir solches von keiner lebenden Art bekannt ist, und wenn auch bei Idiochelys die Ausbreitung des Mittelfeldes noch grösser ist, so hat dasselbe doch ganz andere Umrisse. Die 3 ersten Mittelschilder werden dadurch quer vierseitig mit etwas convexen Seitenrändern; nur das vierte dieser Schilder ist in seinem hinteren Theile stark eingezogen. Ueberdiess charakterisiren sich diese Platten des Mittelfeldes noch durch den Höcker, in welchen jede derselben an ihrem hintern Ende anschwillt und welcher bei der zweiten und dritten in einen spitzen, gefurchten Kegel vorgezogen ist, der bei der vierten Platte schon weniger merklich wird und bei der ersten blos eine flach gewölbte Anschwellung darstellt. Die Falten, welche von diesen Kegelspitzen strahlig auslaufen, zeigen an, dass ihnen auf der Oberfläche der Hornschilder gleichmässig ausstrahlende Rippen entsprachen, was abermals an Chelys fimbriata erinnert.

Die Seitenreihen sind durch eine tiefe Längsfurche jederseits vom Mittelfelde getrennt, eben so sind wieder ihre von den Hornschildern bewirkten Abtheilungen durch tiefe Querfurchen geschieden. Die Ausdehnung ihrer Schilder in die Breite ist viel geringer als bei denen der Mittelreihe; gleichwohl scheint bei ihnen die Dimension der Breite die der Länge — soweit man nach dem mehr oder minder beschädigten Aussenrande dieser Platten urtheilen kann — fast erreicht zu haben. Der Umfang des ersten Hornschildes aus den beiden Seitenreihen ist wie gewöhnlich unregelmässig, und nach vorn und aussen stark erweitert. Alle diese seitlichen Schilder erheben sich in oder etwas hinter der Mitte in einen flachen Buckel; übrigens sind sie glatt, mit Ausnahme einiger Grübchen, die sich auf den beiden ersten finden. Die Hornschilder der Seitenreihen hatten demnach keine strahlig auslaufenden Rippen, weil ausserdem sich von ihnen die Spuren auf den Knochenplatten eben so gut als bei Chelys fimbriata ausgeprägt haben würden.

Ueber die Randplatten ist wenig mehr zu sagen, als dass sie nach vorn so ziemlich schmal sind und nach hinten sich etwas mehr erweitern.

Nachdem wir uns im Vorhergehenden mit den Formen der Hornbedeckung des Rückenpanzers — so weit uns solche aus den von ihnen veranlassten Eindrücken kenntlich sind — bekannt gemacht haben, bleibt uns zuletzt noch übrig die Zusammensetzung des Knochenpanzers selbst in Betrachtung zu ziehen. Wie bekannt haben wir hier ebenfalls Knochenplatten der Mittelreihe und der beiden Seitenreihen von einander zu unterscheiden, deren Grenzen jedoch niemals mit denen der Hornschilder zusammenfallen. Die Seitentheile des Knochenpanzers werden bei allen Schildkröten hauptsächlich von den acht Rippenpaaren gebildet, die daher Rippenplatten genannt werden, während die Mitte aus einer Längsreihe kleiner, über der Wirbelsäule liegender Platten besteht, die davon den Namen der Wirbelplatten tragen. Mit der Nachweisung dieser Wirbel- und Rippenplatten haben wir uns nun zu befassen.

Betrachten wir zuerst das vorderste Mittelfeld, wie es durch das selbige früher überdeckende Hornschild in scharfen Umrissen uns vorliegt, so sehen wir in seinem hintern Mitteltheile eine schmale gewölbte Platte, die beiderseits durch eine zackige Längsnaht von den Seitentheilen geschieden ist, und sich vorwärts durch eine Quernaht von dem Vordertheile absondert. Dieses Vordertheil ist die sogenannte Nackenplatte, deren seitliche, an den Vorderrand verlaufende Nähte wir nicht genau verfolgen können, weil gerade hier auf beiden Seiten die Knochenwandung eingedrückt und zertrümmert ist; man sieht aber doch so viel, dass sie sich nach vorn beträchtlich erweitert. Die andere, hinter ihr liegende gewölbte Platte ist dann diejenige, die gewöhnlich als die erste eigentliche Wirbelplatte bezeichnet wird. Diese Platte endet rückwärts bei den lebenden Schildkröten nicht gemeinschaftlich mit dem Hinterrande des ersten Hornschildes, sondern sie greift auf das zweite Mittelfeld über, was auch bei unserer fossilen Art der Fall ist, indem sich auf diesem zweiten Felde noch ziemlich deutlich die seitlichen Ränder dieser ersten Wirbelplatte erkennen lassen, während der hintere schon ziemlich verwischt ist. Im weitern Verlaufe lässt sich die seitliche Ausdehnung der Wirbelplatten durch die innern Grenzränder der Rippenplatten zwar deutlich nachweisen, aber die Quernähte, durch welche sie unter sich selbst ursprünglich geschieden sind, sind dermassen verwischt, dass sich die Anzahl der Wirbelplatten nicht mehr ermitteln lässt. An diesem Umstande liegt indess nicht viel, nachdem wir uns wenigstens mit hinreichender Gewissheit versichern können, dass, weil die Rippenplatten mit ihren innern Rändern nicht zusammenstossen, sondern einen freien Raum zwischen sich lassen, dieser Zwischenraum, auf dem man auch noch hie und da Spuren von Quernähten sieht, durch die Reihe der nunmehr grösstentheils miteinander verwachsenen Wirbelplatten ausgefüllt ist.

Die Rippenplatten also, wie eben gesagt, stossen mit ihren innern Rändern nicht zusammen, sondern werden, wie gewöhnlich bei den Schildkröten, durch die Längsreihe der Wirbelplatten auseinander gehalten. Die Nähte der Rippenplatten haben sich besser conservirt als die der Wirbelplatten, zumal auf den Seitentheilen. Auf der rechten Seite kann man noch 7 Rippenplatten unterscheiden, wovon die letzte mit ihrem hintern Rande das hintere Ende des vierten Mittelfeldes erreicht, wie diess auch bei den meisten lebenden Schildkröten der Fall ist. Mit diesen kommt auch die erste Rippenplatte in ihrer unregelmässigen Form überein, aber eigenthümlich ist es, dass sie durch eine Quernaht eigentlich aus 2 Stücken besteht. Die übrigen Rippenplatten haben in ihrer Erstreckung auf den Seitenfeldern ziemlich parallele zackige Seitenkanten, die aber im weitern Verlaufe auf den Mittelfeldern näher aneinander rücken und am innern Rande durch eine ziemlich gerade Querlinie abgeschnitten erscheinen.

Zur Vervollständigung unserer Beschreibung der neuen fossilen Schildkröte bleibt uns nur noch die Angabe einiger der hauptsächlichsten Dimensionsverhältnisse übrig:

| | | |
|---|---|---|
| Länge des annoch erhaltenen Panzers, d. h. der 4 Schilder des Mittelfeldes . . . . . . . . . . . | 6'' | 7''' |
| Breite des Panzers quer über das zweite Mittelfeldschild, ohne die Randplatten . . . . . . . . . . | 6 | 9 |

| | | |
|---|---|---|
| Länge des ersten Schilds im Mittelfeld | 1″ | 7½‴ |
| — „ zweiten „ „ „ | 1 | 6½ |
| — „ dritten „ „ „ | 1 | 9 |
| — „ vierten „ „ „ ohngefähr | 1 | 7 |
| Breite grösste des ersten Schilds im Mittelfeld | 2 | 11 |
| — „ „ zweiten „ „ „ | 3 | 3 |
| — „ „ dritten „ „ „ | 3 | 3 |
| — „ „ vierten „ „ „ | 2 | 11 |
| Länge des ersten Schilds in den Seitenreihen | 1 | 7 |
| — „ zweiten „ „ „ „ | 1 | 9½ |
| — „ dritten „ „ „ „ | 2 | 0 |

Gehen wir jetzt zur Bestimmung unserer Schildkröte über, so fragt es sich zuerst, welcher der 3 Familien derselben, der Land-, Süsswasser- und See-Schildkröten, sie zuzuweisen seyn werde. Wir haben zur Beantwortung dieser Frage nur den Rückenpanzer vor uns; indess ist schon derselbe zu diesem Behufe ausreichend. Den Seeschildkröten kann die fossile Art nicht eingereiht werden, weil bei diesen die Rippen an ihrem Ende gegen die Randplatten freie Zwischenräume zwischen sich lassen, während bei der vorliegenden Art der ganze Panzer verknöchert ist. In dieser Beziehung stimmt sie mit den Landschildkröten überein, aber ihre flache Gestalt und der parallele Verlauf der Ränder der Rippenplatten entfernen sie von denselben, indem bei letzteren der Rückenpanzer hoch gewölbt ist und die Rippenplatten abwechselnd sich an demselben Ende bald verschmälern, bald erweitern. So bleiben uns denn zur Einreihung der fossilen Art nur noch die Süsswasser-Schildkröten über, mit denen sie auch durch die Flachheit ihres Rückenpanzers und den parallelen Verlauf der Ränder der Rippenplatten übereinstimmt. Die Süsswasser-Schildkröten scheiden sich abermals in 2 Abtheilungen: in die eigentlichen Emyden (Eloditen von Dumeril genannt) und in die Lippen-Schildkröten (Potamiten). Zu letzteren kann unsere fossile Art nicht gehören, weil ihr Rückenpanzer durchaus verknöchert und mit Hornschildern bedeckt gewesen ist: sie ist also den eigentlichen Emyden zuständig.

Von allen lebenden Arten der Emyden ist sie aber specifisch verschieden. Unter diesen giebt es überhaupt nur wenige Formen, bei welchen der Rückenpanzer Höcker trägt, am ausgebildetsten bei Chelys fimbriata und Chelydra serpentina; aber durchgängig sind diese mit Höckern versehenen lebenden Arten in auffallender Weise von der fossilen verschieden, so dass sie mit keiner derselben in nähere Verbindung gebracht werden kann.

Eben so wenig zeigt eine der fossilen Emyden eine nähere Verwandtschaft mit der unserigen. Von den den Kreide- und den Tertiärgebilden zuständigen Arten war diess schon wegen der Verschiedenheit des Alters der Formationen von vornherein zu erwarten; eine weitere Vergleichung ergiebt aber dasselbe Resultat auch für die aus dem Portlandkalke und den lithographischen Schiefern herrührenden Arten. Um nur die letzteren hervorzuheben, sind es blos die 3 Gattungen Aplax, Idiochelys und Eurysternum, die bisher in denselben gefunden wurden. Von diesen ist *Aplax* von einer so paradoxen Construction und *Idiochelys* durch die Verkümmerung der Wirbelplatten und die Lücken zwischen den Randenden der Rippenplatten von unserer Art dermassen geschieden, dass sie nicht einmal in generische Verbindung mit ihnen gebracht werden kann. Hinsichtlich der Gattung *Eurysternum*, die auf dem einzigen, aus der Münster'schen Sammlung herrührenden Exemplare beruht, stossen wir auf den misslichen Umstand, dass dieses Stück auf dem Rücken liegt und daher gerade denjenigen Theil abwendet, der an unserer Schildkröte allein erhalten ist. Gleichwohl lassen sich noch unterscheidende Merkmale auffinden. Bei Eurysternum ist der Rückenpanzer von länglich ovaler Form, die nach vorn erheblich sich verschmälert; bei unserer neuen Art aber, auch wenn die nothwendige

Ergänzung des fehlenden Hinterendes dazu gerechnet wird, behält der ganze Umriss eine grössere Breite, namentlich nach seinem vorderen Theile zu. Diese Verschiedenheit in dem äussern Umrisse würde allein schon genügen, auf specifische Verschiedenheit beider Formen zu schliessen; zur Unterstützung dieser Meinung kommt indess noch ein anderer Umstand hinzu. Da bei Eurysternum der Bauchpanzer ganz zertrümmert ist, so lässt er auf der linken Seite das Hinterende des Rückenpanzers von dessen Innenseite aufgedeckt. Da sieht man nun die letzten 4 Rippen, die aber zugleich mit ihren Ergänzungsplatten in geringer Entfernung von ihren Randplatten abgebrochen sind, so dass zwischen jenen und diesen ein leerer Raum bleibt. Weiters bemerkt man, dass den abgebrochenen Rippenenden auf den gegenüber stehenden Randplatten ansehnliche kegelförmige Vertiefungen wie bei Idiochelys entsprechen, und in einer derselben liegt auch noch, wenn gleich über quer, eine dieser abgebrochenen Rippenspitzen ebenfalls von kegelförmiger Gestalt. Denkt man sich bei Idiochelys die freien Rippenspitzen durch irgend eine Gewalt weggebrochen, so würden die Rippenplatten in gleicher Weise wie bei Eurysternum von den Randplatten entfernt bleiben. Es ist daher sehr wahrscheinlich, dass auch bei Eurysternum nur die Rippenspitzen mit den Randplatten in Verbindung traten, nicht aber die Ergänzungsplatten der ersteren, so dass wie bei Idiochelys Lücken zwischen den Rippenspitzen frei blieben. Ist diese Muthmassung begründet, so ist nicht blos eine specifische, sondern auch eine generische Verschiedenheit zwischen Eurysternum und unserer Schildkröte hergestellt.

Ich nehme demnach keinen Anstand für diese neue Art zugleich auch eine neue Gattung unter den Emyden zu begründen, die ich als *Platychelys Oberndorferi* bezeichne. Ihre Hauptmerkmale bestehen in der geringen Wölbung und gänzlichen Verknöcherung des Rückenpanzers, der überwiegenden Breite des Mittelfeldes gegen die beiden Seitenfelder, der Besetzung der Mittelschilder mit einem spitzen Höcker, von dem strahlig Rippen auslaufen und der Anschwellung der Seitenschilder in einen stumpfen Buckel.

## II. Idiochelys Fitzingeri et Wagneri.

Im Jahre 1843 hatte H. *v. Meyer* von dem Grafen Münster eine fossile Schildkröte aus den lithographischen Schiefern von Kelheim zur Beschreibung erhalten, welcher er in selbiger den Namen *Idiochelys Fitzingeri* beilegte *). Drei Jahre später machte H. v. Meyer eine zweite Art unter dem Namen *Idiochelys Wagneri* bekannt **), die Graf Münster von der nämlichen Localität acquirirt hatte. Die beiden Exemplare, auf welchen diese 2 Arten beruhen, sind mit der Münster'schen Sammlung an die hiesige übergegangen und die mir dadurch gebotene Gelegenheit, beide Stücke in unmittelbaren Vergleich nehmen zu können, will ich benützen, um einige Bemerkungen über ihre Verwandtschafts-Verhältnisse beizubringen, was schon deshalb nicht für überflüssig erachtet werden dürfte, da ihr Bestimmer das erste Exemplar bereits aus den Händen gegeben hatte, als ihm das zweite zukam und ihm daher die Möglichkeit entzogen war, das Original von Idiochelys Fitzingeri einer nochmaligen Revision zu unterwerfen.

H. v. Meyer kam zum Resultate, dass beide Schildkröten, obwohl ausnehmend einander ähnlich, doch 2 verschiedenen Arten angehören und führt hiefür folgende Gründe an. 1) Das Mittelfeld endigt bei I. Wagneri nach dem achten Rippenplatten-Paare mit einer unpaarigen Platte; für I. Fitzingeri hält er sich dagegen zur Annahme berechtigt, dass die achte Rippenplatte mit keinem unpaarigen Theil in Verbindung gestanden habe, vielmehr als solcher die von ihr durch einen plattenlosen Raum getrennte, nur als Abdruck überlieferte hintere Schlussplatte des Randplatten-Kranzes anzusehen sei. 2) I. Fitzingeri zählt 3 Wirbelplatten mehr als I. Wagneri. 3) Die Rippenfortsätze der siebenten und achten Platte liegen bei letzterer Art näher beisammen und sind mehr hinterwärts gerichtet als bei ersterer. 4) Bei I. Wagneri liegt der Grenzeindruck zwischen der zweiten und dritten, so wie jener zwischen der dritten und vierten Rückenschuppe (indem ersterer in dem zweiten und letzterer in dem vierten Rippenplatten-Paare wahrgenommen wird) um ein Rippenplatten-Paar weiter vorn als bei I. Fitzingeri. Aehnliches gilt von den Grenzeindrücken zwischen der dritten und vierten Seitenschuppe, so wie zwischen letzterer und der fünften Rückenschuppe.

---

*) Graf Münster's Beiträge z. Petrefaktenk. I. S. 77 Tab. 7 Fig. 1.

**) Ebenda. III. S. 11 Tab. 8 Fig. 1.

Die Vergleichung beider Schildkröten miteinander hat mir bezüglich der eben aufgeführten Unterscheidungsmerkmale folgende Aufschlüsse gewährt.

1) Bei Idiochelys Fitzingeri ist der ganze Hintertheil des Panzers dermassen beschädigt und defect, dass an diesem Exemplare seine ursprüngliche Beschaffenheit mit irgend einer Sicherheit nicht zu ermitteln war. Diess konnte erst geschehen, nachdem an I. Wagneri ein zweites Exemplar aufgefunden worden war, an welchem die hintere Panzerhälfte sich vollständig erhalten hat. Daraus erst liess sich entnehmen, dass bei I. Fitzingeri sich vom letzten Rippenplatten-Paare nichts weiter als ein kleines Fragment auf der linken Seite und von der unpaarigen, zwischen dieses letzte Plattenpaar eingeschobenen, endständigen Platte nur noch der Mitteltheil mit abgebrochenen Seitenrändern sich conservirt hat. Wenn man bei diesem von der bogigen Linie, welche genannten Theil bei I. Wagneri quer über durchzieht, nichts mehr gewahr wird, so rührt diess nur von einer Beschädigung der Oberfläche her, durch welche dieser seichte Eindruck verwischt worden ist. Die unpaarige endständige

Platte ist also bei I. Fitzingeri ursprünglich eben so wie bei I. Wagneri vorhanden, nur ist sie an den Seiten abgebrochen, während ihr mittlerer Theil bis zum Hinterrande aufbewahrt ist. Durch eine Lücke getrennt folgt dann als äusserste Grenze des Rückenpanzers das hinterste Randplattenpaar, von dem sich bei I. Fitzingeri zwar nur die Eindrücke erhalten haben, die aber durch die zackige Längsnaht gerade so wie bei I. Wagneri von einander geschieden werden.

2) Bei Idiochelys Wagneri, wo das erste Rippenplatten-Paar ganz weggebrochen und vom zweiten auf der linken Seite nur noch ein Rudiment übrig ist, zeigt sich blos eine Wirbelplatte vollständig und zwar in der Form eines kleinen Zwickelbeines, welches zwischen der hintern Hälfte des zweiten und der vordern Hälfte des dritten Rippenplatten-Paares eingeschoben ist. Ob das Knöpfchen, welches in der Mitte des zweiten Plattenpaares sich zeigt, als Rudiment einer, vor der vorhin angeführten liegenden, Wirbelplatte betrachtet werden kann, lässt sich nicht sagen, da von dieser Stelle an der vordere Panzertheil ganz fehlt. Bei I. Fitzingeri glaubt man nun allerdings hinter der ächten Wirbelplatte noch 2 andere zu sehen, allein es ist dabei zu beachten, dass beide in der Kluft liegen, welche durch das gewaltsame, vom Hinterrande des dritten Rippenplatten-Paares an beginnende Auseinandersprengen des ganzen hintern Mittelfeldes längs seiner Mitte entstanden ist. Sie können daher zu ihrer Form als Zwickelbeinchen vielleicht blos zufällig durch das Zersprengen dieser Region gelangt seyn und diess ist um so wahrscheinlicher, da ihr Vorderrand nicht, wie bei ächten Wirbelplatten, unabhängig von dem der Rippenplatte verläuft, sondern mit diesem zusammenfällt. Mir erscheinen daher bei I. Fitzingeri diese beiden hintern Panzerstückchen nur als zufällige Bruchbildungen; aber gesetzt auch, dass sie wirklich die Bedeutung von Wirbelplatten hätten, so können diese winzigen Knöchelchen bei reiferem Alter, wie solches I. Wagneri darstellt, durch Verwachsung leicht verschwinden.

3) H. v. Meyer will die Rippenspitzen der siebenten und achten Platte bei I. Wagneri näher beisammen liegend gefunden haben als bei I. Fitzingeri. Dieser Angabe liegt indess ein Irrthum zu Grunde. Bei letztgenannter Schildkröte ist nämlich die achte Rippenspitze zu beiden Seiten gar nicht mehr vorhanden, und was Meyer für dieselbe hält, ist bereits die siebente, die in ihrer Lage zur vorhergehenden ganz wie bei I. Wagneri sich verhält.

4) Die Angabe, dass bei I. Wagneri die Grenzeindrücke der Rückenschuppen um ein Rippenplatten-Paar weiter als bei I. Fitzingeri vorgerückt sind, erfordert ebenfalls eine Berichtigung. Bei letzterer sind allerdings die Grenzeindrücke der Hornschuppen theilweise sehr schwach angegeben und man kann deshalb leicht irren; ist man aber über diesen Punkt einmal bei I. Wagneri, wo alle diese Umrisse höchst deutlich vorliegen, orientirt, so ist es leicht sich auch bei jener zurecht zu finden, und man gewahrt alsdann, dass auch in dieser Beziehung keine Verschiedenheit, sondern Uebereinstimmung stattfindet. Bei I. Wagneri hat Meyer ganz richtig die Reihe der Rippenplatten von der zweiten bis zur achten gezählt und darnach können wir nun seine Zählung bei I. Fitzingeri berichtigen. Was nämlich Meyer bei dieser als zweite Rippenplatte bezeichnet, ist die erste, und darnach rücken nun alle folgenden Rippenplatten-Paare um eine Stufe vor, so dass sein achtes erst das siebente ist, während das wirkliche achte ganz fehlt. Mit diesem Vorrücken ist aber die angebliche Differenz in der Lage der Grenzeindrücke der Rückenschuppen ausgeglichen.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich demnach zur Evidenz, dass die zwischen beiden Schildkröten angegebenen Verschiedenheiten in der That nicht bestehen, und da ich auch sonst keine andern auffinden kann, so habe ich hiemit die specifische Identität dieser beiden Schildkröten erwiesen. Hätte H. v. Meyer dieselbe günstige Gelegenheit als ich gehabt, beide Exemplare zu gleicher Zeit miteinander vergleichen zu können, so würde sich seinem bekannten Scharfblicke diese Identität ebenfalls auf der Stelle ergeben haben. Nachdem also jetzt I. Fitzingeri und I. Wagneri als eine und dieselbe Art sich dargestellt haben, muss der eine der beiden Namen eingezogen werden und den üblichen Regeln gemäss muss sich diess der zweite, als der jüngere, gefallen lassen. Wiewohl ich nun dadurch mich selbst um eine Ehre bringe, die mir zugleich mit Rudolf Wagner H. v. Meyer durch Beilegung des Namens von Idiochelys Wagneri für seine zweite Art erwies, so bin ich doch überzeugt, dass wir alle drei eine weit grössere Befriedigung dadurch erlangen, dass es endlich einmal wieder einem von uns geglückt ist, von einer den lithographischen Schiefern angehörigen Reptilien-Art 2 Exemplare ausfindig gemacht zu haben, während bisher fast alle unsere Arten von daher jedesmal nur durch ein einziges Exemplar repräsentirt waren, so dass man fast so viele Species als Individuen hatte; ein Paradoxon, das selbst die Richtigkeit der Arten-Unterscheidung höchst zweifelhaft machen musste.

## III. Homoeosaurus Maximiliani.

Tab. 2.

Von der Gattung *Homoeosaurus* sind bisher 3 Exemplare gefunden worden, und diese repräsentiren — fast möchte ich beisetzen leider! — eben so viele Arten, so dass es auch bei dieser Gattung wie bei den andern Reptilien-Gattungen des lithographischen Schiefers den Anschein hat, als hätte es der schöpferischen Urkraft in dieser Klasse beliebt, statt gleichartiger Individuen, sich in Hervorbringung von lauter verschiedenen specifischen Formen zu gefallen. Als ich nun im verwichenen Herbste bei Herrn Dr. *Oberndorfer* ein viertes Exemplar, das aus den lithographischen Schiefern von Kelheim herrührte, vorfand, gewährte mir schon gleich der erste Anblick die freudige Hoffnung, dass ich diessmal nicht zu einer neuen Namensgebung würde schreiten müssen, sondern dass ich dieses neue Individuum bei einer der bereits bekannten Arten unterbringen und so einmal wieder einer Species zu zwei Vertretern verhelfen würde können. Die genauere Vergleichung hat in der That meine Erwartung bestätigt.

Im Allgemeinen ist diess ein verhältnissmässig sehr wohlerhaltenes Exemplar, so dass an ihm einige Geripptheile besser als bei den andern erkannt und damit einige Punkte mehr zur sichern Charakteristik der Gattung Homoeosaurus und ihrer Vergleichung mit den lebenden Lacerten gewonnen werden. Diess der Grund, warum ich diese seltene Versteinerung hier in Abbildung mit Beifügung einer erläuternden Beschreibung vorführe.

### *Schädel.*

Da das ganze Skelet mit der Rückenseite in's Gestein eingesenkt ist, so stellt sich auch der Schädel von seiner Unterseite dar, ist aber stark beschädigt, so dass man im Allgemeinen nur sagen kann, dass er in seinen Umrissen ganz mit dem von H. neptunius übereinstimmt.

### *Wirbelsäule.*

Die Wirbelsäule hat sich im Allgemeinen besser erhalten als bei den andern Exemplaren, obwohl es auch, namentlich in ihrem vordersten Theile, an Beschädigungen nicht fehlt, die eine sichere Zählung für alle Körperregionen erschweren. Beginnt man mit derselben vom letzten Rumpfwirbel an, so zählt man vorwärts 14 Wirbel mit wohlerhaltenem Körper und eben so viel Rippenpaaren. Von da an wird im weitern Verlauf nach vorn die Zählung unsicher, weil die Wirbel stark beschädigt oder gar nur durch unbestimmte Eindrücke angezeigt sind. Es mögen zwischen dem genannten vierzehnten Wirbel und dem Hinterhaupte weiter

8—9 Wirbel liegen, von denen wenigstens die zwei hintersten noch Rippen aufzuweisen haben. Für Hals und Rumpf würden demnach 22 bis 23 Wirbel vorhanden seyn, wozu nun noch die beiden Beckenwirbel kommen, die durch ihre starken Querfortsätze sehr kenntlich sind. Für den Schwanz folgen 28½ wohlerhaltene Wirbel und dann noch eine 8''' lange Strecke, die blos die Eindrücke aufbewahrt hat, an welcher aber recht gut 5½ Wirbel unterschieden werden können, so dass im Ganzen der Schwanz noch 34 Wirbel enthält, ohne dass hiemit ihre Zahl erschöpft ist, denn das äusserste Ende desselben ist weggebrochen.

Die Körper der Rumpfwirbel, die sich durchgängig von ihrer Unterseite darstellen, sind etwas länger als breit und in der Mitte wie gewöhnlich verengt. Da sie nicht in einer gebognen, sondern in einer geraden Linie aneinander grenzen, so scheinen ihre hintern Gelenkflächen nicht convex gebildet zu seyn. Die ersten Schwanzwirbel sind kurz und mit starken Querfortsätzen versehen. Im weitern Verlaufe verlieren sich die letzteren bald und die Wirbel werden gestreckter und nehmen gegen das Ende nur wenig an Länge ab. Mit Ausnahme der vordersten, mit starken Querfortsätzen versehenen Schwanzwirbel sind die übrigen auf die Seite gelegt und man sieht an ihnen starke Gelenkfortsätze und schmale untere Dornfortsätze. Jeder dieser Wirbel ist in der Mitte durch einen schmalen Querwulst wie in zwei abgetheilt; indess ist es keine durchgreifende Scheidung, denn am obern Rande eines jeden Wirbels verschwindet dieser Wulst.

### *Rippen und Brustbein.*

Von den Rippen finden sich 15 Paare vollständig und die linke Seite zeigt noch eine 16.; sie haben sich mit ihrer Knochenmasse erhalten und stellen ziemlich lange, den Wirbeln fast durchgängig noch ansitzende, einfache, und mit Ausnahme der hintersten spitz auslaufende

Gräthen dar. Nach mehreren, freilich wenig ausgeprägten Eindrücken zu schliessen, scheint es, als ob auch noch besondere feine Bauchrippen vorhanden gewesen seyn dürften, doch ist hierüber nichts Sicheres zu ermitteln.

So weit wäre in der Beschaffenheit der Rippen nichts Ungewöhnliches, wohl aber in dem, worüber nun noch zu berichten ist. Zwischen den vorhin beschriebenen ächten Rippen nämlich sieht man die meist scharf gezeichneten, aber nur ausnahmsweise noch Spuren von Knochenmasse zeigenden Eindrücke von andern rippenartigen Knochen, die kürzer als jene sind, eine lanzettartige Form haben und durch einen Längskiel getheilt sind; sie enden mit ihrem äussern spitzen Ende frei, ohne hier in irgend eine Verbindung einzugehen. Zwischen je zwei ächten Rippen liegt ein Paar solcher aussergewöhnlicher rippenartiger Gräthen und zwar sitzen sie gleichfalls den Wirbelkörpern an, von denen sie zu beiden Seiten eben so regelmässig ausstrahlen als die ächten Rippen selbst. Sie entsprechen also keineswegs den Bauchrippen der Chamäleone, oder der Krokodile oder der Ichthyosauren, sondern sind eigenthümliche, vom Rückgrath ausgehende rippenartige Anhängsel, wie mir solche unter den lebenden Sauriern nicht bekannt sind, während dagegen bei der gleichfalls aus den lithographischen Schiefern herrührenden urweltlichen Gattung *Pleurosaurus* dasselbe Verhalten sich einstellt. Bei Homoeosaurus macrodactylus ist die Rumpfgegend in einem zu beschädigten Zustande, als dass ich diese sonderbaren accessorischen Rippen hätte auffinden können; an dem vorliegenden Exemplare aber sind sie ganz deutlich erkennbar.

Vom Brustbeine sind nur unbestimmte Stücke übrig; die Hauptsache muss auf der Gegenplatte, die nicht aufbewahrt wurde, vorhanden seyn.

### *Gliedmassen.*

Es ist überflüssig, von den Gliedmassen eine ausführlichere Beschreibung zu geben, da aus unserer Abbildung ersichtlich ist, dass sie im Allgemeinen von derselben Beschaffenheit wie bei den andern Homoeosauren sind und dass auch an den Fingern und Zehen die gleiche Anzahl von Phalangen vorkommt oder doch zur Ergänzung gedacht werden muss. Eben so stimmt das Becken ganz mit dem von H. macrodactylus überein.

### *Maasse und Artbestimmung.*

| | | |
|---|---|---|
| Länge des annoch erhaltenen Skeletes | 7'' | 6''' |
| — des Schädels | 0 | 9½ |
| Grösste Breite desselben | 0 | 7½ |
| Länge des Rumpfes | 2 | 7 |
| — des Schwanzes | 4 | 3 + . . . |
| — des Oberarms | 0 | 7 |
| — des Vorderarms | 0 | 6½ |
| — des Ohrfingers | 0 | 4 |
| — des Oberschenkels | 0 | 9 |
| — des Schienbeins | 0 | 8½ |
| — der vierten Zehe, ohne Krallenglied, aber mit dem Mittelfussknochen | 0 | 10 |
| — der fünften Zehe, ohne Mittelfussknochen | 0 | 5 |
| — des zehnten Schwanzwirbels | 0 | 2 |
| — des 28. „ | 0 | 1⅔ |

Mit den bisher bekannten 3 Arten von Homoeosaurus verglichen schliesst sich der vorliegende von H. neptunius gleich durch seine Grösse aus und vom H. macrodactylus, mit dem er in dieser Beziehung übereinkommt, entfernt er sich ebenfalls auffallend durch die schmächtigen und kurzen Formen der Hinterfüsse. Denn während z. B. bei dem neuen Exemplare Rumpf, Schenkel und Schienbein fast etwas länger als bei jenem sind, misst dagegen die fünfte Zehe nur 5''', die vierte Zehe (ohne das fehlende Krallenglied, aber mit eingerechnetem Mittelfussknochen) nur 10''', während bei H. macrodactylus die nämlichen Theile 6½ und 13''' lang sind; Differenzen, die zu auffallend sind, als dass sie sich noch füglich in dem Artbegriffe ausgleichen könnten. Dagegen kommt unser Exemplar in eben den Beziehungen, durch welche es sich von H. macrodactylus unterscheidet, mit dem von H. v. Meyer beschriebenen H. Maximiliani überein, von dem es ein grösseres und zugleich weit vollständigeres Exemplar als das in Eichstädt aufbewahrte darstellt.

Nachdem ich bereits am Homoeosaurus macrodactylus die grosse Verschiedenheit im Schädelbau von unseren lebenden Lacerten nachgewiesen und nunmehr auch an dem neuen Exemplare höchst eigenthümliche accessorische Rippen ausfindig gemacht habe, kann die Gattung Homoeosaurus nicht mehr in näherer Verwandtschsft mit Lacerta belassen oder gar, wie es versucht wurde, auf ihre Vereinigung mit letzterer angetragen werden. Es ist jetzt dargethan, dass Homoeosaurus zu den ausgestorbenen Gattungen der Urwelt gehört, welche unter den lebenden Formen keinen Repräsentanten aufzeigen können.

## IV. Polyptychodon interruptus.

Tab. 3. Fig. 1—5.

Im vorigen Herbste hatte ich von Herrn Dr. *Oberndorfer* zur Ansicht das Fragment eines Zahnes aus dem Grünsandsteine von Kelheim erhalten, in welchem ich alsbald den *Polyptychodon interruptus* erkannte, dessen Ueberreste zuerst in den Grünsandstein- und Kreide-Ablagerungen Englands aufgefunden wurden. H. v. *Meyer* *) hatte schon früher das Vorkommen solcher Zähne aus dem Grünsandsteine von Regensburg angezeigt und zwar nach Exemplaren, die ihm vom Grafen Münster mitgetheilt worden waren. Dieser Anzeige ist übrigens keine Beschreibung beigefügt, auch nicht angegeben, woher der Letztere diese Zähne, die sich nicht in seiner Sammlung befinden, zur Ansicht erhalten hatte. Mir ist diese Gattung erst durch den von Herrn Dr. Oberndorfer zugeschickten Zahn aus Autopsie bekannt geworden, und meiner vor Kurzem an einem andern Orte *) mitgetheilten Beschreibung desselben füge ich hier auf Tab. 3 Fig. 1, 2 die nöthigen Abbildungen bei.

---

*) Jahrb. f. Mineralog. 1848 S. 469.

Herr Professor *Schafhäutl* hat durch den Ankauf einer in den Umgebungen von Kelheim und Regensburg zusammengebrachten Sammlung ebenfalls vor Kurzem einen Zahn erhalten, der in vielen Beziehungen mit dem vorher erwähnten übereinkommt und auf Tab. 3 Fig. 3—5 abgebildet ist. Es ist von ihm ebenfalls nur die Spitze conservirt, doch in einer etwas grösseren Länge als von dem in Fig. 1 und 2 dargestellten, daher auch in seinem unteren Theile mehr von den eingeschobenen kürzern Rippen zum Vorschein kommen als bei jenem. Abgesehen von dieser zufälligen Verschiedenheit unterscheidet sich dieser Zahn von dem andern, dass die bis zur Spitze reichenden Rippen auf der convexen Seite, wie solches deutlich die Abbildung ausweist, einen etwas abweichenden Verlauf haben und dann dadurch, dass weder die Rippen noch die Zwischenräume zwischen denselben vollkommen glatt, sondern etwas gerunzelt sind. Da solche Abweichungen wohl blos individueller Art seyn oder von der Altersbeschaffenheit herrühren könnten, so mag auch dieser Zahn dem *Polyptychodon interruptus* zuerkannt werden. Sein Schmelzüberzug hat eine dunkel saftbraune Farbe, während die Zahnsubstanz, in der noch auf ihrer abgebrochenen Fläche die hohle Kegelspitze des Zahnkeimes sichtlich ist, lichtgelblich gefärbt ist.

---

*) Münchner Gel. Anzeig. 1852. Band XXXVI. Nr. 3, 4.

Die Länge dieses Zahnfragmentes beträgt 1″ 10‴; der Durchmesser der fast kreisrunden Basis misst 10‴.

## V. Liodon und verwandte Formen.

Tab. 3. Fig. 6—13.

Ich bringe hier drei Zähne zur Vorlage, von denen die beiden schwächern (Tab. 3 Fig. 9, 10 und 11—13) im Grünsandsteine von Neukelheim aufgefunden wurden und der dritte (Fig. 6—8), über dessen Fundort ich nicht so bestimmt unterrichtet bin, wenigstens aus der nämlichen Gegend und deshalb jedenfalls aus derselben Gesteins-Formation herrührt. Alle stimmen in der schwarzbraunen Farbe der Zahnkrone, in der glatten gewölbten Oberfläche und in zwei einander gegenüber stehenden, fein gezähnelten, schneidenden Seitenkanten überein.

Fig. 6—8 stellt den ursprünglich grössten und stärksten von diesen Zähnen dar, der jedoch jetzt am meisten beschädigt ist, indem ihm die ganze obere Hälfte fehlt und auch seine Basis ziemlich gelitten hat. Seine Oberfläche ist auf beiden Seiten stark und ziemlich gleichmässig gewölbt, glatt, nur von ganz feinen Längslinien durchzogen und mit zwei schneidig vorspringenden Seitenkanten versehen, in deren oberem Theile eine höchst feine Zähnelung bemerkbar wird. An der Basis ist der Zahn von einer weiten Keimhöhle trichterförmig ausgehöhlt. Der Durchmesser zwischen den Seitenkanten beträgt etwas oberhalb der Basis 9‴, der senkrecht auf diesem stehende zwischen den beiden gewölbten Flächen 7½‴; an der Basis selbst nähert sich der Querdurchschnitt noch mehr der rundlichen Form. An diesem Zahnfragmente zeigen sich alle Merkmale, durch welche Owen seinen *Liodon (Leiodon) anceps* charakterisirt und insbesondere kommt seine Abbildung in der Hist. of Brit. foss. Rept. IV. Tab. 10 Fig. 6 mit diesem Fragmente fast ganz überein. Der eben beschriebene Zahn gehört der geognostischen Sammlung des

Staates an und ist durch H. v. Meyer schon früher als L. anceps anerkannt worden.

Der in Fig. 9, 10 dargestellte und im Besitz des Herrn Dr. *Oberndorfer* befindliche Zahn ist nach der ganzen Länge seiner Zahnkrone erhalten und ist deshalb nach seiner ganzen Gestaltung charakterisirbar. Der Zahn ist etwas zusammengedrückt und zwar gegen die Spitze mehr als gegen die Basis, zweischneidig, von der breitern Seite (d. h. zwischen den beiden schneidenden Seitenkanten) ziemlich gerade aufsteigend, nach dem schmälern Durchmesser (der zwischen den beiden gewölbten Flächen sich ausspannt) schwach einwärts und dann mit der Spitze in entgegengesetzter Richtung gekrümmt. Die schneidenden Kanten sind fein gezähnelt wie bei vorigem und die beiden gewölbten Flächen ebenfalls glatt. Auf der abgebrochenen Basis ist noch die kurze Spitze der Keimhöhle sichtlich.

| | | |
|---|---|---|
| Länge des Zahnes . . . . . . . . . . . | 1″ | 8‴ |
| Grösserer Durchmesser (zwischen den Seitenkanten) an der Basis . | 0 | 8 |
| „ „ in der Mitte . . . . . . . | 0 | 6½ |
| Kleinerer „ an der Basis . . . . . . . | 0 | 6½ |
| „ „ in der Mitte . . . . . . . | 0 | 4½ |

Vergleicht man diesen Zahn mit dem vorhergehenden, in so weit beide überhaupt miteinander vergleichbar sind, nämlich nur bezüglich ihrer untern Hälfte, so findet man keinen andern Unterschied, als dass der zweite Zahn minder robust und wohl eben deshalb im Umfange an der Basis minder rundlich ist; Differenzen, die unbedenklich auf Rechnung eines jüngern Alters zu bringen wären. Während man aber bei dem ersten Zahn die Ergänzung der fehlenden obern Hälfte sich in der Weise denken kann, dass dadurch eine Zahnform wie beim englischen Liodon anceps entsteht, gilt diese Annahme für den zweiten Zahn nicht mehr, dessen unversehrte obere Hälfte eine ganz andere Form hat, indem die Spitze in einer der untern Hälfte entgegengesetzten Richtung, d. h. widersinnig sich krümmt. Eine solche Zahnform ist aber wenigstens bisher von der Gattung Liodon nicht bekannt geworden und also keine Berechtigung gegeben, ihr diese neue Form unbedingt einzureihen; ja nach der Uebereinstimmung der untern Hälften, nach welchen allein diese beiden Zähne miteinander vergleichbar sind, zu schliessen, bleibt es zweifelhaft, ob nicht auch etwa der erste Zahn mit dem zweiten in der Krümmung seiner obern Hälfte übereinstimmend gewesen wäre und somit sich von dem Typus des Liodon anceps entfernt hätte. Bei der grossen Verwandtschaft von Liodon mit Mosasaurus darf man auch für erstgenannte Gattung auf das Vorkommen von Gaumenzähnen schliessen und man könnte deshalb am Ende die Muthmassung wagen, ob diese zweite Form nicht etwa die Gaumenzähne und die erste die wie bei L. anceps gebildeten Kieferzähne darstellen dürfte. Indess da eine solche Vermuthung eines sichern Haltes entbehrt, wollen wir sie auf sich beruhen lassen und zuwarten, ob nicht durch spätere Auffindung vollständigerer Ueberreste die angeregten Zweifel befriedigend sich lösen lassen. Einstweilen mag diese zweite Zahnform als *Liodon paradoxus* bezeichnet werden.

Noch bleibt uns die Erwähnung des kleinsten der genannten Zähne übrig, der Fig. 11—13 abgebildet ist und aus derselben Lokalität als der vorige herrührt; er ist von Herrn Dr. Oberdorfer als Geschenk an unsere Sammlung abgelassen worden. Von der fehlenden Spitze abgesehen, unterscheidet er sich von dem vorigen Zahne nur durch geringere Entwicklung und, was damit im Zusammenhange stehen mag, durch geringere Dicke, insbesondere durch eine flachere Beschaffenheit seiner Oberfläche. Während nämlich die innere Seite des Zahnes verhältnissmässig eben so stark gewölbt ist als bei den beiden vorhergehenden Exemplaren, ist dagegen bei diesem die Aussenseite nur ganz flach gebogen und überdiess durch eine Ungleichförmigkeit in der Wölbung gewissermassen in drei Facetten abgetheilt. Beides erinnert an Mosasaurus, namentlich an M. Maximiliani, doch möchte ich daraus nicht schliessen, dass durch unsern Zahn eben genannte Gattung repräsentirt werden dürfte, sondern ich möchte ihn eher für den unreifen Zustand der zweiten Zahnform halten, die sich durch die starke Wölbung beider Flächen von Mosasaurus entschieden entfernt, dagegen an Liodon in dieser Beziehung sich anschliesst. Der grössere Durchmesser an der Basis (zwischen den schneidenden Seitenkanten) beträgt 6''', der kleinere 4'''.

Wenn ich nun gleich nicht im Stande bin, die hier aufgeführten Zähne mit einer, jeden Zweifel ausschliessenden Sicherheit zu deuten, wenn ich selbst für den ersten derselben seine Zuweisung an Liodon anceps nicht mit vollem Vertrauen verbürgen kann, so wollte ich doch diese Zähne hier nicht unerwähnt lassen, da sie wenigstens zugleich mit dem Polyptychodon interruptus davon Zeugniss ablegen, dass auch in unserer oberpfälzischen Grünsandstein- und Kreideformation Ueberreste riesenhafter Reptilien, die mit den aus den gleichen Ablagerungen in England abstammenden identisch oder doch analog sind, vorkommen, also die Uebereinstimmung der geognostischen Beziehungen dieser Formationen auch noch durch die in ihnen abgelagerten höheren Wirbelthiere unterstützt wird.

## Erklärung der Abbildungen.

*Tab. 1.*

***Platychelys Oberndorferi***, in natürlicher Grösse dargestellt.

*Tab. 2.*

***Homoeosaurus Maximiliani***, in natürlicher Grösse.

* Eine der accessorischen Rippen in vergrösserter Ansicht.

*Tab. 3.*

Alle Figuren in natürlicher Grösse.

Fig. 1—5. ***Polyptychodon interruptus.***

Fig. 6—8. ***Liodon anceps?***

Fig. 9—10. ***Liodon paradoxus.***

Fig. 11—13. Dessgleichen.

Fig. 14—15. Zwei Zähne von ***Ichthyosaurus leptospondylus***; vergl. die Beschreibung in den Münchner Gel. Anzeigen XXXVI. S. 25.

Tab I.

Fig 1.

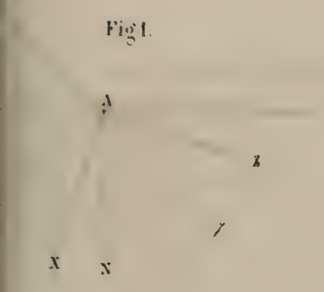


Fig 2.

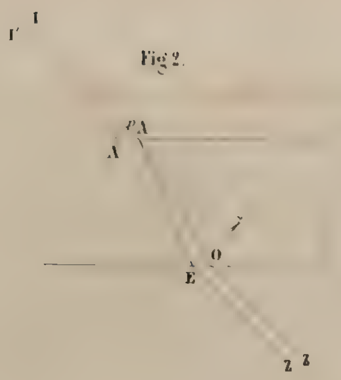

I'
I
p A
A'
z
O
E
Z z

Fig 3.

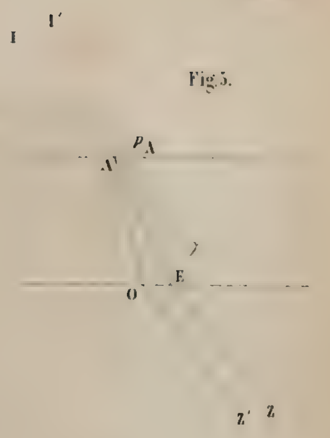

I
I'
p A
A'
z
E
O
Z' Z

Fig 4.

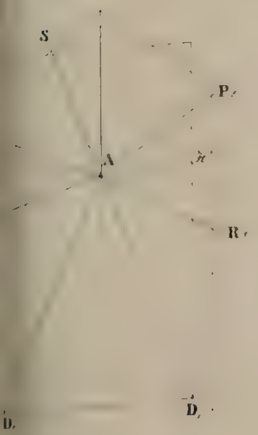


Fig 5.

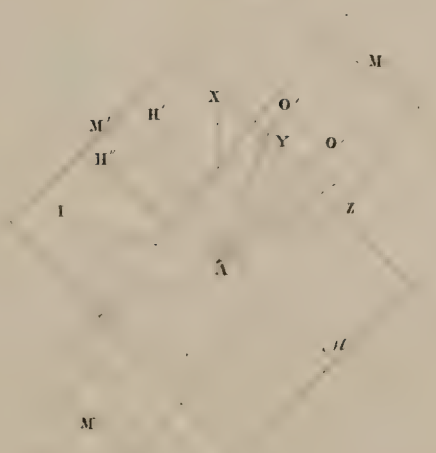

M
X
O'
M'
H'
Y
O'
H''
I
Z
A
M
M

Fig 6.

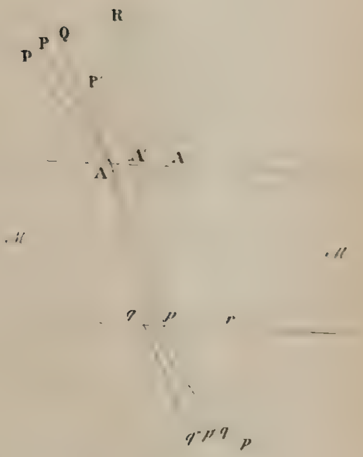

R
p P Q
P'
A' A' A
M
M
q p r
q' p' q p

Fig. 7.

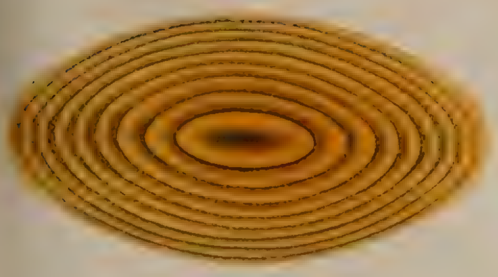
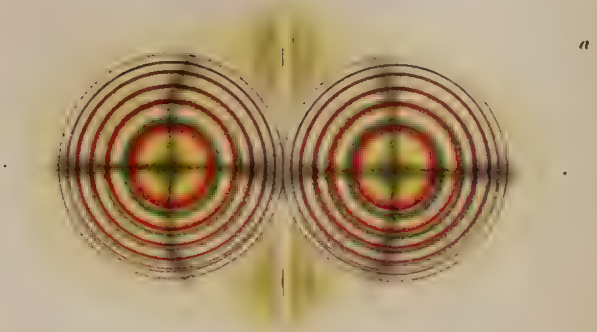


Fig. 8.



*Abh. der math. physik. Classe. Band VII. Abth. 1.*

*Zu Ohm's Interferenz-Erscheinungen. Taf. 1.*

BRITISH NATURAL HISTORY

Tab. II.

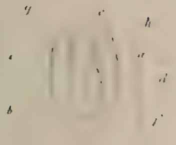


Fig I

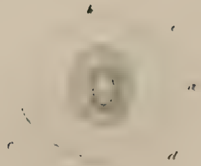


Fig II

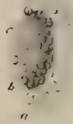


Fig III

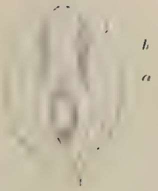


Fig IV

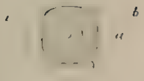


Fig V

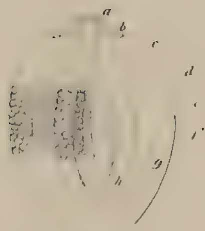


Fig VI

Fig VII

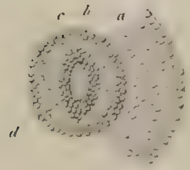


Fig VIII

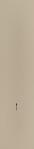


Fig IX

Fig X

Fig XI

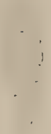


Fig XII

Fig XIII

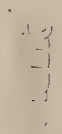


Fig XIV

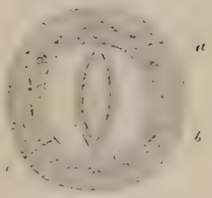


Fig XV

Gust. Wenng gr.

Abh. der math. physik. Classe Bd. VII. Abth. I.

zu Treviranus Eychen u. Samen d. Mistel Taf. I.

BRITISH
NATURAL HISTORY.

Tab.III.

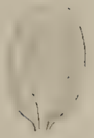


Fig XVI

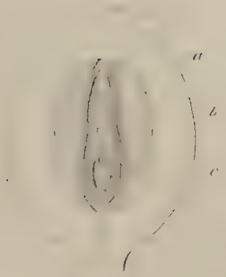


Fig XVII.

Fig.XVIII

Fig XIX

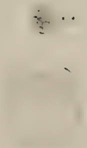


Fig.XX

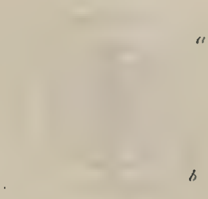


Fig.XXI

Fig XXII

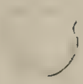


Fig XXIII.

Fig.XXIV

Fig.XXV

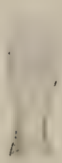


Fig.XXVI

Fig.XXVII

Fig XXVIII

Fig.XXIX

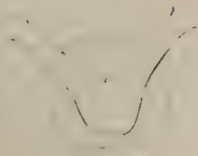


Fig.XXX

Fig XXXI

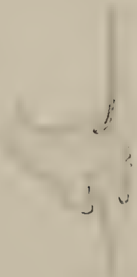


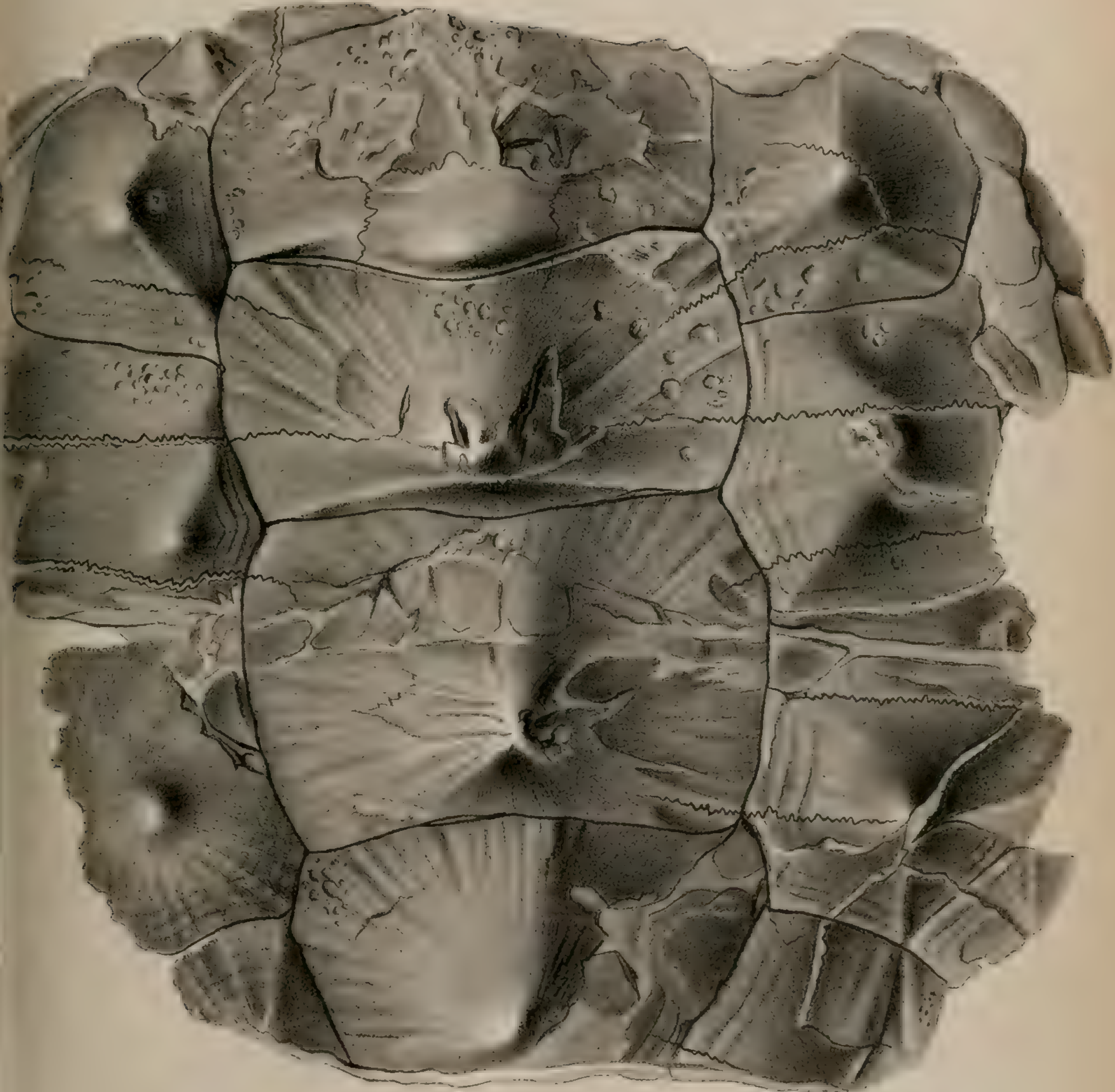
Fig XXXII

Fig.XXXIII

Gust. Wenng sc.

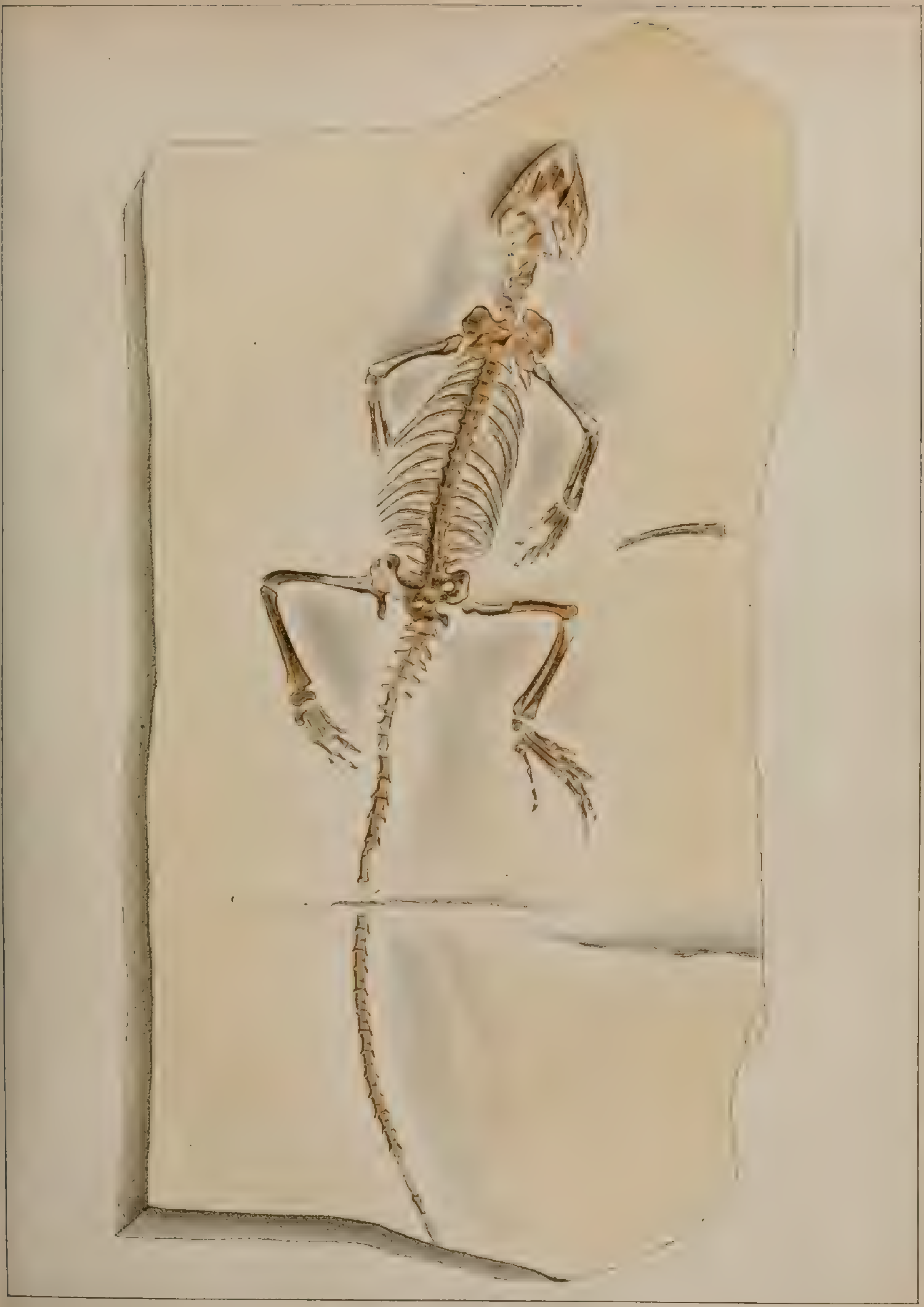
zu Treviranus Eychen u. Samen d. Mistel. Taf. 2.

BRITISH
NATURAL HISTORY



Platychelys Oberndorferi.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY.



Homoeosaurus Maximiliani.

*Abh. der math. physik. Classe Bd. VII. Abth. 1.*

*Zu A. Wagner's Beschreib. Tab. 2*

NATURAL HISTORY

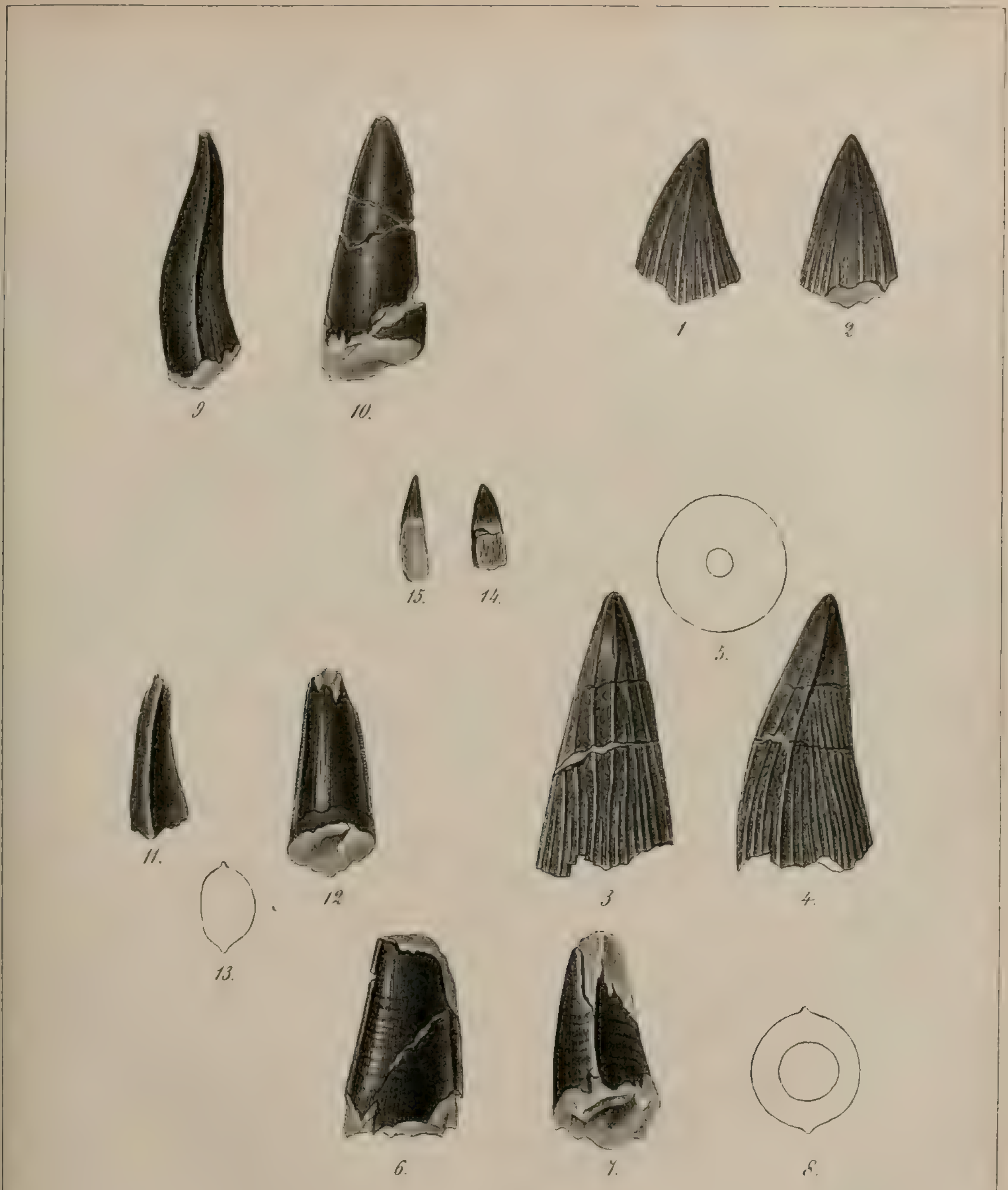

9
10.
1
2
15.
14.
5.
11.
12
3
4.
13.
6.
7.
8.

Fig. 1_5. Polyptychodon interruptus. Fig. 6_8. Liodon anceps. Fig. 9_13. L. paradoxus.
Fig. 14_15. Ichthyosaurus leptospondylus.

Abh. der math. physik. Classe Bd VII. Abth. 1.

Zu A. Wagners Beschreib. Tab 3.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY.

# ABHANDLUNGEN

DER

# MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

---

SIEBENTEN BANDES

ZWEITE ABTHEILUNG.

IN DER REIHE DER DENKSCHRIFTEN DER XXVIII. BAND.

MÜNCHEN.
1854.
VERLAG DER K. AKADEMIE,
IN COMMISSION BEI G. FRANZ.

# ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMATISCH-PHYSIKALISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

SIEBENTEN BANDES

ZWEITE ABTHEILUNG.

# Inhalt.

Seite.

Erklärung aller in einaxigen Krystallplatten zwischen geradlinig polarisirtem Lichte wahrnehmbaren Interferenz-Erscheinungen, in mathematischer Form mitgetheilt von dem Akademiker ***Dr. G. Ohm.*** (Mit 1 Tafel.) Zweite Hälfte, worin die in übereinander liegenden Krystallplatten entstehenden Erscheinungen zur Sprache kommen . . . . . . . 265

Die fossilen Knochenüberreste von Pikermi in Griechenland. Gemeinschaftlich bestimmt und beschrieben von den Akademikern ***Dr. Johannes Roth*** und ***Dr. Andreas Wagner***, nach den Materialien, welche durch die von dem Erstgenannten im Winter 1852/53 dortselbst vorgenommenen Ausgrabungen erlangt wurden . . . . . . . 371

Abbildung und Beschreibung des Universal-Vibrations-Photometers vom Akademiker und Conservator ***Dr. Schafhäutl*** . . . . . . 465

Ueber Phonometrie, nebst Beschreibung eines zur Messung der Intensität des Schalles erfundenen Instrumentes, vom Akademiker und Conservator ***Dr. Schafhäutl*** . . . . . . . . . . . . 499

# Erklärung

aller

in einaxigen Krystallplatten zwischen geradlinig polarisirtem Lichte wahrnehmbaren

# Interferenz-Erscheinungen

in mathematischer Form mitgetheilt

von

*Dr. G. S. Ohm*

Mit 1 Tafel.

## Zweite Hälfte,

worin die in übereinander liegenden Krystallplatten entstehenden Erscheinungen zur Sprache kommen.

# Erklärung
aller
in einaxigen Krystallplatten zwischen geradlinig polarisirtem Lichte
wahrnehmbaren
# Interferenz-Erscheinungen
in mathematischer Form mitgetheilt
von
**Dr. G. S. Ohm.**

---

## *Vorerinnerung.*

Die erste Hälfte dieser Abhandlung hob mit einer Art von Beweisführung an, dass das von mir wahrgenommene System von concentrischen Ellipsen, dessen Mittelpunkt mit der Mitte des Gesichtsfeldes zusammenfällt, bis dahin noch nicht erkannt worden sei. Unmittelbar nach der Beendigung des Drucks von jener ersten Hälfte erhielt ich die Kunde, dass meine Beweisführung fehlerhaft ist, und ich beeile mich, in Folge dessen, die Priorität von jener Entdeckung demjenigen zurück zu stellen, der sie bereits ein Lustrum vor mir gemacht hatte. In dem 1842 herausgekommenen Ergänzungsband zu Poggendorffs Annalen steht pag. 529 unter dem Titel „Analyse der isochromatischen und der Interferenz-Erscheinungen in combinirten einaxigen Krystallen“ ein Auszug aus einer im norwegischen Magazin for Naturvidenshaberne Bd. II. ausführlich veröffentlichten Abhandlung, der von derem Verfasser, Herrn Chr. Langberg in Christiania, selber besorgt worden ist. Dieser Auszug enthält neben einem grossen Reichthum von andern neuen Resultaten namentlich auch jenes Ellipsensystem (pag. 541 ganz unten) schon vollkommen bestimmt angezeigt. Ich weiss nicht, soll ich es Unglück oder Glück nennen, dass mir diese höchst beachtenswerthe Schrift so ganz und gar entgangen ist. Allerdings wären, hätte ich früher von ihr Kenntniss erhalten, meine gegenwärtigen Untersuchungen, welche gerade durch jenes Ellipsensystem veranlasst wurden, ohne Zweifel unterblieben, wodurch mir eine nicht geringe Mühe erspart worden wäre; dann aber wären andere, kaum minder wichtigere Dinge im Schoos der Zeit verborgen geblieben. Es hat sich mir bei dieser Gelegenheit der tiefe Sinn des Sprüchworts „der Mensch denkt und Gott lenkt“ auf's Neue bewährt. Was meine Thätigkeit anfänglich in Bewegung setzte, ist in Nebel zerronnen, und woran ich von vornherein auf keine Weise denken konnte, hat Stand gehalten. Dahin rechne ich insbesondere: erstlich die fast vollkommene Bewegungsfähigkeit, welche optische Rechnungen dieser Art durch die Aufstellung der völlig allgemeinen, höchst genauen, und daher in allen Fällen brauchbaren Gleichungen 10. a und b in Ziffer VII. der vorigen Hälfte erhalten haben, wovon man in dieser Hälfte ein sehr sprechendes Beispiel finden wird; zweitens die völlig genaue Bestimmung der Intensität des Lichtes an den verschiedenen Stellen eines Bildes; und nicht minder drittens den im Anhange befindlichen Nachweis von der überaus grossen Abweichung der gewöhnlichen Intensitätsgleichungen von den erfahrungsmässigen Erscheinungen innerhalb Krystallplatten von bestimmter Art. Meine Abhandlung füllt übrigens auch nach erlittenem Verluste noch ganz den Titel aus, unter dem ich sie gegeben habe.

Schon die Aufschrift dieser zweiten Hälfte giebt, wenn man sie an die von Langberg's Auszug hält, deutlich genug zu verstehen, dass beide Arbeiten nicht ohne Berührungspunkte seyn werden, die hier hervorgehoben und besprochen zu werden verdienten; allein zu solchem Zwecke hätte ich die norwegische Schrift erst lesen lernen müssen, weil ihr sehr gedrängter Auszug kaum die dazu erforderliche Sicherheit darbietet. Darum zog ich es vor, meine zweite Hälfte in ihrer ursprünglichen Fassung bestehen zu lassen, um so mehr, weil aus jenem Auszug hervorzugehen scheint, dass meine Bearbeitung des gleichen Gegenstandes doch beträchtlich verschieden von der des Herrn Langberg ist und dass beide miteinander nur in sehr wenigen Punkten eigentlich zusammentreffen. Da jedoch, wo ich die Eigenthümlichkeit meiner Arbeit durch Versuche unterstütze, erlaube ich mir von der, dem Langberg'schen Auszug beigegebenen Tafel V. des angezeigten Supplementbandes zu Poggendorff's Annalen Gebrauch zu machen, weil in dieser viele Figuren vorkommen, welche das, was ich zu sagen habe, zu versinnlichen ganz geeignet sind.

---

## C) *Bestimmung der in zwei übereinander gelegten Krystallplatten mit parallelen Oberflächen entstehenden Interferenz-Erscheinungen.*

XXV. Nachdem eine allgemeine Theorie der in einer einzigen einaxigen Krystallplatte sichtbaren Interferenz-Erscheinungen vorangeschickt worden ist, wird es nunmehr möglich, die an zwei oder mehr übereinander gelegten solchen Platten entstehenden Bilder einer genauern Untersuchung zu unterwerfen, womit wir uns jetzt beschäftigen werden. Zuvor jedoch wollen wir einen andern Weg, zu der einer einzigen Platte angehörigen Intensitäts-Gleichung (6. b) in Ziffer VIII. zu gelangen, als der dort eingeschlagene war, anzeigen, wie schon a. a. O. versprochen worden ist, den wir dann auch bei allen noch folgenden Betrachtungen benützen werden, und der hier um so nöthiger wird, als es schwer hält, bei mehrern Platten die relative Lage der einzelnen Theile durch blosse Anschauung unverrückt festzuhalten, was jedoch durch die hierzu von der analytischen Geometrie an die Hand gegebenen festen Regeln selbst in den zusammengesetztesten Fällen stets mit gleicher Leichtigkeit geschehen kann.

Die Gleichung einer Ebene, deren Normale mit den Coordinatenaxen der x, y, z bezüglich die Winkel a, b, c macht, ist bekanntlich:

$$(1.\ a)\qquad x\cos.a + y\cos.b + z\cos.c = o,$$

wenn man sich diese Ebene durch die Spitze des Coordinatensystems hindurch gehend denkt. Ist neben dieser Ebene noch eine durch die Coordinatenspitze hindurch gehende Richtung gegeben, welche mit denselben Coordinatenaxen die Winkel $a_1$, $b_1$, $c_1$ einschliesst, und nimmt man an, dass diese Richtung auf jene Ebene senkrecht projicirt werde, und dass die Winkel, welche diese Projection der gegebenen Richtung mit den Coordinatenaxen macht, bezüglich $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$ seien, so machen wir es uns zur Aufgabe, die Gleichung der projicirenden Ebene, so wie die Werthe von $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$ aus den gegebenen Grössen a, b, c, und $a_1$, $b_1$, $c_1$ herzuholen. Bezeichnen wir vorerst die Gleichung der projicirenden Ebene durch $A_1x + B_1y + C_1z = o$, so muss, weil die projicirende Ebene durch die gegebene Richtung und durch die gegebene Normale zur Projectionsebene hindurch geht, jeder Punkt dieser Richtung und dieser Normale der projicirenden Ebene angehören; fassen wir aber von der gegebenen Richtung den Punkt in's Auge, dessen Abstand von der Coordinatenspitze die Längeneinheit ist, so werden seine Coordinaten durch die Gleichungen

$$x = \cos.a_1\quad,\quad y = \cos.b_1\quad,\quad z = \cos.c_1$$

gegeben, und auf ähnliche Weise werden die Coordinaten desjenigen Punktes der Normale, dessen Abstand von der Coordinatenspitze ebenfalls die Längeneinheit ist, gegeben durch die Gleichungen:

$$x = \cos.a\quad,\quad y = \cos.b\quad,\quad z = \cos.c,$$

und da beide Punkte der projicirenden Ebene angehören, so müssen ihre Coordinatenwerthe die Gleichung der projicirenden Ebene befriedigen, wenn man sie für x, y, z in dieselbe einsetzt, so dass man erhält:

$$\begin{gathered} A_1 \cos. a_1 + B_1 \cos. b_1 + C_1 \cos. c_1 = o \text{ nebst} \\ A_1 \cos. a + B_1 \cos. b + C_1 \cos. c = o \end{gathered}$$

und aus diesen beiden Gleichungen findet man durch successive Elimination von zweien der drei Grössen $A_1$, $B_1$ und $C_1$:

$$\begin{aligned} A_1 : B_1 : C_1 = \cos. b \cos. c_1 - \cos. b_1 \cos. c : \cos. c \cos. a_1 - \cos. c_1 \cos. a \\ : \cos. a \cos. b_1 - \cos. a_1 \cos. b, \end{aligned} \Bigg\} \quad (1.b)$$

wodurch die Gleichung der projicirenden Ebene gefunden ist.

Weil ferner die projicirte Richtung der Durchschnitt zwischen dieser und der gegebenen Ebene ist, und dieser Durchschnitt durch den Verein der beiden Gleichungen:

$$x \cos. a + y \cos. b + z \cos. c = o \quad \text{nebst} \quad A_1 x + B_1 y + C_1 z = o$$

dargestellt wird, so muss der Punkt der projicirten Richtung, dessen Abstand von der Coordinatenspitze die Längeneinheit ist, und dessen Coordinaten durch die Gleichungen

$$x = \cos. \alpha_1 \quad , \quad y = \cos. \beta_1 \quad , \quad z = \cos. \gamma_1$$

gegeben sind, den vorstehenden zwei Gleichungen gleichzeitig angehören, so dass man zur Bestimmung von $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$ die beiden Gleichungen

$$\begin{gathered} \cos. \alpha_1 \cos. a + \cos. \beta_1 \cos. b + \cos. \gamma_1 \cos. c = o \text{ nebst} \\ A_1 \cos. \alpha_1 + B_1 \cos. \beta_1 + C_1 \cos. \gamma_1 = o \end{gathered}$$

erhält, aus denen man durch successive Elimination von zweien der drei Grössen $\cos. \alpha_1$, $\cos. \beta_1$, $\cos. \gamma_1$ findet:

$$\begin{aligned} \cos. \alpha_1 : \cos. \beta_1 : \cos. \gamma_1 = C_1 \cos. b - B_1 \cos. c : A_1 \cos. c - C_1 \cos. a \\ : B_1 \cos. a - A_1 \cos. b, \end{aligned}$$

welchen Verhältnissgleichungen gemäss man setzen kann:

$$H \cos.\alpha_1 = C_1 \cos.b - B_1 \cos.c \quad , \quad H \cos.\beta_1 = A_1 \cos.c - C_1 \cos.a \quad ,$$
$$H \cos.\gamma_1 = B_1 \cos.a - A_1 \cos.b$$

wenn H eine erst noch zu bestimmende Grösse vorstellt.

Man hat das Recht, in diese Gleichungen für $A_1$, $B_1$, $C_1$ deren durch die Gleichungen (1. b) ihnen zugewiesene proportionalen Zahlen einzusetzen, weil sich hiernach die noch nicht gefundene Grösse von H richtet; thut man diess und bezeichnet man zugleich durch $\varphi_1$ den Winkel, den die durch $a_1$, $b_1$, $c_1$ gegebene Richtung mit der durch a, b, c gegebenen Normale zur Projectionsebene macht, so dass

$$\cos.a \cos.a_1 + \cos.b \cos.b_1 + \cos.c \cos.c_1 = \cos.\varphi_1$$

wird, so gehen jene Gleichungen, weil auch $\cos^2.a + \cos^2.b + \cos^2.c = 1$ ist, über in:

$$(1.c)\begin{cases} H \cos.\alpha_1 = \cos.a \cos.\varphi_1 - \cos.a_1 \quad , \quad H \cos.\beta_1 = \cos.b \cos.\varphi_1 - \cos.b_1 , \\ H \cos.\gamma_1 = \cos.c \cos.\varphi_1 - \cos.c_1 . \end{cases}$$

Quadrirt und addirt man diese drei letzten Gleichungen, so ergiebt sich, weil $\cos^2.a_1 + \cos^2.b_1 + \cos^2.c_1 = 1, \cos^2.\alpha_1 + \cos^2.\beta_1 + \cos^2.\gamma_1 = 1$ ist,

$$H^2 = \sin^2.\varphi_1 .$$

Nimmt man für H seinen negativen Wurzelwerth $-\sin.\varphi_1$, so verwandeln sich die Gleichungen (1. c) in

$$(1.\ d.)\begin{cases} \sin.\varphi_1 \cos.\alpha_1 = \cos.a_1 - \cos.a \cos.\varphi_1 \quad , \\ \sin.\varphi_1 \cos.\beta_1 = \cos.b_1 - \cos.b \cos.\varphi_1 \quad , \\ \sin.\varphi_1 \cos.\gamma_1 = \cos.c_1 - \cos.c \cos.\varphi_1 \quad , \end{cases}$$

wobei zu merken ist, dass derjenige von den zwei Werthen von H gewählt worden ist, welcher macht, dass die von der Coordinatenspitze auslaufenden und in der projicirenden Ebene liegenden Richtungen

$a_1$, $b_1$, $c_1$ und $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$, von denen letztere die Projection der ersten ist, auf derselben Seite von der Normale zur Projectionsebene liegen. Stellt $\psi_1$ den Winkel vor, welchen die Richtung $a_1$, $b_1$, $c_1$ mit ihrer eigenen Projection macht, so ist

$$\cos.\psi_1 = \cos.a_1 \cos.\alpha_1 + \cos.b_1 \cos.\beta_1 + \cos.c_1 \cos.\gamma_1,$$

und setzt man in diese Gleichung für $\cos.\alpha_1$, $\cos.\beta_1$, $\cos.\gamma_1$ ihre aus den Gleichungen (1. d) genommenen Werthe ein, so findet man:

$$\cos.\psi_1 = \sin.\varphi_1. \tag{1. e}$$

Betrachtet man neben der vorigen Richtung noch eine zweite von der Coordinatenspitze auslaufende, welche mit den Coordinatenaxen bezüglich die Winkel $a_2$, $b_2$, $c_2$ bildet, in ihren Beziehungen zu der gleichen Projectionsebene, und stellt man die projicirende Ebene dieser zweiten Richtung durch die Gleichung $A_2x + B_2y + C_2z = o$ dar, nennt $\varphi_2$ den Winkel, welchen diese zweite Richtung mit der Normale zur Projectionsebene macht, so wie $\alpha_2$, $\beta_2$, $\gamma_2$ die Winkel, welche die Projection dieser zweiten Richtung mit den Coordinatenaxen macht, so verwandelt sich in Betreff dieser zweiten Richtung die Gleichung (1. b) in:

$$\left.\begin{aligned} A_2 : B_2 : C_2 = \cos.b \cos.c_2 - \cos.b_2 \cos.c : \cos.c \cos.a_2 - \cos.c_2 \cos.a \\ : \cos.a \cos.b_2 - \cos.a_2 \cos.b \end{aligned}\right\} \tag{2. a}$$

und die Gleichungen (1. d) werden bei der jetzigen Richtung:

$$\left.\begin{aligned} \sin.\varphi_2 \cos.\alpha_2 &= \cos.a_2 - \cos.a \cos.\varphi_2\,, \\ \sin.\varphi_2 \cos.\beta_2 &= \cos.b_2 - \cos.b \cos.\varphi_2\,, \\ \sin.\varphi_2 \cos.\gamma_2 &= \cos.c_2 - \cos.c \cos.\varphi_2. \end{aligned}\right\} \tag{2. b}$$

Stellt $\psi_2$ den Winkel vor, welchen die zweite Richtung mit ihrer eigenen Projection macht, so tritt an die Stelle der Gleichung (1. e) die:

$$\cos.\psi_2 = \sin.\varphi_2; \tag{2. c}$$

stellen ferner $\psi'_1$ oder $\psi'_2$ die Winkel vor, welche die Projection der ersten oder zweiten Richtung mit der zweiten oder ersten Richtung macht, so dass

$$\cos.\psi'_1 = \cos.\alpha_1 \cos.\mathrm{a}_2 + \cos.\beta_1 \cos.\mathrm{b}_2 + \cos.\gamma_1 \cos.\mathrm{c}_2 \text{ und}$$
$$\cos.\psi'_2 = \cos.\alpha_2 \cos.\mathrm{a}_1 + \cos.\beta_2 \cos.\mathrm{b}_1 + \cos.\gamma_2 \cos.\mathrm{c}_1$$

ist, so gehen diese beiden Gleichungen dadurch, dass man in sie für $\cos.\alpha_1$, $\cos.\beta_1$, $\cos.\gamma_1$ oder $\cos.\alpha_2$, $\cos.\beta_2$, $\cos.\gamma_2$ ihre aus den Gleichungen (1. d) oder (2. b) entnommenen Werthe einsetzt, über in:

$$(2.\ \mathrm{d})\ \left\{\begin{array}{l} \sin.\varphi_1 \cos.\psi'_1 = \cos.A - \cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2 \text{ und} \\ \sin.\varphi_2 \cos.\psi'_2 = \cos.A - \cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2, \end{array}\right.$$

wenn $A$ den Winkel bedeutet, den die erste und zweite Richtung unter sich einschliessen, und aus diesen beiden Gleichungen folgt sogleich noch, dass

$$(2.\ \mathrm{e}) \qquad \sin.\varphi_1 \cos.\psi'_1 = \sin.\varphi_2 \cos.\psi'_2.$$

Bezeichnet man den Winkel, welchen die zu beiden Richtungen gehörigen projicirenden Ebenen mit einander bilden, durch $\chi$, so ist den bekanntesten Relationen der analytischen Geometrie zur Folge:

$$(2.\ \mathrm{f}) \qquad \cos.\chi = \frac{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2 + \mathrm{B}_1\mathrm{B}_2 + \mathrm{C}_1\mathrm{C}_2}{\sqrt{\mathrm{A}_1^2 + \mathrm{B}_1^2 + \mathrm{C}_1^2} \cdot \sqrt{\mathrm{A}_2^2 + \mathrm{B}_2^2 + \mathrm{C}_2^2}},$$

und man darf in dieser Gleichung für $\mathrm{A}_1$, $\mathrm{B}_1$, $\mathrm{C}_1$ und $\mathrm{A}_2$, $\mathrm{B}_2$, $\mathrm{C}_2$ deren durch die Gleichungen (1. b) und (2. a) ihnen zugewiesene proportionale Zahlen setzen; thut man diess, so wird

$$\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2 + \mathrm{B}_1\mathrm{B}_2 + \mathrm{C}_1\mathrm{C}_2 = (\cos.A - \cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2).\mathrm{K}\ ,$$
$$\sqrt{\mathrm{A}_1^2 + \mathrm{B}_1^2 + \mathrm{C}_1^2} \cdot \sqrt{\mathrm{A}_2^2 + \mathrm{B}_2^2 + \mathrm{C}_2^2} = \sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 .\mathrm{K}\ ,$$

und mittelst dieser Auswerthungen verwandelt sich die Gleichung (2. f) in:

$$(2.\ \mathrm{g}) \qquad \cos.\chi = \frac{\cos.A - \cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2}{\sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2},$$

vorausgesetzt, dass man für $\sqrt{\mathrm{A}_1^2 + \mathrm{B}_1^2 + \mathrm{C}_1^2}$ und $\sqrt{\mathrm{A}_2^2 + \mathrm{B}_2^2 + \mathrm{C}_2^2}$ jedesmal nur den positiven Wurzelwerth nimmt, wo dann $\chi$ stets zugleich mit $\psi'_1$ und $\psi'_2$ spitz oder stumpf wird. In dem besondern Falle, wo eine von den beiden Richtungen mit der Normale zur Projectionsebene zusammenfällt, wird derjenige von den Winkeln $\varphi_1$ und $\varphi_2$, welcher zu dieser Richtung gehört, null, während $A$ in den zur andern Richtung gehörigen übergeht, und es nimmt dann in Folge dessen $\cos.\chi$ die Form $\frac{0}{0}$ an.

Die Gleichung (2. g) in Verbindung mit denen (2. d) führt sogleich noch zu den zwei andern hin:

$$\cos.\psi'_1 = \sin.\varphi_2 \cos.\chi \text{ und } \cos.\psi'_2 = \sin.\varphi_1 \cos.\chi, \qquad (2.\ h)$$

und es ist $\chi$ zugleich der Winkel, den die Projectionen der beiden Richtungen mit einander machen, wovon man sich auch unmittelbar durch die Gleichungen (1. d) und (2. b) Ueberzeugung verschaffen kann.

XXVI. Die vorstehenden Relationen, zu welchen zwei Richtungen in Verbindung mit einer Ebene Anlass geben, sind mehr als hinreichend, um zu der in Ziffer VIII. der ersten Hälfte dieser Abhandlung aufgefundenen Intensitäts-Gleichung (6. b) auf folgende sehr einfache Weise zu gelangen: Sieht man die Schwingungsrichtung des vom vordern Polarisationsmittel herkommenden Lichtes als erste Richtung an, und als zweite die Schwingungsrichtung des vom hintern Polarisationsmittel herkommenden Lichtes, und bei einem bestimmten auf die Krystallplatte einfallenden Lichtstrahl dessen Hauptschnitt als Projectionsebene, so sind auf diese zwei Schwingungsrichtungen und jeglichen Hauptschnitt alle vorstehenden Gleichungen sofort in Anwendung zu bringen. Da nun das zur Platte gelangende polarisirte Licht, dessen Schwingungen längs der ersten Richtung vor sich gehen, sich bei seinem Durchgange durch die Platte zerlegen muss in einen Antheil, dessen Schwingungen längs der Normale zum Hauptschnitt geschehen, und in einen zweiten Antheil, dessen Schwingungen längs des Hauptschnittes selbst, also längs der Projection der ersten Richtung auf ihn geschehen, weil alle drei Schwingungsrichtungen dem Zerlegungsgesetze gemäss in einer und derselben Ebene liegen müssen, so bildet die Schwingungsrichtung des vom vordern Polarisationsmittel herkommenden Lichtes, wenn wir die vorhin eingeführten Bezeichnungen beibehalten, mit den Schwingungsrichtungen der zwei Antheile, in welche sich dasselbe bei seinem Durchgang durch die Platte zerlegt, die Winkel $\varphi_1$ und $\psi_1$. Ist daher die Schwingungsform des zur Platte gelangenden Lichtes $\mathfrak{A}\sin.\, 2\pi\frac{vt-x}{\lambda}$, so wird die Schwingungsform des längs der Normale zum Hauptschnitt schwingenden Antheils:

$$\mathfrak{A}\cos.\varphi_1 \sin.\, 2\pi\frac{vt-x}{\lambda},$$

und die des längs der Projection der ersten Richtung auf den Hauptschnitt schwingenden Antheils, nachdem beide durch die Platte hindurch gedrungen sind und dadurch den Raum-Phasenunterschied $\Theta$ erlangt haben:

$$\mathfrak{A}\cos.\psi_1 \sin.\, 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right).$$

Bei der angenommenen Bezeichnungsweise macht die Normale zum Hauptschnitt mit der Schwingungsrichtung des vom hintern Polarisationsmittel herkommenden Lichtes, als zweite Richtung gedacht, den Winkel $\varphi_2$, und die Projection der ersten Richtung auf den Hauptschnitt macht mit dieser zweiten Richtung den Winkel $\psi'_1$. Da nun die zwei vorstehenden Lichtantheile sich am hintern Polarisationsmittel neuerdings zerlegen müssen und von den so entstehenden Seitenbewegungen blos diejenigen übrig bleiben, welche längs dieser zweiten Richtung erfolgen, so sind die vom hintern Polarisationsmittel in's Auge geschickten Lichtportionen:

$$(3.\ a)\quad \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{A}\cos.\varphi_1 \cos.\varphi_2 \sin.\, 2\pi\frac{vt-x}{\lambda} \text{ und} \\ \mathfrak{A}\cos.\psi_1 \cos.\psi'_1 \sin.\, 2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right), \end{array}\right.$$

welche, wenn man für $\cos.\psi'_1$ und $\cos.\psi^{\backprime}_1$ ihre Werthe aus den Gleichungen (1. c) und (2. h) einsetzt, auch in folgender Gestalt sich schreiben lassen:

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{A}\cos.\varphi_1\cos.\varphi_2\sin.2\pi\frac{vt-x}{\lambda} \text{ und} \\ \mathfrak{A}\sin.\varphi_1\sin.\varphi_2\cos.\chi\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right). \end{array}\right\} \quad (3.\ b)$$

Die Schwingungen dieser Lichtportionen geschehen bei allen längs der zweiten Richtung und lassen sich daher der in Ziffer (V.) mitgetheilten Regel gemäss in einen einzigen Wellenzug zusammen setzen, dessen Lichtstärke, wenn wir sie durch $A^2$ bezeichnen, durch folgende Gleichung gegeben ist:

$$A^2 = \mathfrak{A}^2(\cos^2.\varphi_1\cos^2.\varphi_2 + \cos^2.\psi_1\cos^2.\psi^{\backprime}_1 \\ + 2\cos.\varphi_1\cos.\varphi_2\cos.\psi_1\cos.\psi^{\backprime}_1\cos.2\pi\Theta),$$

welche sich auch in der andern Form schreiben lässt:

$$A^2 = \mathfrak{A}^2[(\cos.\varphi_1\cos.\varphi_2 + \cos.\psi_1\cos.\psi^{\backprime}_1)^2 \\ - 4\cos.\varphi_1\cos.\varphi_2\cos.\psi_1\cos.\psi^{\backprime}_1\sin^2.\pi\Theta],$$

und nun, wenn man in dieser, der Gleichung (1. c) gemäss, $\sin.\varphi_1$ an die Stelle von $\cos.\psi'_1$, so wie, der Gleichung (2. h) gemass, $\sin.\varphi_2\cos.\chi$ an die Stelle von $\cos.\psi^{\backprime}_1$ setzt, mit Zuziehung der Gleichung (2. g) wird:

$$A^2 = \mathfrak{A}^2(\cos^2.A - \sin.2\varphi_1\sin.2\varphi_2\cos.\chi\sin^2.\pi\Theta), \quad (3.\ c)$$

welche dieselbe ist, wie die in Ziffer VIII. unter (6. b) aufgeführte, denn dass hier $\mathfrak{A}$ wo dort a steht, kommt daher, dass diese Buchstaben-Verwechselung schon von vorn herein in die Schwingungsform des ankommenden Lichtes aus dem Grunde gelegt worden ist, weil hier a zu anderer Bedeutung benützt worden ist.

XXVII. Ausgerüstet mit den Gleichungen der zwei vorigen Nummern können wir nun getrost an die Untersuchung der in zwei oder mehr über einander gelegten Platten entstehenden Erscheinungen gehen, wobei wir wieder demselben Grundsatze huldigen werden, den wir schon in der ersten Hälfte dieser Abhandlung befolgt haben, nämlich den Gegenstand in grösster Allgemeinheit aufzufassen und möglichst vollständig durchzuführen. Um jedoch nicht in zu breite Formeln verwickelt zu werden, setzen wir zwar überall voraus, dass die übereinander gelegten Platten aus jeglichem einaxigen Krystalle geschnitten worden seyn können, und dass jeder Schnitt unter beliebiger Neigung zur optischen Axe durch den Krystall hindurch geführt worden seyn dürfe; aber es wird an jede einzelne Platte, wie bisher schon immer, die Anforderung gemacht, dass ihre Oberflächen unter sich parallel seien und da, wo mehrere solche Platten übereinander gelegt werden, verlangen wir noch überdiess, dass es in der Art geschehe, wobei die Oberflächen der einen denen der andern parallel laufen. Dieser Parallelismus sämmtlicher Oberflächen vereinfacht alle Auseinandersetzungen ungemein, weil er zur Folge hat, dass alles Licht die hintere Fläche einer jeden einzelnen Platte wieder in derselben Richtung verlässt, in welcher es auf die vordere Fläche der Platte gekommen ist, und dass diese Richtung in mehrern übereinander gelegten Platten stets die gleiche bleibt. Diese Unveränderlichkeit in der Richtung eines Lichtstrahls diesseits und jenseits von Platten mit parallelen Oberflächen, die er durchzieht, besteht selbst noch in jenen beiden Theilen fort, in die sich jeder Lichtstrahl während seines Durchgangs durch eine Krystallplatte zu spalten pflegt, und die wir durch die Beiwörter „gewöhnlich“ und „aussergewöhnlich“ von einander unterschieden haben; auch sie laufen ausserhalb der Platten, wiewohl getrennt, unter einander, so wie mit dem Strahle, aus dem sie herstammen, parallel. Eben deswegen behält das von einem und demselben Lichtstrahle herkommende gewöhnliche und aussergewöhnliche Licht, so lange es sich zwischen zwei Platten fortbewegt, stets den gleichen Phasenunterschied, und hierin eben liegt der Grund, warum Platten mit parallelen Oberflächen eine viel grössere Einfachheit der Betrachtungen gestatten als solche, die diese Bedingung nicht erfüllen.

XXVIII. Was nun zuvörderst die Bestimmung des Phasenunterschieds betrifft, den das durch zwei übereinander gelegte Platten von der geforderten Beschaffenheit hindurch gegangene gewöhnliche und aussergewöhnliche Licht annimmt, so geht diese mittelst der oben in Ziffer VII. aufgefundenen Gleichungen (10. a und b), nämlich der folgenden, in welcher $\Theta$ den in Zeit ausgedrückten Phasenunterschied bedeutet:

$$\Theta\frac{v}{T} = C + D\sin. i\cos.\omega + B\sin^2. i\sin^2.\omega + A\sin^2. i\cos^2.\omega \quad (1.\ a)$$

und

$$\left.\begin{aligned} \frac{v}{m} - \frac{v}{v'} &= C \quad , \quad \frac{1}{2}\frac{v''^2 - v'^2}{m^2}\sin. 2a = D, \\ \frac{1}{2}\left(\frac{v'}{v} - \frac{v''^2}{vm}\right) &= B \quad , \quad \frac{1}{2}\left(\frac{v'}{v} - \frac{v'^2 v''^2}{vm^3}\right) = A, \end{aligned}\right\} \quad (1.\ b)$$

ganz leicht von Statten. Das vom vordern Polarisationsmittel herkommende Licht, welches der ihm zugewandten Platte begegnet, durchdringt diese gerade so, als ob sie allein vorhanden wäre, und spaltet sich während seines Durchgangs durch die Platte in zwei Hälften, welche unter sich einen Phasenunterschied $\Theta$ annehmen, der bei dem Austritt des gewöhnlichen und aussergewöhnlichen Lichts aus dieser Platte eine Grösse erlangt, welche durch die Gleichung (1. a) bestimmt wird, nachdem deren Coefficienten mittelst der Gleichungen (1. b) der Natur dieser Platte gemäss gefunden worden sind. Die gewöhnliche sowohl wie die ungewöhnliche Hälfte des aus einem Strahle herstammenden Lichtes gelangen von da zu der dem Lichte abgewandten Platte und erreichen diese mit demselben Phasenunterschiede, womit sie die vorige verlassen haben, wenn beide Platten die in Ziffer XXVII. ausbedungenen Eigenschaften besitzen. Von jeder dieser Hälfte einzeln genommen gilt aber, während sie durch die zweite Platte gehen, wieder alles das, was so eben von ihrer Vereinigung, bevor diese die erste Platte durchzog, ausgesagt worden ist; jede für sich spaltet sich, während ihres Durchgangs durch die zweite Platte im Allgemeinen in zwei Theile, den gewöhnlichen und den aussergewöhnlichen in Bezug auf die zweite Platte, die beide mit einem Zeit-Phasenunterschied $\Theta'$ aus der zweiten Platte hervortreten, welcher durch eine der (1. a) analoge Gleichung nämlich:

$$(1.\ c)\quad \Theta' \frac{v}{T'} = C' + D' \sin. i \cos. \omega' + B' \sin^2. i \sin^2. \omega' + A' \sin^2. i. \cos^2. \omega'$$

gefunden wird, worin die Buchstaben $\Theta$, T und $\omega$ so wie die A, B, C, D einen Accent erhalten haben, um damit anzudeuten, dass diese Grössen je nach der Beschaffenheit und Lage der zweiten Platte hier andere Werthe als in der Gleichung (1. a) haben können, während die Buchstaben v und i die gleichen Werthe hier wie dort behalten, wenn das gleiche einfache Licht zu beiden Platten gelangt und die Oberflächen dieser unter sich parallel sind, was eine Folge der in Ziffer XXVII. gegebenen Erörterungen ist. Nimmt man die Summe sowohl als die Differenz der Gleichungen (1. a) und (1. c), so findet man die folgenden zwei Gleichungen:

$$(2.\ a)\ \left\{\begin{array}{l} \qquad v\left(\frac{\Theta}{T} + \frac{\Theta'}{T'}\right) = C + C' + \sin. i\,(D \cos. \omega + D' \cos. \omega') \\ + \sin^2. i\,(B \sin^2. \omega + B' \sin^2. \omega') + \sin^2. i\,(A \cos^2. \omega + A' \cos^2. \omega') \\ \text{und} \\ \qquad v\left(\frac{\Theta}{T} - \frac{\Theta'}{T'}\right) = C - C' + \sin. i\,(D \cos. \omega - D' \cos. \omega') \\ + \sin^2. i\,(B \sin^2. \omega - B' \sin^2. \omega') + \sin^2. i\,(A \cos^2. \omega - A' \cos^2. \omega'). \end{array}\right.$$

Sind die beiden Platten aus einem und demselben Krystall geschnitten und haben ihre Oberflächen einerlei Neigung zur optischen Axe, so wird $A' = A$, $B' = B$, $C' = C$ und $D' = D$, wodurch die Gleichungen (2. a) übergehen in:

$$(2.\ b)\ \left\{\begin{array}{l} \qquad v\left(\frac{\Theta}{T} + \frac{\Theta'}{T'}\right) = 2C + D \sin. i\,(\cos. \omega + \cos. \omega') \\ \quad + B \sin^2. i\,(\sin^2. \omega + \sin^2. \omega') + A \sin^2. i\,(\cos^2. \omega + \cos^2. \omega') \\ \text{und} \\ \qquad v\left(\frac{\Theta}{T} - \frac{\Theta'}{T'}\right) = D \sin. i\,(\cos. \omega - \cos. \omega') \\ \quad + B \sin^2. i\,(\sin^2. \omega - \sin^2. \omega') + A \sin^2. i\,(\cos^2. \omega - \cos^2. \omega'), \end{array}\right.$$

und diese Gleichungen verwandeln sich, im Falle beide Platten gleich dick sind, wo dann $T' = T$ ist, in:

$$\left.\begin{aligned} & v\frac{\Theta+\Theta'}{T} = 2C + D\sin. i\,(\cos.\omega + \cos.\omega') \\ & \quad + B\sin^2. i\,(\sin^2.\omega + \sin^2.\omega') + A\sin^2. i\,(\cos^2.\omega + \cos^2.\omega') \\ & \text{und} \\ & v\frac{\Theta-\Theta'}{T} = D\sin. i\,(\cos.\omega - \cos.\omega') \\ & \quad + B\sin^2. i\,(\sin^2.\omega - \sin^2.\omega') + A\sin^2. i\,(\cos^2.\omega - \cos^2.\omega'). \end{aligned}\right\} \quad (2.\ c)$$

Die Gleichungen (2. b) oder (2. c) finden nur dann ihre Anwendung, wenn die beiden Platten aus einerlei Krystall und unter gleicher Schiefe zu seiner optischen Axe geschnitten worden sind, während die Gleichungen (2. a) Giltigkeit behalten, wenn auch jede Platte aus einem andern einaxigen Krystall und in verschiedener Weise genommen worden ist.

Fügt man zu dem in dieser Ziffer Gesagten noch die Bemerkung hinzu, dass die beiden Hälften, in welche das auf die vordere Platte fallende Licht, während es diese Platte durchzieht, zerlegt wird und die durch I. und II. bezeichnet werden sollen, einen Phasenunterschied annehmen, der nach ihrem völligen Durchgang durch die Platte die Grösse $\Theta$ erreicht, um welche die Schwingungsform des aussergewöhnlichen Lichtes von der des gewöhnlichen abweicht, und dass jede dieser Hälften bei ihrem Durchgang durch die zweite Platte sich wieder auf dieselbe Weise in zwei Theile spaltet, von denen der aussergewöhnliche dem gewöhnlichen mehr und mehr voraneilt, welcher Phasenunterschied nach dem Durchgange des Lichts durch die ganze zweite Platte hindurch die Grösse $\Theta'$ erreicht, so überzeugt man sich, dass der aussergewöhnliche Theil von der Hälfte I. vor deren gewöhnlichen den Zeit-Phasenvorsprung $\Theta'$ hat, und dass der gewöhnliche Theil der Hälfte II. vor dem der Hälfte I. den Vorsprung $\Theta$, so wie der gewöhnliche Theil der

Hälfte II. vor dem aussergewöhnlichen von der Hälfte I. den Zeit-Vorsprung $\Theta + \Theta'$ hat, weil die Hälfte I. vor der II. schon bei deren Austritt aus der ersten Platte den Phasenvorsprung $\Theta$ hatte. Diese Bestimmungen, welche für das Licht von einer bestimmten Richtung ausserhalb der Platten stets wahr bleiben, enthalten alles in sich, was zur Feststellung der Phasenunterschiede in den vier aus einer Verbindung zweier Platten hervortretenden Lichtantheilen erforderlich ist.

XXIX. Wir werden nun den Gang des Lichts durch zwei übereinander gelegte Platten hindurch verfolgen, unter der Voraussetzung, dass dieses Licht, bevor es zu den Platten gelangt, und auch wieder, nachdem es dieselben verlassen hat, polarisirt und dadurch gezwungen werde, seine Schwingungen ausserhalb der Platten in vorgeschriebenen Richtungen zu bewirken. Denken wir uns durch einen bestimmten auf die erste Platte einfallenden Lichtstrahl und durch die optische Axe dieser Platte eine Ebene gelegt, welche der zu diesem Lichtstrahle gehörige Hauptschnitt ist, und bezeichnen wir durch $\varphi_1$ den Winkel, welchen die Normale zu diesem Hauptschnitt mit der Schwingungsrichtung des einfallenden Lichtes macht, so muss sich dieses Licht beim Durchgang durch die erste Platte in zwei Theile zerlegen, von denen der erste längs der Normale zum Hauptschnitt und der zweite längs dieses Hauptschnitts selber schwingt, zufolge der in Ziffer (III.) angegebenen Eigenschaft einaxiger Krystalle, und da diese drei Schwingungsrichtungen dem Zerlegungsgesetze gemäss immer in einer und derselben Ebene liegen müssen, so ist die letzte nothwendig der Projection der ersten auf den Hauptschnitt parallel; nennen wir daher $\psi_1$ den Winkel, welchen diese Projection mit der Schwingungsrichtung des ankommenden Lichtes macht, und ist $\mathfrak{A} \sin. 2\pi \frac{vt - x}{\lambda}$ seine Schwingungsform, so ist

$$(1.\ a) \qquad \mathfrak{A} \cos. \varphi_1 \sin. 2\pi \frac{vt - x}{\lambda}$$

der in der ersten Platte gebildete längs der Normale zum Hauptschnitt schwingende Theil, und eben so ist

$$\mathfrak{A}\cos.\psi_1\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right) \qquad (1.\ b)$$

der längs der Projection der Schwingungsrichtung des ankommenden Lichtstrahls auf den Hauptschnitt der ersten Platte schwingende Theil, nachdem er durch die Platte hindurch gegangen ist, und dadurch den Phasenunterschied $\Theta$ in Vergleich zum vorigen Theil angenommen hat. Da $\varphi_1$ der Winkel ist, den die Schwingungsrichtung des ankommenden Lichtes mit der Normale zum Hauptschnitt macht, und $\psi_1$ der, den dieselbe Richtung mit ihrer Projection auf diesen Hauptschnitt macht, so haben diese Winkel hier wieder dieselbe Bedeutung wie in Ziffer XXV.; es ist daher der dortigen Gleichung (1. e) gemäss:

$$\cos.\psi_1 = \sin.\varphi_1. \qquad (1.\ c)$$

Jeder von den beiden Theilen (1. a) und (1. b) dringt in die zweite Platte ein, und wird in dieser neuerdings in zwei Portionen zerlegt, von welchen die eine längs der Normale schwingt, welche demjenigen Hauptschnitt dieser zweiten Platte entspricht, der zu dem vorigen einfallenden Strahle gehört, während die andere ihre Schwingungen längs der Projection der Schwingungsrichtung des in die zweite Platte eindringenden Lichtes auf deren Hauptschnitt vollbringt. Bezeichnen wir daher durch F den Winkel, welchen die Normale zum Hauptschnitt der ersten Platte, längs welcher der Antheil (1. a) schwingt, mit der Normale zum zweiten Hauptschnitt macht, und durch $\mathfrak{F}$ den Winkel, welchen diese erste Normale mit ihrer Projection auf den zweiten Hauptschnitt bildet, so wird der Antheil (1. a), während er die zweite Platte durchzieht, erstlich zerlegt in die Portion:

$$\mathfrak{A}\cos.\varphi_1\cos.F\sin.2\pi\frac{vt-x}{\lambda}, \qquad (2.\ a)$$

welche längs der Normale zum zweiten Hauptschnitt schwingt, und zweitens in die Portion:

(2. b) $$\mathfrak{A}\cos.\varphi_1\cos.\mathfrak{F}\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta'\right),$$

welcher längs der Projection der Normale des ersten Hauptschnitts auf den zweiten schwingt, wenn dieselbe an die Hinterfläche der zweiten Platte gekommen ist, und dort den Phasenunterschied $\Theta'$ im Vergleiche zu der Portion (2. a) angenommen hat, und es findet auch hier wieder zwischen den zwei Winkeln F und $\mathfrak{F}$ der Gleichung (1. c) in Ziffer XXV. gemäss die nachstehende Relation statt:

(2. c) $$\cos.\mathfrak{F}=\sin.\mathrm{F}.$$

Eben so findet man die zwei Lichtportionen, in welche sich der Antheil (1. b) zerlegt, während er durch die zweite Platte geht, wenn $\mathrm{F}_1$ den Winkel vorstellt, den die Projection der Schwingungsrichtung des zur ersten Platte gelangenden Lichtes auf den ersten Hauptschnitt mit der Normale zum zweiten Hauptschnitt macht, und $\mathfrak{F}_1$ den, welchen diese Projection mit ihrer eigenen wiederholten Projection auf den zweiten Hauptschnitt macht; dann ist nämlich die aus dem Antheil (1. b) hervorgehende Portion, welche längs der Normale zum Hauptschnitt der zweiten Platte schwingt:

(3. a) $$\mathfrak{A}\cos.\psi_1\cos.\mathrm{F}_1\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right)$$

und die, welche längs der so eben angezeigten Projection der Projection auf den Hauptschnitt der zweiten Platte schwingt:

(3. b) $$\mathfrak{A}\cos.\psi_1\cos.\mathfrak{F}_1\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta+\Theta'\right),$$

wenn man sich diese bis zur hintern Seite der zweiten Platte vorgedrungen vorstellt, wo sie dann den Phasenvorsprung $\Theta'$ im Vergleiche zu der Portion (3. a) angenommen hat, und es findet zwischen den Winkeln $\mathrm{F}_1$ und $\mathfrak{F}_1$ wiederum die Relation

(3. c) $$\cos.\mathfrak{F}_1=\sin.\mathrm{F}_1$$

statt. Die vier Lichtportionen (2. a), (2. b), (3. a) und (3. b) gelangen an das hintere Polarisationsmittel und finden hier Veranlassung zu einer nochmaligen Zerlegung, aus welcher blos die längs der vom hintern Polarisationsmittel geforderten Richtung schwingenden Antheile zum Auge gelangen, während die andern für unsere Wahrnehmung ganz verloren gehen, und deswegen von uns nicht weiter betrachtet zu werden brauchen. Nennen wir $\varphi_2$ den Winkel, welchen die Normale zum Hauptschnitt der zweiten Platte mit der vom hintern Polarisationsmittel geforderten Richtung macht, und eben so $\mathfrak{F}'$ und $\mathfrak{F}'_1$ die, welche die Projectionen der Normale des ersten Hauptschnitts und der mehrerwähnten Projection, beide auf den zweiten Hauptschnitt, mit der von dem hintern Polarisationsmittel geforderten Richtung machen, so erhalten wir die vier sämmtlich längs der vom hintern Polarisationsmittel geforderten Richtung schwingenden Lichtantheile, welche insgesammt in's Auge gelangen, dem Parallelogramme der Kräfte folgend, auf nachstehende Weise: Der erste dieser 4 Antheile, welchen man aus dem (2. a) durch Multiplication mit $\cos.\varphi_2$ erhält, welcher Winkel der ist, den die Schwingungsrichtung dieses Antheils mit der vom hintern Polarisationsmittel geforderten macht, wird:

$$\mathfrak{A} \cos.\varphi_1 \cos.\mathrm{F} \cos.\varphi_2 \sin.2\pi \frac{vt-x}{\lambda}; \tag{4. a}$$

der zweite dieser 4 Antheile, welchen man aus dem (2. b) durch Multiplication mit $\cos.\mathfrak{F}'$ erhält, welcher Winkel der ist, den die Schwingungsrichtung dieses Antheils mit der vom hintern Polarisationsmittel geforderten ist, wird:

$$\mathfrak{A} \cos.\varphi_1 \cos.\mathfrak{F} \cos.\mathfrak{F}' \sin.2\pi \left(\frac{vt-x}{\lambda} + \Theta'\right); \tag{4. b}$$

der dritte dieser 4 Antheile, welchen man aus dem (3. a) wiederum durch Multiplication mit $\cos.\varphi_2$ erhält, wird in der gleichen Weise:

$$\mathfrak{A} \cos.\psi_1 \cos.\mathrm{F}_1 \cos.\varphi_2 \sin.2\pi \left(\frac{vt-x}{\lambda} + \Theta\right); \tag{4. c}$$

endlich wird der letzte dieser 4 Antheile, den man aus dem (3. b) durch Multiplication mit $\cos.\mathfrak{F}'_1$ aus dem gleichen Grunde findet:

(4. d) $$\mathfrak{A}\cos.\psi_1\cos.\mathfrak{F}_1\cos.\mathfrak{F}'_1\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta+\Theta'\right).$$

Diese vier in's Auge gelangenden Lichtantheile lassen sich, weil sie sämmtlich ihre Schwingungen längs der vom hintern Polarisationsmittel geforderten Richtung vollbringen, mittelst der Ziffer V. angegebenen Regel in einen einzigen Wellenzug zusammensetzen, aus dessen Bildungsweise sodann die vom Auge wahrgenommene Erscheinung abgelesen werden kann.

XXX. Es ist jetzt an der Zeit, dass wir die Abhängigkeit der in den letzten vier Lichtantheilen vorkommenden Winkel von einander und von andern kennen lernen, um dadurch den Ausdrücken eine bequemere Form ertheilen zu können. Fassen wir erstlich die Normale des ersten Hauptschnitts und die vom hintern Polarisationsmittel geforderte Richtung in Verbindung mit dem zweiten Hauptschnitt als erste und zweite Richtung in's Auge und bezeichnen wir durch $\chi'_2$ den Winkel, welchen die Ebenen, wodurch diese beiden Richtungen auf den Hauptschnitt der zweiten Platte projicirt werden, unter sich einschliessen, so ist, weil $\mathfrak{F}'$ den Winkel vorstellt, den die Projection der ersten Richtung auf den zweiten Hauptschnitt mit der zweiten Richtung macht, und diese zweite Richtung mit der Normale zur Projectionsebene den Winkel $\varphi_2$ macht, der ersten Gleichung (2. h) Ziffer XXV. gemäss:

(1. a) [illegible] $$\cos.\mathfrak{F}'=\sin.\varphi_2\cos.\chi'_2.$$

Fassen wir ferner die Schwingungsrichtung des vom vordern Polarisationsmittel kommenden Lichtes und die Richtung der Normale zum Hauptschnitt der zweiten Platte in Verbindung mit dem Hauptschnitt der ersten Platte als erste und zweite Richtung in's Auge, so ist, weil $F_1$

den Winkel vorstellt, den die Projection der ersten Richtung auf den Hauptschnitt der ersten Platte mit der zweiten Richtung einschliesst, und diese Richtung mit der Normale zum Hauptschnitt der ersten Platte den Winkel F bildet, derselben Gleichung (2. h) Ziffer XXV. gemäss, wenn $\chi''_1$ den Winkel bedeutet, den die zwei, diese Richtungen auf den Hauptschnitt der ersten Platte projicirenden Ebenen unter sich einschliessen:

$$\cos. F_1 = \sin. F \cos. \chi''_1. \qquad (1.\ b)$$

Fasst man endlich die Richtung, welche die Projection der Schwingungsrichtung des vom vordern Polarisationsmittel kommenden Lichtes auf den ersten Hauptschnitt ist, und die Schwingungsrichtung des vom hintern Polarisationsmittel kommenden Lichtes als erste und zweite Richtung in Verbindung mit dem Hauptschnitt der zweiten Platte in's Auge, so ist, weil $\mathfrak{F}'_1$ den Winkel bezeichnet, den die Projection der ersten Richtung auf den Hauptschnitt der zweiten Platte mit der zweiten Richtung macht, und diese mit der Normale zum Hauptschnitt der zweiten Platte den Winkel $\varphi_2$ einschliesst, immer derselben Gleichung (2. h) Ziffer XXV. gemäss, wenn $\chi_2$ den Winkel zwischen den beiden, diese Richtungen auf den zweiten Hauptschnitt projicirenden Ebenen bedeutet:

$$\cos. \mathfrak{F}'_1 = \sin. \varphi_2 \cos. \chi_2. \qquad (1.\ c)$$

Mittelst der in den drei vorhergehenden Gleichungen erhaltenen Werthe von $\mathfrak{F}'$, $F_1$ und $\mathfrak{F}'_1$ und mit den von $\psi_1$, $\mathfrak{F}$ und $\mathfrak{F}_1$ in den Gleichungen (1. c), (2. c) und (3. c) der vorigen Ziffer gegebenen gehen nun die in derselben Ziffer enthaltenen letzten vier Ausdrücke, welche die vier in's Auge gelangenden Lichtportionen an die Hand geben, über in:

$$(2.\ a)\quad\left\{\begin{array}{l}\mathfrak{A}\cos.\varphi_1\cos.F\cos.\varphi_2\sin.2\pi\frac{vt-x}{\lambda},\\ \mathfrak{A}\cos.\varphi_1\sin.F\sin.\varphi_2\cos.\chi'_2\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta'\right),\\ \mathfrak{A}\sin.\varphi_1\sin.F\cos.\varphi_2\cos.\chi''_1\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right),\\ \mathfrak{A}\sin.\varphi_1\sin.F_1\sin.\varphi_2\cos.\chi_2\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta+\Theta'\right),\end{array}\right.$$

welche eine für unsere Zwecke bequemere Form besitzen.

Man kann die letzte dieser 4 Lichtportionen der ersten analoger werden lassen, dadurch dass man den Winkel, den die Projection der vordern Schwingungsrichtung auf den Hauptschnitt der ersten Platte mit der Projection der hintern Schwingungsrichtung auf den zweiten Hauptschnitt macht, einführt und durch G bezeichnet; dann ist nämlich:

$$(2.\ b)\qquad \cos.G=\sin.F_1\cos.\chi_2,$$

wie sogleich aus den Gleichungen (2. h) der Ziffer XXV. hervorgeht, wenn man die Projection der vordern Schwingungsrichtung auf den Hauptschnitt der ersten Platte und die hintere Schwingungsrichtung als die zwei Richtungen, welche in Verbindung mit dem Hauptschnitt der zweiten Platte als Projectionsebene betrachtet werden, in's Auge fasst. Durch die Gleichung (2. b) nun gehen die vier Lichtportionen (2. a) über in:

$$(2.\ c)\quad\left\{\begin{array}{l}\mathfrak{A}\cos.\varphi_1\cos.F\cos.\varphi_2\sin.2\pi\frac{vt-x}{\lambda},\\ \mathfrak{A}\cos.\varphi_1\sin.F\sin.\varphi_2\cos.\chi'_2\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta'\right),\\ \mathfrak{A}\sin.\varphi_1\sin.F\cos.\varphi_2\cos.\chi''_1\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta\right),\\ \mathfrak{A}\sin.\varphi_1\cos.G\sin.\varphi_2\sin.2\pi\left(\frac{vt-x}{\lambda}+\Theta+\Theta'\right).^{*)}\end{array}\right.$$

---

*) In allen Gleichungen der gegenwärtigen Ziffer stellen $\Theta$ und $\Theta'$ die Raum-Phasenunterschiede vor, welche sich aus den Zeit-Phasenunterschieden durch Multiplication mit $\frac{v}{\lambda}$ ergeben.

XXXI. Wir haben bei der bisherigen Behandlung unsers Gegenstandes den Winkel als gegeben vorausgesetzt, den die zu einem bestimmten einfallenden Lichtstrahle gehörigen Hauptschnitte in beiden Platten miteinander machen; bei Versuchen an übereinander liegenden Platten ist aber die Stellung der Hauptnormalebenen in beiden Platten eine gegebene, und die zu verschiedenen einfallenden Strahlen gehörigen Hauptschnitte der beiden Platten bilden bei einer und derselben Stellung dieser Platten gegen einander verschiedene Winkel mit einander, daher kommt man zuweilen in den Fall, diese Verschiedenheit näher angeben zu müssen, welche Zwischenbetrachtung hier eingeschoben werden soll. Schon oben in Ziffer VI. unmittelbar nach der daselbst stehenden Gleichung (12. c) haben wir die Relation:

$$\cos. \alpha = \cos. a \cos. i + \sin. a \sin. i \cos. \omega \qquad . (1.\ a)$$

aufgestellt, in welcher $\alpha$ den Winkel vorstellt, den ein bestimmter Lichtstrahl, dessen Einfallsebene mit der Hauptnormalebene einer Krystallplatte den Winkel $\omega$ einschliesst, mit der optischen Axe dieser Platte bildet, während i den Einfallswinkel desselben Strahles und a den Winkel bezeichnet, den die Normale zur Oberfläche der Platte mit der in dieser befindlichen optischen Axe macht. Beziehen wir die Gleichung (1. a) auf diejenige von den übereinander liegenden beiden Platten, die dem kommenden Lichte zuerst ausgesetzt ist, und stellen wir noch eine andere für die zweite Platte und denselben Lichtstrahl auf, so wird diese, weil hier a und i dieselben Werthe behalten wie zuvor, wenn die Oberflächen der beiden Platten einerlei Neigung zu deren optischen Axen haben und sämmtlich parallel unter sich sind, wie wir hier immer voraussetzen:

$$\cos. \alpha' = \cos. a \cos. i + \sin. a \sin. i \cos. \omega', \qquad (1.\ b)$$

in welcher $\alpha'$ den Winkel bezeichnet, den der hervorgehobene Lichtstrahl mit der optischen Axe der zweiten Platte bildet, so wie $\omega'$ den, welchen die zu diesem Lichtstrahle gehörige Einfallsebene mit der Hauptnormalebene der zweiten Platte macht.

Fassen wir nun das aus dem hervorgehobenen Lichtstrahle und aus den optischen Axen der beiden Platten gebildete sphärische Dreieck in's Auge, in welchem $\alpha$ und $\alpha'$ die Winkel sind, welche der Lichtstrahl mit den optischen Axen in den beiden Platten macht, so ist den Gesetzen der sphärischen Trigonometrie zur Folge, wenn $\varepsilon$ den Winkel bezeichnet, den diese optischen Axen mit einander machen und F den, den die durch den Lichtstrahl und jede der beiden optischen Axen gelegten Ebenen, welche die diesem Lichtstrahle in den beiden Platten zugehörigen Hauptschnitte sind, unter sich einschliessen:

$$(2.\ a) \qquad \cos.\,\varepsilon = \cos.\,\alpha\,\cos.\,\alpha' + \sin.\,\alpha\,\sin.\,\alpha'\,\cos.\,F.$$

Ganz auf die gleiche Weise ergiebt sich aus dem sphärischen Dreiecke, welches aus den beiden optischen Axen und der Normale zu den Oberflächen der Platten gebildet wird, wenn man erwägt, dass der Winkel, den die durch diese Normale und jede der beiden optischen Axen gelegten Ebenen, welche die Hauptnormalebenen der beiden Platten sind, miteinander machen, $\omega' - \omega$ ist, und dass, was zuvor $\alpha$ und $\alpha'$ war, jetzt den gemeinschaftlichen Werth a annimmt:

$$(2.\ b) \qquad \cos.\,\varepsilon = \cos^2.\,a + \sin^2.\,a\,\cos.\,(\omega' - \omega).$$

Aus den beiden Gleichungen (2. a) und (2. b) erhält man aber:

$$(2.\ c) \qquad \cos.\,F = \frac{\cos^2.\,a + \sin^2.\,a\,\cos.\,(\omega' - \omega) - \cos.\,\alpha\,\cos.\,\alpha'}{\sin.\,\alpha\,\sin.\,\alpha'},$$

und hierin spricht sich die Abhängigkeit des Winkels F, den die zu einem gegebenen einfallenden Lichtstrahle gehörigen Hauptschnitte in den beiden Platten mit einander machen, von dem Winkel $\omega' - \omega$ aus, den die Hauptnormalebenen der beiden Platten unter sich einschliessen.

Aus den Gleichungen (1. a) und (1. b) lassen sich sogleich die andern ableiten:

$$\left.\begin{aligned}
&\cos.\alpha\cos.\alpha' = \cos^2.\mathrm{a}\cos^2.\mathrm{i} + \cos.\mathrm{a}\cos.\mathrm{i}\sin.\mathrm{a}\sin.\mathrm{i}\,(\cos.\omega + \cos.\omega') \\
&\qquad\qquad + \sin^2.\mathrm{a}\sin^2.\mathrm{i}\cos.\omega\cos.\omega', \\
&\cos^2.\alpha = \cos^2.\mathrm{a}\cos^2.\mathrm{i} + 2\cos.\mathrm{a}\cos.\mathrm{i}\sin.\mathrm{a}\sin.\mathrm{i}\cos.\omega \\
&\qquad\qquad + \sin^2.\mathrm{a}\sin^2.\mathrm{i}\cos^2.\omega, \\
&\cos^2.\alpha' = \cos^2.\mathrm{a}\cos^2.\mathrm{i} + 2\cos.\mathrm{a}\cos.\mathrm{i}\sin.\mathrm{a}\sin.\mathrm{i}\cos.\omega' \\
&\qquad\qquad + \sin^2.\mathrm{a}\sin^2.\mathrm{i}\cos^2.\omega' \\
&\text{und die Summe der letzten beiden liefert noch:} \\
&\cos^2.\alpha + \cos^2.\alpha' = 2\cos^2.\mathrm{a}\cos^2.\mathrm{i} + 2\cos.\mathrm{a}\cos.\mathrm{i}\sin.\mathrm{a}\sin.\mathrm{i}\,(\cos.\omega \\
&\qquad\qquad + \cos.\omega') + \sin^2.\mathrm{a}\sin^2.\mathrm{i}\,(\cos^2.\omega + \cos^2.\omega').
\end{aligned}\right\} (3.\,\mathrm{a})$$

Aus der ersten und letzten der Gleichungen (3. a) findet man:

$$\cos^2.\alpha + \cos^2.\alpha' - 2\cos.\alpha\cos.\alpha' = \sin^2.\mathrm{a}\sin^2.\mathrm{i}\,(\cos.\omega - \cos.\omega')^2; \qquad (3.\ \mathrm{b})$$

weil ferner

$$\sin^2.\alpha\sin^2.\alpha' = 1 - \cos^2.\alpha - \cos^2.\alpha' + \cos^2.\alpha\cos^2.\alpha'$$

ist, oder wenn man für $\cos^2.\alpha + \cos^2.\alpha'$ seinen Werth aus (3. b) einsetzt:

$$\sin^2.\alpha\sin^2.\alpha' = (1 - \cos.\alpha\cos.\alpha')^2 - \sin^2.\mathrm{a}\sin^2.\mathrm{i}\,(\cos.\omega - \cos.\omega')^2,$$

so findet man bis auf vierte Potenzen von sin. i genau:

$$\sin.\alpha\sin.\alpha' = 1 - \cos.\alpha\cos.\alpha' - \tfrac{1}{2}\sin^2.\mathrm{a}\sin^2.\mathrm{i}\,\frac{(\cos.\omega - \cos.\omega')^2}{1 - \cos.\alpha\cos.\alpha'}; \qquad (3.\ \mathrm{c})$$

aus der ersten Gleichung (3. a) erhält man aber:

$$\left.\begin{aligned}
&1 - \cos.\alpha\cos.\alpha' = \sin^2.\mathrm{a} - \cos.\mathrm{a}\cos.\mathrm{i}\sin.\mathrm{a}\sin.\mathrm{i}\,(\cos.\omega + \cos.\omega') \\
&\qquad\qquad + \sin^2.\mathrm{i}\,[\cos^2.\mathrm{a} - \sin^2.\mathrm{a}\cos.\omega\cos.\omega']
\end{aligned}\right\} (3.\ \mathrm{d})$$

und hierdurch verwandelt sich die Gleichung (3. c) bis auf dritte Potenzen von sin. i genau in:

$$(3.\ e)\ \left\{\begin{array}{l}\sin.\alpha\sin.\alpha' = \sin^2.a - \cos.a\cos.i\sin.a\sin.i\,(\cos.\omega + \cos.\omega') \\ \qquad + \sin^2.i\,[\cos^2.a - \sin^2.a\cos.\omega\cos.\omega' - \tfrac{1}{2}(\cos.\omega - \cos.\omega')^2]\end{array}\right.$$

und man kann in den letzten zwei Gleichungen, wenn man deren Genauigkeit nicht bis auf dritte oder höhere Potenzen von sin. i treiben will, 1 für cos. i schreiben, weil hieraus blos Aenderungen innerhalb dieser Potenzen entspringen.

Setzt man nun den Werth von $\sin.\alpha\sin.\alpha'$ aus (3. e) und den von $\cos^2.a - \cos.\alpha\cos.\alpha'$ aus (3. d) in die Gleichung (2. c) ein, und verwandelt man deren rechte Seite in eine nach Potenzen von sin. i oder eigentlich von $\frac{\sin.i}{\sin.a}$ fortlaufende Reihe, von dieser blos deren 3 erste Glieder beibehaltend, so findet man:

$$(3.\ f)\ \left\{\begin{array}{l}\cos.F = \cos.(\omega' - \omega) - 2\frac{\sin.i}{\sin.a}\cos.a\sin^2.\frac{\omega' - \omega}{2}(\cos.\omega + \cos.\omega') \\ + \frac{\sin^2.i}{\sin^2.a}\Big[2\sin^2.\frac{\omega' - \omega}{2}[\cos^2.a\,(1 - (\cos.\omega + \cos.\omega')^2) \\ \qquad - \sin^2.a\cos.\omega\cos.\omega'] + \tfrac{1}{2}\cos.(\omega' - \omega)(\cos.\omega - \cos.\omega')^2\Big].\end{array}\right.$$

Aus dieser letzten Gleichung geht zwar hervor, dass im Allgemeinen F von $\omega' - \omega$ verschieden ist, und dass bei einem und demselben Werth von $\omega' - \omega$ der Unterschied zwischen F und ihm ein anderer wird, so wie der hervorgehobene Lichtstrahl einer andern Einfallsebene angehört, weil dann die Winkel $\omega$ und $\omega'$ ihre Werthe ändern; zugleich geht aber auch aus dieser Gleichung hervor, dass diese Unterschiede bei unveränderter Einfallsebene um so kleiner werden, je grösser a in Vergleich zu i ist, wie denn überhaupt die Reihe auf der rechten Seite dieser Gleichung nur dann convergirt, wenn $\frac{\sin.i}{\sin.a}$ ein echter Bruch ist und um so stärker je kleiner dieser Bruch wird. Hieraus folgt, dass man die Gleichung (3. f) nur in solchen Fällen benützen darf, wo a beträchtlich grösser als der grösste Werth von i ist, eine Beschränkung, die sich schon in der ersten Hälfte dieser Abhandlung, wo blos von einer Platte die Rede war, bei allen daselbst gegebenen Bestimmungen der Intensität des Lichtes geltend gemacht hat. Unsere Betrachtungen setzen hier wie dort stets voraus, dass man es mit keinen solchen Platten zu thun habe, deren optische Axen sich nur wenig gegen die Normale zu deren Oberfläche neigen. Das zweite Glied auf der rechten Seite der Gleichung (3. f) verschwindet in den beiden Fällen, wenn $\omega' = \omega$ oder wenn $\omega' = 180^0 + \omega$ ist, d. h. wenn die Hauptnormalebenen der beiden Platten in einer und derselben Ebene liegen, wo die Unterschiede zwischen F und $\omega' - \omega$ am geringsten sind, ja sogar völlig verschwinden in dem einen Falle, wo $\omega = \omega'$ ist; dann wird nämlich den Gleichungen (1. a) und (1. b) zur Folge $\alpha = \alpha'$ und die Gleichung (2. c) verwandelt sich desshalb in $\cos. F = 1$ und zeigt so, dass hier immer $F = \omega' - \omega = o$ ist. Die Aenderungen, welche die Interferenzerscheinungen in Krytallplatten erleiden, bei welchen i dem Werthe a sich nähert oder ihn gar übertrifft, sind meines Wissens von den Optikern noch gar nicht untersucht worden, und man hat nicht Ursache, sich hierüber zu wundern. Die Geschichte der Wissenschaften zeigt deutlich an, dass die vollkommene Form der Darstellung eines Gegenstandes immer nur hinter dessen gründlicher und allseitiger Erkenntniss hergeht, und die Krystalllehre in der Optik scheint noch nicht in dieses Stadium getreten zu seyn. Hierzu kommt noch, dass das in der Optik vor nicht sehr langer Zeit neu entdeckte Land einen so überschwänglichen Reichthum an glänzenden Thatsachen darbietet, dass jeder Einzelne sich selbst beschränken muss und zufrieden seyn darf, wenn ihm sein Gefühl bezeugt, innerhalb eines noch so eng begrenzten Gebietes aufgeräumt zu haben. Fresnel's magische Leistungen in fast allen Regionen dieser terra incognita liefern eines der erhabensten und seltensten Schauspiele im Reiche der Geister; aber sogar dieser von Gott uns zugesandte Heros hätte ohne Zweifel nur ungleich weniger Materiale sich unterwerfen können, wenn er an die Form, in der seine Eroberungen geschahen, gar zu strenge Forderungen hätte stellen wollen.

Die Gleichung (3. f) nimmt in besondern Fällen einfachere Gestalten an. So giebt sie, wenn $\omega' = \omega$ ist, $\cos. F = 1$, wie wir so eben schon in ganz allgemeiner Weise gefunden haben. Ist $\omega' = 180^0 + \omega$, wo dann $\cos. \omega' = - \cos. \omega$ wird, so liefert sie

$$(4.\ a) \qquad \cos. F = -1 + 2 \frac{\sin^2. i}{\sin^2. a} \cos^2. a \sin^2. \omega.$$

Ist endlich $\omega' = 90^0 + \omega$, wo dann $\cos. \omega' = - \sin. \omega$ wird, so giebt sie

$$\cos. F = - \sqrt{2} \frac{\sin. i}{\sin. a} \cos. a \cos. (\omega + 45^0) + \frac{\sin^2. i}{\sin^2. a} \sin. \omega \cos. \omega (1 + \cos^2. a),$$

welche letztere Gleichung, wenn man $\omega + 45^0 = \Omega$ setzt, wird

$$(4.\ b) \quad \cos. F = - \sqrt{2} \frac{\sin. i}{\sin. a} \cos. a \cos. \Omega - \frac{1}{2} \frac{\sin^2. i}{\sin^2. a} \cos. 2\Omega (1 + \cos^2. a.)$$

XXXII. Wir kehren nun zu den in Ziffer XXX. aufgestellten Ausdrücken (2. c) zurück, um deren Inhalt näher kennen zu lernen. Zum Zwecke der klaren Auffassung dieser Ausdrücke rufen wir dem Leser in's Gedächtniss zurück, dass sich dieselben auf zwei übereinander gelegte einaxige Krystallplatten mit parallelen Oberflächen beziehen, auf welche polarisirtes Licht auffällt, das von einer zu diesem Behufe angebrachten Vorrichtung, die von uns das vordere Polarisationsmittel genannt worden ist, herkommt, und nachdem es durch die beiden übereinander liegenden Platten hindurch gegangen ist, neuerdings, bevor es zum Auge gelangt, eine bestimmte Schwingungsrichtung mittelst einer desshalb hinter den Platten angebrachten Vorrichtung, die von uns das hintere Polarisationsmittel genannt worden ist, anzunehmen gezwungen wird. Die Schwingungsrichtung des von dem vordern Polarisationsmittel herkommenden Lichtes wird von uns als *vordere*, so wie die des von dem hintern Polarisationsmittel abgehenden Lichtes als *hintere* bezeichnet. Diejenige von den beiden Platten, auf welche das von dem vordern Polarisationsmittel herkommende Licht zuerst auffällt, heisst die *erste* und *zweite* die, in welche das durch die erste Platte hindurch gegangene Licht übergeht. Jeder Lichtstrahl wird während seines Durchgangs durch die beiden übereinander liegenden Platten in vier Theile zerlegt, in einer Weise, die lediglich von der Stellung der zu diesem Lichtstrahle gehörigen Hauptschnitte in den beiden Platten oder, was damit auf Eins hinausläuft, von der Lage der zu diesen Hauptschnitten gehörigen Normalen abhängig ist, und wir nennen zur Abkürzung der Rede *ersten* Hauptschnitt den auf einen bestimmten Lichtstrahl sich beziehenden Hauptschnitt der ersten Platte, so wie *zweiten* den, welcher demselben Lichtstrahl in der zweiten Platte angehört. Die Ausdrücke (2. c) der Ziffer XXX. nun stellen diese aus einem beliebigen, jedoch bestimmt gedachten, von dem vordern Polarisationsmittel her durch die beiden Platten und zuletzt noch durch das hintere Polarisationsmittel hindurch gegangenen Lichtstrahle erzeugten vier Lichtantheile dar, und es bezeichnen in ihnen:

$\varphi_1$ den Winkel, welchen die vordere Schwingungsrichtung mit der Normale zum ersten Hauptschnitt macht,

$\varphi_2$ den Winkel, welchen die hintere Schwingungsrichtung mit der Normale zum zweiten Hauptschnitt macht,

F den Winkel, welchen die Normalen zum ersten und zum zweiten Hauptschnitt unter sich einschliessen, ferner

G den Winkel, welchen die senkrechte Projection der vordern Schwingungsrichtung auf den ersten Hauptschnitt mit der senkrechten Projection der hintern Schwingungsrichtung auf den zweiten Hauptschnitt bildet, und

$\chi''_1$ den Winkel, welchen die zwei Ebenen mit einander machen, wodurch die vordere Schwingungsrichtung und die Normale zum zweiten Hauptschnitt auf den ersten Hauptschnitt senkrecht projicirt werden, so wie

$\chi'_2$ den Winkel, welchen die zwei Ebenen mit einander machen, wodurch die hintere Schwingungsrichtung und die Normale zum ersten Hauptschnitt auf den zweiten Hauptschnitt senkrecht projicirt werden; der Buchstabe

$\mathfrak{A}$ stellt die grösste durch die Lichtschwingungen verursachte Ausweichung der Aethertheilchen von ihrer Ruhelage vor mit Einrechnung ihrer durch die Trübung der Mittel bewirkten Verminderung und

$\Theta$, $\Theta'$ sind zwei Grössen, durch welche die Phasenunterschiede bestimmt werden, die in den Schwingungen der vier Lichtantheile während ihres Durchgangs durch die Platten hervorgerufen worden sind.

XXXIII. Die Schwingungen dieser vier Lichtantheile geschehen sämmtlich in der vom hintern Polarisationsmittel geforderten Richtung, daher lassen sich dieselben in einen einzigen Wellenzug zusammensetzen auf dieselbe Weise, wie es in der ersten Hälfte dieser Abhandlung (Ziffer V.) bezüglich zweier Lichtantheile von der gleichen Beschaffenheit geschehen ist. Setzt man nämlich zur Abkürzung

$$(1.\ a)\quad \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{A}\cos.\varphi_1\cos.\mathrm{F}\cos.\varphi_2 = \mathfrak{A}_1, \\ \mathfrak{A}\cos.\varphi_1\sin.\mathrm{F}\sin.\varphi_2\cos.\chi'_2 = \mathfrak{A}_2, \\ \mathfrak{A}\sin.\varphi_1\sin.\mathrm{F}\cos.\varphi_2\cos.\chi''_1 = \mathfrak{A}_3, \\ \mathfrak{A}\sin.\varphi_1\cos.\mathrm{G}\sin.\varphi_2 = \mathfrak{A}_4, \\ 2\pi\frac{vt-x}{\lambda} = \alpha\ ,\ 2\pi\Theta' = \beta'\ ,\ 2\pi\Theta = \beta, \end{array}\right.$$

so nehmen die Ausdrücke (2. c) der Ziffer XXX. die folgende einfachere Gestalt an:

$$\mathfrak{A}_1 \sin.\alpha \ , \ \mathfrak{A}_2 \sin.(\alpha+\beta') \ , \ \mathfrak{A}_3 \sin.(\alpha+\beta) \ , \ \mathfrak{A}_4 \sin.(\alpha+\beta'+\beta),$$

und diese gehen, wenn man die letzten drei Winkel als Summen einerseits von $\alpha$ und andererseits von $\beta'$ oder $\beta$ oder $\beta'+\beta$ ansieht, über in:

$$\begin{gathered}\mathfrak{A}_1 \sin.\alpha, \\ \mathfrak{A}_2 \cos.\beta' \sin.\alpha + \mathfrak{A}_2 \sin.\beta' \cos.\alpha, \\ \mathfrak{A}_3 \cos.\beta \sin.\alpha + \mathfrak{A}_3 \sin.\beta \cos.\alpha, \\ \mathfrak{A}_4 \cos.(\beta'+\beta) \sin.\alpha + \mathfrak{A}_4 \sin.(\beta'+\beta) \cos.\alpha,\end{gathered}$$

und setzen sich nun durch Addition zu der einzigen Schwingungsform

$$\begin{aligned}&[\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 \cos.\beta' + \mathfrak{A}_3 \cos.\beta + \mathfrak{A}_4 \cos.(\beta'+\beta)] \sin.\alpha \\ &\qquad + [\mathfrak{A}_2 \sin.\beta' + \mathfrak{A}_3 \sin.\beta + \mathfrak{A}_4 \sin.(\beta'+\beta)] \cos.\alpha\end{aligned}$$

zusammen, welche, wenn man

$$\left.\begin{aligned}\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 \cos.\beta' + \mathfrak{A}_3 \cos.\beta + \mathfrak{A}_4 \cos.(\beta'+\beta) &= \mathrm{A} \cos.\gamma \ , \\ \mathfrak{A}_2 \sin.\beta' + \mathfrak{A}_3 \sin.\beta + \mathfrak{A}_4 \sin.(\beta'+\beta) &= \mathrm{A} \sin.\gamma\end{aligned}\right\} \quad (1.\ \mathrm{b.})$$

setzt, wird:

$$\mathrm{A} \sin.(\alpha+\gamma). \qquad (1.\ \mathrm{c.})$$

Aus den Gleichungen (1. b) lässt sich sowohl A wie $\gamma$ finden, man erhält nämlich:

$$\begin{aligned}\mathrm{A}^2 = &[\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 \cos.\beta' + \mathfrak{A}_3 \cos.\beta + \mathfrak{A}_4 \cos.(\beta'+\beta)]^2 \\ &+ [\mathfrak{A}_2 \sin.\beta' + \mathfrak{A}_3 \sin.\beta + \mathfrak{A}_4 \sin.(\beta'+\beta)]^2\end{aligned}$$

und

$$\mathrm{tang.}\gamma = \frac{\mathfrak{A}_2 \sin.\beta' + \mathfrak{A}_3 \sin.\beta + \mathfrak{A}_4 \sin.(\beta'+\beta)}{\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 \cos.\beta' + \mathfrak{A}_3 \cos.\beta + \mathfrak{A}_4 \cos.(\beta'+\beta)}.$$

Die erste dieser beiden Gleichungen liefert, wenn man ihre eckigen Klammern auflöst:

$$\begin{aligned}\mathrm{A}^2 = &\mathfrak{A}_1^2 + \mathfrak{A}_2^2 + \mathfrak{A}_3^2 + \mathfrak{A}_4^2 + 2\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2 \cos.\beta' + 2\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_3 \cos.\beta \\ &+ 2\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_4 \cos.(\beta'+\beta) + 2\mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_3 \cos.(\beta'-\beta) + 2\mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_4 \cos.\beta \\ &+ 2\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4 \cos.\beta',\end{aligned}$$

und diese vorstehende Gleichung lässt sich sogleich in die andere Gestalt überführen:

$$(2.)\left\{\begin{aligned} A^2 = (\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_4)^2 &- (\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4)\, 4 \sin^2 . \tfrac{1}{2}\beta' \\ &- (\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_4)\, 4 \sin^2 . \tfrac{1}{2}\beta - \mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_4 \,.\, 4 \sin^2 . \tfrac{1}{2}(\beta' + \beta) \\ &- \mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_3 \,.\, 4 \sin^2 . \tfrac{1}{2}(\beta' - \beta). \end{aligned}\right.$$

XXXIV. Um nun diese letzte Gleichung, in welcher $A^2$ die Lichtstärke des aus den vier Lichtantheilen (2. c.) der Ziffer XXX. zusammengesetzten einen Wellenzuges vorstellt, auf eine zur Beurtheilung der Gesammterscheinung geeignetere Form zu bringen, machen wir hier wieder Gebrauch von den vorhin (Ziffer XXV.) mitgetheilten Formeln, indem wir die Winkel, welche die verschiedenen Richtungen mit den Coordinatenaxen der x, y, z eines rechtwinkligen Coordinatensystems machen, auf folgende Weise bezeichnen:

durch $a_1$, $b_1$, $c_1$ die der vordern Schwingungsrichtung,
„ $a_2$, $b_2$, $c_2$ „ „ hintern „
„ $a'$, $b'$, $c'$ die der Normale zum ersten Hauptschnitt,
„ $a''$, $b''$, $c''$ „ „ „ „ zweiten „
„ $\alpha_1$, $\beta_1$, $\gamma_1$ die der senkrechten Projection von der vordern Schwingungsrichtung auf den ersten Hauptschnitt,
„ $\alpha_2$, $\beta_2$, $\gamma_2$ die der senkrechten Projection von der hintern Schwingungsrichtung auf den zweiten Hauptschnitt.

Diesen Bezeichnungen zur Folge geben die oben (Ziffer XXV.) aufgestellten Gleichungen (1. d), wenn man einmal die vordere Schwingungsrichtung und die Normale zum zweiten Hauptschnitt als erste und zweite Richtung in Verbindung mit dem ersten Hauptschnitt als Projectionsebene bringt, und ein andermal die hintere Schwingungsrichtung und die Normale zum ersten Hauptschnitt in Verbindung mit dem zweiten Hauptschnitt, die folgenden Relationen an die Hand:

$$\begin{aligned}
\sin.\varphi_1 \cos.\alpha_1 &= \cos.a_1 - \cos.a' \cos.\varphi_1,\\
\sin.\varphi_1 \cos.\beta_1 &= \cos.b_1 - \cos.b' \cos.\varphi_1,\\
\sin.\varphi_1 \cos.\gamma_1 &= \cos.c_1 - \cos.c' \cos.\varphi_1,\\
\sin.\varphi_2 \cos.\alpha_2 &= \cos.a_2 - \cos.a'' \cos.\varphi_2,\\
\sin.\varphi_2 \cos.\beta_2 &= \cos.b_2 - \cos.b'' \cos.\varphi_2,\\
\sin.\varphi_2 \cos.\gamma_2 &= \cos.c_2 - \cos.c'' \cos.\varphi_2;
\end{aligned}$$

multiplicirt man aber von diesen Gleichungen die 1. und 4., 2. und 5., 3. und 6. paarweise mit einander und nimmt man hierauf die Summe von den drei so entstehenden Productengleichungen und beachtet man, dass erstlich

$$\cos.\alpha_1 \cos.\alpha_2 + \cos.\beta_1 \cos.\beta_2 + \cos.\gamma_1 \cos.\gamma_2$$

der Cosinus des Winkels ist, den die senkrechte Projection der vordern Schwingungsrichtung auf den ersten Hauptschnitt mit der senkrechten Projection der hintern Schwingungsrichtung auf den zweiten Hauptschnitt macht, also desselben Winkels, der in den Ausdrücken (2. c) der Ziffer XXX. durch G bezeichnet worden ist; dass zweitens

$$\cos.a_1 \cos.a_2 + \cos.b_1 \cos.b_2 + \cos.c_1 \cos.c_2$$

der Cosinus des Winkels ist, den die vordere Schwingungsrichtung mit der hintern macht, welchen Winkel wir, wie schon in der frühern Abhandlung, durch $A$ bezeichnen werden; dass drittens

$$\cos.a' \cos.a'' + \cos.b' \cos.b'' + \cos.c' \cos.c''$$

der Cosinus des Winkels ist, den die Normalen zu den zwei Hauptschnitten mit einander machen, also desselben Winkels, der in den Ausdrücken (2. c) der Ziffer XXX. durch F vorgestellt worden ist; dass viertens

$$\cos.a_1 \cos.a'' + \cos.b_1 \cos.b'' + \cos.c_1 \cos.c''$$

der Cosinus des Winkels ist, den die vordere Schwingungsrichtung mit der Normale zum zweiten Hauptschnitt macht, welchen Winkel wir durch $B''_1$ bezeichnen wollen; dass endlich fünftens

$$\cos. a_2 \cos. a' + \cos. b_2 \cos. b' + \cos. c_2 \cos. c'$$

der Cosinus des Winkels ist, den die hintere Schwingungsrichtung mit der Normale zum ersten Hauptschnitt macht, welchen Winkel wir durch $B'_2$ bezeichnen wollen: so stossen wir unmittelbar auf die nachstehende Gleichung:

$$(1.\ a) \left\{ \begin{aligned} &\sin.\varphi_1 \sin.\varphi_2 \cos. G + \cos. B''_1 \cos.\varphi_2 + \cos. B'_2 \cos.\varphi_1 \\ &\qquad = \cos. A + \cos.\varphi_1 \cos. F \cos.\varphi_2. \end{aligned} \right.$$

Es ist aber, der vorhin (Ziffer XXV.) aufgestellten Gleichung (2. g) zur Folge, wenn man die vordere Schwingungsrichtung und die Normale zum zweiten Hauptschnitt in Verbindung mit dem ersten Hauptschnitt als Projectionsebene betrachtet, weil $\varphi_1$ und F die Winkel sind, welche diese zwei Richtungen mit der Normale zur Projectionsebene bilden, $\chi''_1$ der Winkel, den die zwei Ebenen mit einander machen, wodurch diese Richtungen auf die Projectionsebene senkrecht projicirt werden, und $B''_1$ der Winkel ist, den beide Richtungen unter sich einschliessen:

$$\cos. B''_1 = \cos.\varphi_1 \cos. F + \sin.\varphi_1 \sin. F \cos.\chi''_1,$$

und dieselbe Gleichung liefert noch, wenn man die hintere Schwingungsrichtung und die Normale zum ersten Hauptschnitt in Verbindung mit dem zweiten Hauptschnitt als Projectionsebene in's Auge fasst, weil dann $\varphi_2$ und F die Winkel sind, welche beide Richtungen mit der Normale zur Projectionsebene bilden, $\chi'_2$ der Winkel, den die zwei Ebenen mit einander machen, wodurch diese Richtungen auf die Projectionsebene senkrecht projicirt werden, und $B'_2$ der Winkel ist, den beide Richtungen unter sich einschliessen:

$$\cos. B'_2 = \cos.\varphi_2 \cos. F + \sin.\varphi_2 \sin. F \cos.\chi'_2;$$

aus den letzten zwei Gleichungen aber findet man, dass

$$\begin{aligned} \cos. B''_1 \cos.\varphi_2 + \cos. B'_2 \cos.\varphi_1 &= 2 \cos.\varphi_1 \cos. F \cos.\varphi_2 \\ &+ \sin.\varphi_1 \sin. F \cos.\varphi_2 \cos.\chi''_1 + \cos.\varphi_1 \sin. F \sin.\varphi_2 \cos.\chi'_2 \end{aligned}$$

ist, und hierdurch geht die Gleichung (1. a) über in:

$$\begin{aligned}&\cos.\varphi_1 \cos.\mathrm{F}\cos.\varphi_2 + \sin.\varphi_1 \sin.\mathrm{F}\cos.\varphi_2 \cos.\chi''_1\\ &\qquad + \cos.\varphi_1 \sin.\mathrm{F}\sin.\varphi_2 \cos.\chi'_2 + \sin.\varphi_1 \cos.\mathrm{G}\sin.\varphi_2 = \cos.A,\end{aligned}$$

welche mittelst der in XXXIII. stehenden Bezeichnungen (1. a) wird:

$$\mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_4 = \mathfrak{A}\cos.A, \tag{1. b}$$

und so zeigt, dass sich die Gleichung (2.) der vorigen Ziffer unter allen Umständen auch so schreiben lässt:

$$\begin{aligned}\mathrm{A}^2 = \mathfrak{A}^2\cos^2.A - (\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4)\,4\sin^2.\tfrac{1}{2}\beta' - (\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_4)\,4\sin^2.\tfrac{1}{2}\beta\\ - \mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_4\,.\,4\sin^2.\tfrac{1}{2}(\beta'+\beta) - \mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_3\,.\,4\sin^2\tfrac{1}{2}(\beta'-\beta),\end{aligned}$$

welche Gleichung, weil den Bezeichnungen (1. a) der Ziffer XXXIII. gemäss:

$$\begin{aligned}\mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_2 + \mathfrak{A}_3\mathfrak{A}_4 &= \mathfrak{A}^2\sin.\mathrm{F}\cos.\mathrm{F}\sin.\varphi_2\cos.\varphi_2\,(\cos^2.\varphi_1\cos.\chi'_2\\ &\qquad + \frac{\cos.\mathrm{G}}{\cos.\mathrm{F}}\sin^2.\varphi_1\cos.\chi''_1),\\ \mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_4 &= \mathfrak{A}^2\sin.\varphi_1\cos.\varphi_1\sin.\mathrm{F}\cos.\mathrm{F}\,(\cos^2.\varphi_2\cos.\chi''_1\\ &\qquad + \frac{\cos.\mathrm{G}}{\cos.\mathrm{F}}\sin^2.\varphi_2\cos.\chi'_2),\\ \mathfrak{A}_1\mathfrak{A}_4 &= \mathfrak{A}^2\sin.\varphi_1\cos.\varphi_1\cos.\mathrm{F}\cos.\mathrm{G}\sin.\varphi_2\cos.\varphi_2,\\ \mathfrak{A}_2\mathfrak{A}_3 &= \mathfrak{A}^2\sin.\varphi_1\cos.\varphi_1\sin^2.\mathrm{F}\sin.\varphi_2\cos.\varphi_2\cos.\chi''_1\cos.\chi'_2\end{aligned}$$

ist, wenn man der Kürze halber

$$\left.\begin{aligned}\cos^2.\varphi_1\cos.\chi'_2 + \frac{\cos.\mathrm{G}}{\cos.\mathrm{F}}\sin^2.\varphi_1\cos.\chi''_1 &= \mathrm{M},\\ \cos^2.\varphi_2\cos.\chi''_1 + \frac{\cos\,\mathrm{G}}{\cos.\mathrm{F}}\sin^2.\varphi_2\cos.\chi'_2 &= \mathrm{N}\end{aligned}\right\}\tag{2. a}$$

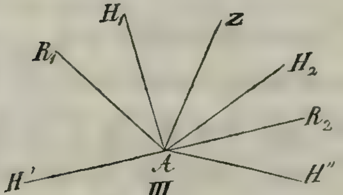
und zugleich für $\beta'$ und $\beta$ wieder $2\pi\Theta'$ und $2\pi\Theta$ den in (1. a) der Ziffer XXXIII. eingeführten Bezeichnungen gemäss setzt, die nachstehende Form annimmt:

$$\left.\begin{aligned}\mathrm{A}^2 = \mathfrak{A}^2\,[&\cos^2.A - \mathrm{M}\sin.2\mathrm{F}\sin.2\varphi_2\sin^2.\pi\Theta'\\ &- \mathrm{N}\sin.2\varphi_1\sin.2\mathrm{F}\sin^2.\pi\Theta\\ &- \sin.2\varphi_1\sin.2\varphi_2\cos.\mathrm{F}\cos.\mathrm{G}\sin^2.\pi(\Theta'+\Theta)\\ &- \sin.2\varphi_1\sin.2\varphi_2\sin^2.\mathrm{F}\cos.\chi''_1\cos.\chi'_2\sin^2.\pi(\Theta'-\Theta)].\end{aligned}\right\}\tag{2. b}$$

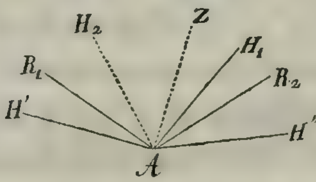
XXXV. In dieser letzten Gleichung stellen $\Theta'$ und $\Theta$ dieselben Werthe vor, welche (Ziffer XXVIII.) durch die dortigen Gleichungen (1. a) und (1. c) gegeben worden sind, und da den in erwähnter Ziffer geschehenen Untersuchungen zur Folge jedem bestimmten Werthe von $\Theta'$ und $\Theta$ oder $\Theta' - \Theta$ eine Helligkeitscurve von besonderer Form entspricht, so sieht man ein, dass sich im Allgemeinen in zwei über einander liegenden Platten viererlei verschiedene Bilder sehen lassen müssen, von denen zwei aus dem Phasenunterschiede einer jeden Platte einzeln hervorgehen, die beiden andern dagegen ein Product der Ineinanderwirkung beider Platten sind. Die relative Lichtstärke dieser vier Bilder ist mit den Grössen $\varphi_1$, $\varphi_2$, F, G, $\chi''_1$, $\chi'_2$, M und N einem steten Wechsel unterworfen, dessen Art und Weise sich indessen nur mit groser Schwierigkeit aus der Gleichung (2. b) in voriger Ziffer erkennen lässt, wenn man diese nicht zuvor mehr in's Besondere zieht. Vor allem aber müssen wir erwägen, dass die Grösse G in einer bestimmten Abhängigkeit zu der F und den Ebenenwinkeln $\chi''_1$ und $\chi'_2$ steht, welche Abhängigkeit wir jetzt noch untersuchen werden.

Stellen in den Figuren I., II., III., IV. $AH_1$ und $AH_2$ die Normalen zum ersten und zweiten Hauptschnitt vor, $AR_1$ und $AR_2$ die

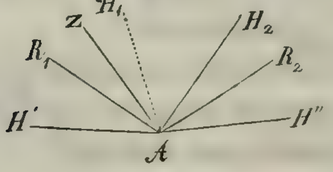
I.



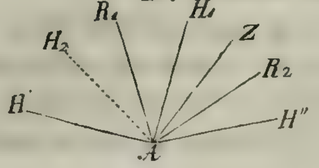
II.



III.



IV.



vordere und hintere Schwingungsrichtung, ferner $AH'$ und $AH''$ die Durchschnitte einerseits der durch $AR_1$ und $AH_1$ gelegten Ebene mit dem ersten Hauptschnitt und andererseits der durch $AR_2$ und $AH_2$ gelegten Ebene mit dem zweiten Hauptschnitt, bezeichnet endlich in allen diesen Figuren $AZ$ den Durchschnitt der nöthigenfalls verlängerten Ebenen $H_1AH'$ und $H_2AH''$ und zwar die I. für den Fall, dass dieser Durchschnitt ausserhalb der beiden Winkel, die II. für den Fall, dass der Durchschnitt innerhalb der beiden Winkel liegt, die III. oder IV. für den Fall, dass genannter Durchschnitt innerhalb des Winkels $H_1AH'$ und ausserhalb des $H_2AH''$ oder innerhalb des $H_2AH''$ und ausserhalb des $H_1AH'$ liegt, so bilden in jedem dieser besondern Fälle die Richtungen $AZ$, $AH_1$ und $AH_2$ ein sphärisches Dreieck, während die Richtungen $AZ$, $AH'$ und $AH''$ ein anderes sphärisches Dreieck bilden. Der an der Kante $AZ$ anliegende Flächenwinkel ist in diesen beiden sphärischen Dreiecken derselbe in Fig. I., in Fig. II. hingegen ist der des einen Dreiecks der Scheitelwinkel von dem im andern und desshalb doch wieder in beiden Dreiecken der gleiche; in den Figuren III. und IV. aber ist er im einen Dreieck der Nebenwinkel von dem im andern Dreieck. Bezeichnen wir demnach jedesmal den an der Kante $AZ$ anliegenden Flächenwinkel des aus den Richtungen $AZ$, $AH_1$, $AH_2$ zusammengesetzten sphärischen Dreiecks durch $\varDelta$, so ist in den Fällen I. und II. der an der gleichen Kante $AZ$ anliegende Flächenwinkel in dem aus den Richtungen $AZ$, $AH'$, $AH''$ gebildeten sphärischen Dreiecke ebenfalls $\varDelta$, hingegen $180^0 - \varDelta$ in den Fällen III. und IV. In dem aus den Richtungen $AZ$, $AH_1$, $AH_2$ zusammengesetzten sphärischen Dreiecke steht dem Winkel $\varDelta$ die Seite $H_1AH_2$ oder, unsern bisherigen Bezeichnungen gemäss der Winkel F gegenüber; und weil in jedem sphärischen Dreiecke die Sinuse der Seiten sich zu einander verhalten, wie die Sinuse der ihnen gegenüber liegenden Winkel, so finden in ihm die folgenden Relationen statt:

$$\sin. F : \sin. ZAH_1 : \sin. ZAH_2 = \sin. \varDelta : \sin. \chi'_2 : \sin. \chi''_1 ; \qquad (1.\ a)$$

denn den Seiten $ZAH_1$ und $ZAH_2$ stehen in unserm Dreiecke die Winkel gegenüber, welche bei ersteren von den Ebenen $ZAH_2$ und $H_1AH_2$, beim andern von denen $ZAH_1$ und $H_1AH_2$ eingeschlossen werden, und es liegen die Ebenen $ZAH_1$ und $ZAH_2$ in denen, wodurch die Richtung $AR_1$ auf den ersten Hauptschnitt und die $AR_2$ auf den zweiten Hauptschnitt senkrecht projicirt werden, während die Ebene $H_1AH_2$ sowohl der angehört, wodurch die Richtung $AH_2$ auf den ersten Hauptschnitt, als auch der, wodurch die Richtung $AH_1$ auf den zweiten Hauptschnitt senkrecht projicirt wird. Es sind mithin die den Seiten $ZAH_1$ und $ZAH_2$ gegenüber liegenden Winkel unsers sphärischen Dreiecks genau die gleichen, welche oben durch $\chi'_2$ und $\chi''_1$ bezeichnet worden sind, mit der Einschränkung jedoch, dass der der Seite $ZAH_1$ gegenüber liegende Flächenwinkel der Nebenwinkel von dem $\chi'_2$ ist im Falle der Fig. I. oder III., dagegen der Winkel $\chi'_2$ selber im Falle der Figur II. oder IV., und dass der der Seite $ZAH_2$ gegenüber liegende Flächenwinkel der Nebenwinkel von dem $\chi''_1$ ist im Falle der Figur I. oder IV., hingegen dem $\chi''_1$ selber gleich ist im Falle der Figur II. oder III., was indessen auf die Gleichungen (1. a) keinen Einfluss hat. Aus diesen ergiebt sich daher in jedem Falle

$$(1.\ b)\qquad \sin.ZAH_1 = \frac{\sin.F \sin.\chi'_2}{\sin.\varDelta} \text{ und } \sin.ZAH_2 = \frac{\sin.F \sin.\chi''_1}{\sin.\varDelta}.$$

In demselben sphärischen Dreiecke giebt die sphärische Trigonometrie noch die folgenden zwei Relationen an die Hand, erstlich die:

$$(1.\ c.)\qquad \cos.F = \cos.ZAH_1 \cos.ZAH_2 + \sin.ZAH_1 \sin.ZAH_2 \cos.\varDelta$$

zwischen den drei Seiten und dem Winkel $\varDelta$, und zweitens die:

$$(1.\ d)\qquad \cos.\varDelta = \sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2 \cos.F \pm \cos.\chi''_1 \cos.\chi'_2$$

zwischen den drei Winkeln und der Seite F, in welch letzterer das obere Vorzeichen im Falle der Figur I. oder II., hingegen im Falle der Figur III. oder IV. das untere Vorzeichen genommen werden muss, wie aus dem vor der Gleichung (1. b) angegebenen Verhalten zwischen den

Winkeln unsers sphärischen Dreiecks und denen $\chi'_2$ und $\chi''_1$ sogleich hervorgeht. — Betrachten wir jetzt das aus den Richtungen AZ, AH', AH'' gebildete sphärische Dreieck, so liefert dieses, weil $H'AH'' = G$ ist:

$$\cos. G = \cos. ZAH' . \cos. ZAH'' \pm \sin. ZAH' . \sin. ZAH'' \cos. \varDelta, \qquad (2.)$$

wo von dem doppelten Vorzeichen das obere im Falle der Figur I. oder II., hingegen das untere im Falle der Figur III. oder IV. genommen werden muss, weil der der Seite G gegenüber liegende Winkel in den beiden ersten Fällen dem $\varDelta$ gleich, dagegen in den beiden andern Fällen der Nebenwinkel von $\varDelta$ ist, wie vor der Gleichung (1. a) gezeigt worden ist. Es ist aber in der Figur I. oder IV. $ZAH' = 90^0 + ZAH_1$, und in der Figur II. oder III. $ZAH' = 90^0 - ZAH_1$ und ebenso ist in Figur I. oder III. $ZAH'' = 90^0 + ZAH_2$, dagegen in Figur II. oder IV. $ZAH'' = 90^0 - ZAH_2$, also ist im Falle von Figur I.:

$$\sin. ZAH' = \cos. ZAH_1 \quad , \quad \cos. ZAH' = -\sin. ZAH_1$$

und

$$\sin. ZAH'' = \cos. ZAH_2 \quad , \quad \cos. ZAH'' = -\sin. ZAH_2 ;$$

im Falle der Figur II.:

$$\sin. ZAH' = \cos. ZAH_1 \quad , \quad \cos. ZAH' = \sin. ZAH_1$$

und

$$\sin. ZAH'' = \cos. ZAH_2 \quad , \quad \cos. ZAH'' = \sin. ZAH_2 ;$$

im Falle der Figur III.:

$$\sin. ZAH' = \cos. ZAH_1 \quad , \quad \cos. ZAH' = \sin. ZAH_1$$

und

$$\sin. ZAH'' = \cos. ZAH_2 \quad , \quad \cos. ZAH'' = -\sin. ZAH_2 ;$$

endlich im Falle der Figur IV.:

$$\sin. ZAH' = \cos. ZAH_1 \quad , \quad \cos. ZAH' = -\sin. ZAH_1$$

und

$$\sin. ZAH'' = \cos. ZAH_2 \quad , \quad \cos. ZAH'' = \sin. ZAH_2 .$$

Hieraus folgt, dass in allen 4 Figuren immer

$$(3.\ a)\qquad \sin.\mathrm{ZAH}'\sin.\mathrm{ZAH}'' = \cos.\mathrm{ZAH}_1 \cos.\mathrm{ZAH}_2$$

ist, so wie

$$(3.\ b)\qquad \cos.\mathrm{ZAH}'\cos.\mathrm{ZAH}'' = \pm\sin.\mathrm{ZAH}_1 \sin.\mathrm{ZAH}_2,$$

wo von dem doppelten Vorzeichen das obere genommen werden muss im Falle der Figur I. oder II., das untere dagegen im Falle der Figur III. oder IV., also in den gleichen Fällen, wo auch in der Gleichung (2.) das obere oder untere Vorzeichen genommen werden muss. Aus diesem Grunde geht die Gleichung (2.) mittelst derer (3. a) und (3. b) über in:

$$\pm\cos.\mathrm{G} = \sin.\mathrm{ZAH}_1 \sin.\mathrm{ZAH}_2 + \cos.\mathrm{ZAH}_1 \cos.\mathrm{ZAH}_2 \cos.\Delta,$$

in welcher das obere Vorzeichen im Falle der Figur I. oder II., das untere im Falle der Figur III. oder IV. genommen werden muss. Setzt man in dieser letzten Gleichung den Gleichungen (1. b) gemäss:

$$\sin.\mathrm{ZAH}_1 \sin.\mathrm{ZAH}_2 = \frac{\sin^2.\mathrm{F}\sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2}{\sin^2.\Delta}$$

und der Gleichung (1. c) gemäss:

$$\cos.\mathrm{ZAH}_1 \cos.\mathrm{ZAH}_2 = \cos.\mathrm{F} - \sin.\mathrm{ZAH}_1 \sin.\mathrm{ZAH}_2 \cos.\Delta$$

oder mit Rücksicht auf die vorige:

$$\cos.\mathrm{ZAH}_1 \cos.\mathrm{ZAH}_2 = \cos.\mathrm{F} - \frac{\sin^2.\mathrm{F}\sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2 \cos.\Delta}{\sin^2.\Delta},$$

so wird sie:

$$\pm\cos.\mathrm{G} = \sin^2.\mathrm{F}\sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2 + \cos.\mathrm{F}\cos.\Delta$$

und diese verwandelt sich, wenn man in sie für $\cos.\Delta$ seinen Werth aus der Gleichung (1. d) einsetzt, in:

$$(4.)\qquad \pm\cos.\mathrm{G} = \sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2 \mp \cos.\chi''_1 \cos.\chi'_2 \cos.\mathrm{F}$$

wo wieder von den doppelten Vorzeichen die obern oder untern genommen werden müssen, je nachdem es sich um eine der Figuren I. und II. oder um eine der Figuren III. und IV. handelt.

XXXVI. Bis hierher haben wir alle Formeln mit theoretischer Strenge aus den in zwei übereinander liegenden Krystallplatten gebildeten vier Lichtantheilen hergeleitet; von jetzt an aber werden wir zur Vereinfachung der Gleichung (2. b) in Ziffer XXXIV. diejenigen Abkürzungen eintreten lassen, welche, ohne den Charakter der in zwei übereinander liegenden Krystallplatten, deren optische Axen einen beträchtlichen Winkel mit den Normalen zu ihren Oberflächen machen, auftretenden Erscheinung merklich zu beeinträchtigen, den Inhalt jener Gleichung leichter überschauen lassen. Hierzu bietet uns die Form der Gleichung (4.) in voriger Ziffer die Gelegenheit dar. Die Winkel $\chi''_1$ und $\chi'_2$ sind beide von derselben Art wie der $\chi$ in der ersten Hälfte dieser Abhandlung, von welchem dort erwiesen worden ist, dass er ein kleines der ersten Ordnung in Bezug auf sin. i oder eigentlich in Bezug auf $\frac{\sin. i}{\sin. a}$ ist; demnach ist $\sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2$ ein kleines der zweiten Ordnung in Bezug auf $\frac{\sin. i}{\sin. a}$, welches wir unbedenklich vernachlässigen können in allen den Fällen, wo $\frac{\sin. i}{\sin. a}$ ein kleiner echter Bruch ist. Vernachlässigen wir aber das Product $\sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2$ in der Gleichung (4.) zu Ende der vorigen Ziffer, so wird sie:

$$\cos. G = -\cos.\chi''_1 \cos.\chi'_2 \cos. F \qquad (1.\ a)$$

und giebt

$$\frac{\cos. G}{\cos. F} = -\cos.\chi''_1 \cos.\chi'_2, \qquad (1.\ b)$$

wodurch die in den Gleichungen (2. a) der Ziffer XXXIV. definirten Grössen M und N werden:

$$\cos.\chi'_2 (\cos^2.\varphi_1 - \sin^2.\varphi_1 \cos^2.\chi''_1) = M$$

und

$$\cos.\chi''_1 (\cos^2.\varphi_2 - \sin^2.\varphi_2 \cos^2.\chi'_2) = N.$$

Nun ist aber $\cos^2.\chi''_1$ sowohl wie $\cos^2.\chi'_2$ von 1 nur um eine Grösse der zweiten Ordnung in Bezug auf $\frac{\sin. i}{\sin. a}$ verschieden, darum können wir diese Quadrate mit demselben Rechte gleich 1 setzen, mit welchem wir so eben das Product $\sin.\chi''_1 \sin.\chi'_2$ vernachlässigt haben, und dann nehmen die zuletzt angegebenen Werthe von M und N die folgende Gestalt an:

$$(1.\ c) \qquad \cos.2\varphi_1 \cos.\chi'_2 = \mathrm{M} \text{ und } \cos.2\varphi_2 \cos.\chi''_1 = \mathrm{N}.$$

Zufolge dieser Werthe von M und N und des von G in der Gleichung (1. b) angegebenen verwandelt sich nun die Gleichung (2. b) in Ziffer XXXIV. in:

$$(2.) \quad \left\{ \begin{aligned} \mathrm{A}^2 = \mathfrak{A}^2 [\cos^2.A - \cos.2\varphi_1 \sin.2\mathrm{F} \sin.2\varphi_2 \cos.\chi'_2 \sin^2.\pi\Theta' \\ - \sin.2\varphi_1 \sin.2\mathrm{F} \cos.2\varphi_2 \cos.\chi''_1 \sin^2.\pi\Theta \\ + \sin.2\varphi_1 \sin.2\varphi_2 \cos^2.\mathrm{F} \cos.\chi''_1 \cos.\chi'_2 \sin^2.\pi(\Theta' + \Theta) \\ - \sin.2\varphi_1 \sin.2\varphi_2 \sin^2.\mathrm{F} \cos.\chi''_1 \cos.\chi'_2 \sin^2.\pi(\Theta' - \Theta). \end{aligned} \right.$$

Bei dem Gebrauche dieser Gleichung darf man nicht übersehen, dass sie nur so lange Sicherheit gewährt, als die optischen Axen in den Platten mit der Normale zu ihren Oberflächen einen beträchtlich grossen Winkel machen, der bei einem Gesichtsfelde des Polarisationsinstruments von 10 Graden immerhin 25° erreichen darf, wenn eine Ungleichförmigkeit der Beleuchtung im Gesichtsfelde nicht Befremden erregen soll. Die besondere Behandlung solcher Platten, deren optische Axen nicht bedeutend von der senkrechten Lage zu ihren Oberflächen abweichen, bleibt also hier, wie schon in der ganzen frühern Abhandlung, noch ein pium desiderium. Bezüglich derjenigen Platten aber, deren optische Axen einen Winkel mit der Normale zu ihren Oberflächen machen, der über die Gränzen von 25° und 90° nicht hinaus geht, giebt sie über alle einzelnen Punkte vollkommen befriedigenden Aufschluss unter dem Vorbehalt freilich, dass sich in sie kein Rechnungsfehler eingeschlichen habe, was allerdings kein gar zu grosses Wunder wäre.

XXXVII. Die Gleichung (2. b) der Ziffer XXXIV. in Verbindung mit den Gleichungen der Ziffer XXVIII. enthalten alle möglichen in zwei übereinander liegenden Platten sich bildenden Erscheinungen in voller Allgemeinheit in sich und man kann anstatt der ersterwähnten Gleichung auch die (2.) der vorigen Nummer nehmen, wenn beide Platten so beschaffen sind, dass deren optische Axen von der senkrechten Lage zu ihren Oberflächen um mehr als 25° abweichen. In diesem Falle weichen $\cos^2.\chi''_1$ und $\cos^2.\chi'_2$ von 1 nur um eine Grösse der zweiten Ordnung in Bezug auf $\frac{\sin. i}{\sin. a}$ ab, und man könnte daher ohne Furcht vor einem möglichen Fehler sowohl $\cos^2.\chi''_1 = 1$ als $\cos^2.\chi'_2 = 1$ setzen, wodurch die Gleichung (2.) der vorigen Ziffer eine etwas einfachere Gestalt annähme. Gleichwohl habe ich es vorgezogen, in dieser Gleichung jene Cosinuse stehen zu lassen, weil durch diese der Vorzeichenwechsel in den einzelnen Gliedern der Gleichung bestimmt wird, und hiervon der Umstand abhängt, ob solche Stellen, an welchen zwei oder mehrere von den vier Bildern übereinander greifen, sich gegenseitig verdunkeln oder aufhellen. Um das Vorzeichen zu erkennen, welches diese Cosinuse bei den verschiedenen einfallenden Lichtstrahlen annehmen, muss man zu den Betrachtungen der Ziffer XXV. zurückkehren, wo bei der dortigen Gleichung (2. g) erinnert worden ist, dass $\chi$ und $\psi'_1$ oder $\psi'_2$ immer gleichzeitig spitz oder stumpf genommen werden müssen, was nichts anders sagen will, als dass die den Winkel $\chi$ bildenden projicirenden Ebenen stets von der Normale zur Projectionsebene auslaufend gedacht werden müssen. Diesem gemäss wird $\cos.\chi''_1$ jedesmal sein Vorzeichen ändern, wenn in den Configurationen I. bis IV. der Ziffer XXXV. der durch die von $AH_1$ auslaufend gedachten Ebenen $H_1AH_2$ und $H_1AH'$ gebildete Winkel aus einem spitzen Zustand in einen stumpfen, oder aus diesem in jenen übergeht. Ebenso wird $\cos.\chi'_2$ das Vorzeichen + oder — annehmen, je nachdem die von $AH_2$ auslaufend gedachten Ebenen $H_2AH_1$ und $H_2AH''$ einen spitzen oder stumpfen Winkel mit einander machen. Fügt man hierzu noch, dass den verschiedenen auf die Krystallplatten auffallenden Lichtstrahlen verschiedene Hauptschnitte zukommen, und dass in Folge dessen an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes verschiedene von den Configurationen I. bis IV. sich geltend machen, so überzeugt man sich, dass $\cos.\chi''_1$ und $\cos.\chi'_2$ rings um die Mitte des Gesichtsfeldes herum einem periodischen Wechsel ihrer Vorzeichen unterliegen, wobei ihr absoluter Werth doch stets nahehin derselbe bleibt. Diesem entsprechend hat man sich die Glieder der Gleichung (2.) in voriger Ziffer so vorzustellen, als ob ihr absoluter Werth abgesehen von den Grössen $\cos.\chi''_1$ und $\cos.\chi'_2$ gegeben wäre, dass jedoch diese Werthe von Strecke zu Strecke ihr Vorzeichen den Grössen $\cos.\chi''_1$ und $\cos.\chi'_2$ gemäss in das entgegengesetzte überspringen lassen. Dieser Wechsel der Vorzeichen steht jedoch mit der eigentlichen Erscheinung nur in einem losern Zusammenhange, weshalb wir ihn bei den noch folgenden Betrachtungen ganz ausser Acht lassen werden.

Indem wir aber jetzt noch einige der Hauptfälle von zwei über einander liegenden Krystallplatten in ausführlichere Betrachtung ziehen werden, müssen wir auf eine andere Eigenthümlichkeit der Gleichung (2.) in voriger Ziffer aufmerksam machen, die ebenfalls aus der besondern Natur der Winkel $\chi''_1$ und $\chi'_2$ ihren Ursprung nimmt. Es geht schon aus den in der ersten Hälfte dieser Abhandlung (Ziffer IX.) aufgestellten Relationen hervor, dass da, wo man einen Fehler der ersten Ordnung in Bezug auf $\frac{\sin.i}{\sin.a}$ nicht zu scheuen hat, statt der Winkel, welche die Schwingungsrichtungen vor und hinter einer Krystallplatte von der hier vorausgesetzten Art mit der Normale zu ihrem Hauptschnitt machen, immer auch die Azimuthe der zu diesen Schwingungsrichtungen gehörigen Polarisationsebenen zu der Hauptnormalebene der Platte genommen werden können; denn es ist den dortigen Gleichungen (3. b) gemäss:

$$\varphi_1 = \omega_1 + \mu \text{ und } \varphi_2 = \omega_1 + \mu + 180^0 - \Delta$$

oder mit Rücksicht auf die Gleichung (7. a) der Ziffer VIII.

$$\varphi_1 = \omega_1 + \mu \text{ und } \varphi_2 = \omega_2 + \mu.$$

Es ist aber in jener Ziffer IX. dargethan worden, dass

$$\sin.\mu = \cot a \sin.\omega \sin.i \text{ oder } \sin.\mu = \cos.a \sin.\omega \frac{\sin.i}{\sin.a}$$

ist; vernachlässigt man daher dieses Kleine der ersten Ordnung in Bezug auf $\frac{\sin.i}{\sin.a}$, so hat man:

$$\varphi_1 = \omega_1 \text{ und } \varphi_2 = \omega_2.$$

Bezeichnen hier $\omega_1$ und $\omega_2$ die Azimuthe der vordern und hintern Polarisationsebenen zu den Hauptnormalebenen der ersten und zweiten von den übereinander liegenden Krystallplatten und stellt $\omega_0$ das Azimuth zwischen den Hauptnormalebenen dieser beiden Platten vor, so folgt auf gleiche Weise, dass man unter den entsprechenden Voraussetzungen an die Stelle der Winkel $\varphi_1$, $\varphi_2$ und F in der Gleichung (2) der vorigen Ziffer die $\omega_1$, $\omega_2$ und $\omega_0$ setzen könne, wodurch dieselbe wird:

$$\left.\begin{aligned}
A^2 = {} & \mathfrak{A}^2 . \cos^2 . \Delta \\
& - \mathfrak{A}^2 . \sin. 2\omega_1 . \sin. 2\omega_0 . \cos. 2\omega_2 \cos. \chi''_1 \sin^2 . \pi\Theta \\
& - \mathfrak{A}^2 . \sin. 2\omega_2 . \sin. 2\omega_0 . \cos. 2\omega_1 \cos. \chi'_2 \sin^2 . \pi\Theta' \\
& - \mathfrak{A}^2 . \sin. 2\omega_1 . \sin^2 . \omega_0 . \sin. 2\omega_2 . \cos. \chi''_1 . \cos. \chi'_2 \sin^2 . \pi(\Theta' - \Theta) \\
& + \mathfrak{A}^2 . \sin. 2\omega_1 . \cos^2 . \omega_0 . \sin. 2\omega_2 \cos. \chi''_1 \cos. \chi'_2 \sin^2 . \pi(\Theta' + \Theta)
\end{aligned}\right\} \quad (1.)$$

und nun den zur leichtern Auffassung der einzelnen Bilder grossen Vortheil in sich aufgenommen hat, dass die meisten der in ihr auftretenden Grössen im ganzen Umfange eines und desselben angeschauten Bildes unveränderlich sind.

Setzt man in dieser Gleichung zu grösserer Bequemlichkeit:

$$(2.\ a)\quad \left\{\begin{aligned} &\mathfrak{A}^2.\sin.2\omega_1\,\sin.2\omega_0\,\cos.2\omega_2 = \mathrm{T}_1,\\ &\mathfrak{A}^2.\cos.2\omega_1\,\sin.2\omega_0\,\sin.2\omega_2 = \mathrm{T}_2,\\ &\mathfrak{A}^2.\sin.2\omega_1\,\sin^2.\omega_0.\sin.2\omega_2 = \mathrm{T}_3,\\ &\mathfrak{A}^2.\sin.2\omega_1.\cos^2.\omega_0\,\sin.2\omega_2 = \mathrm{T}_4,\end{aligned}\right.$$

so nimmt sie die folgende Form an:

$$(2.\ b)\quad \left\{\begin{aligned} &\mathrm{A}^2 = \mathfrak{A}^2.\cos^2.A - \mathrm{T}_1.\cos.\chi''_1.\sin^2.\pi\Theta - \mathrm{T}_2.\cos.\chi'_2.\sin^2.\pi\Theta'\\ &-\mathrm{T}_3.\cos.\chi''_1.\cos.\chi'_2\sin^2.\pi(\Theta'-\Theta) + \mathrm{T}_4.\cos.\chi''_1.\cos.\chi'_2\\ &\qquad\qquad .\sin^2.\pi(\Theta'+\Theta).\end{aligned}\right.$$

Die in dieser Gleichung vorkommenden Grössen $\Theta$, $\Theta'$, $\Theta'-\Theta$, und $\Theta'+\Theta$ sind dieselben, welche schon oben (Ziffer XXVIII.) gegeben worden sind, und es enthalten daher die beiden vorstehenden Gleichungen in Verbindung mit denen der Ziffer XXVIII. alles, was in Bezug auf Form und Beleuchtungsart der in zwei übereinander liegenden Krystallplatten von der hier vorausgesetzten Beschaffenheit entstehenden Bilder sich aussagen lässt. Die vorstehende Gleichung (2. b) giebt noch, wie die gleichnamige, alle möglichen Krystallplatten umfassende und eben so bezeichnete der Ziffer XXXIV. zu erkennen, dass allgemein genommen in zwei übereinander liegenden Krystallplatten vier Bilder zum Vorschein kommen können, die jedoch namentlich bei Platten der hier betrachteten Art häufig in ein einziges übergehen, wie wir sogleich in einigen besondern Fällen zeigen werden. Zuvor aber bemerken wir noch, dass

$$(2.\ c)\qquad A = \omega_1 + \omega_0 + \omega_2$$

ist, wenn $A$ den Winkel bezeichnet, den die beiden Polarisationsebenen mit einander machen und $\omega_1$, $\omega_0$, $\omega_2$ die Azimuthe in der Aufeinanderfolge von der vordern Polarisationsebene zur Hauptnormalebene der ersten Platte, von dieser zur Hauptnormalebene der zweiten Platte, von dieser letztern zur hintern Polarisationsebene vorstellen, und man übereinkommt, diejenigen von diesen Azimuthen als entgegengesetzte Grössen in die Rechnung einzuführen, welche man bei der angezeigten Aufeinanderfolge in entgegengesetzten Richtungen zu durchlaufen hat; es springt dann die allgemeine Richtigkeit der Gleichung (2. c) von selbst in die Augen.

XXXVIII. Fassen wir als Beispiel zur Anwendung der in Ziffer XXXVII. erhaltenen Gleichungen erstens den besondern Fall in's Auge, wo beide Platten aus demselben einaxigen Krystall geschnitten worden sind, und deren Oberflächen einerlei Neigung zur optischen Axe erhalten haben, und denken wir uns diese beiden Platten so übereinander gelegt, dass die optischen Axen in beiden mit einander parallel laufen und in Folge dessen die Hauptnormalebenen beider Platten in einander liegen, so dass hier $\omega_0 = o$, also $\sin.\omega_0 = o$ und $\cos.\omega_0 = 1$ wird, dann geben jetzt die Gleichungen (2. a) der vorigen Ziffer:

$$T_1 = o\ ,\ T_2 = o\ ,\ T_3 = o \text{ und } T_4 = \mathfrak{A}^2 .\sin. 2\omega_1 \sin. 2\omega_2 ,$$

wodurch die dortige Gleichung (2. b) übergeht in:

$$A^2 = \mathfrak{A}^2 \cos^2. \varDelta + \mathfrak{A}^2 \sin. 2\omega_1 \sin. 2\omega_2 \cos. \chi''_1 \cos. \chi'_2 \sin^2. \pi(\Theta' + \Theta) \quad (1.)$$

und in dieser Form zu erkennen giebt, dass in diesem Falle nur ein einziges Bild vorhanden ist.

Die Formen der in diesem Bilde enthaltenen Helligkeitscurven ergeben sich aus den Gleichungen der Ziffer XXVIII., wenn man in Betrachtung zieht, dass hier, wo beide Platten aus demselben Krystall unter einerlei Schiefe zur optischen Axe geschnitten worden sind, $A' = A$, $B' = B$, $C' = C$ und $D' = D$ ist, und dass man noch überdies, weil die Hauptnormalebenen beider Platten in einander liegen, im gegenwärtigen Falle $\omega' = \omega$ zu setzen habe, wodurch die dortige Gleichung (1. a)

$$\Theta = \frac{T}{v}(C + D \sin. i \cos. \omega + B \sin^2. i \sin^2. \omega + A \sin^2. i \cos^2. \omega), \quad (2.\ a)$$

so wie die dortige (1. c)

$$\Theta' = \frac{T'}{v}(C + D \sin. i \cos. \omega' + B \sin^2. i \sin^2. \omega' + A \sin^2. i \cos^2. \omega') \quad (2.\ b)$$

wird, und die Summe dieser beiden giebt; weil hier $\omega' = \omega$ ist,

$$(2.\ c)\qquad \Theta + \Theta' = \frac{T' + T}{v}(C + D \sin. i \cos. \omega + B \sin^2. i \sin^2. \omega + A \sin^2. i \cos^2. \omega),$$

welche letztere die Helligkeitscurven des in unserm jetzigen Falle sich zeigenden einen Bildes in sich trägt. Da diese letztere Gleichung dieselbe ist wie die zur ersten Platte gehörige (2. a), wenn man in dieser $T + T'$ für $T$ und $\Theta + \Theta'$ für $\Theta$ setzt, so geht hieraus hervor, *dass zwei aus demselben einaxigen Krystall geschnittene Platten, deren Oberflächen die gleiche Neigung zur optischen Axe erhalten haben, genau dieselben Helligkeitscurven zeigen, wie eine einzige solche Platte, wenn die Dicke dieser einen die Summe von den Dicken jener beiden ist, und jene so übereinander gelegt werden, dass die optischen Axen in beiden mit einander parallel laufen.*

Auch die Lichtstärke der Curven ist in beiden Fällen die gleiche, aber es ist nicht so ganz leicht mittelst der Gleichungen der Ziffer XXXVII. zu dieser Einsicht zu gelangen, weil hier der in Ziffer XXV. hinter der Gleichung (2. g) besprochene besondere Fall eintritt, wo $\cos. \chi''_1$ sowohl als $\cos. \chi'_2$ die Form $\frac{0}{0}$ annimmt, und jene Rechnungen aus diesem Grunde im jetzigen Ausnahmsfalle eine ihm entsprechende Umgestaltung verlangen. Aber schon ohne diese ziemlich weitläufige Umgestaltung der Rechnung zu unternehmen, lässt sich blos aus der allgemeinsten Kenntniss von dem Gange des Lichts durch Krystalle hindurch der Schluss ziehen, dass jeder aus der ersten Platte hervorgehende Lichtantheil bei seinem Uebergang in die zweite mit der ersten völlig gleichliegende Platte sich nicht weiter in zwei Bündel zerlegen kann, sondern in derselben Weise schwingend wie in der ersten Platte seinen Weg durch die zweite mit unveränderter Richtung fortsetzen muss, und diess zieht nach sich, dass aus der zweiten Platte zwei Lichtantheile völlig unter den gleichen Umständen hervortreten, wie aus einer einzigen solchen Platte, deren Dicke die Dicken jener beiden in sich enthielte. Dann aber muss auch das nach erfolgter Polarisation sich ergebende Interferenzresultat in beiden Fällen dasselbe seyn. Man überzeugt sich so auf indirecte Weise durch Vergleichung der Gleichung (1.) mit der in Ziffer VIII. für eine einzige Platte erhaltenen (6. b), dass das Product der beiden im gegenwärtigen Falle unbestimmt werdenden Grössen $\cos.\chi''_1$ und $\cos.\chi'_2$ durch $-\cos.\chi$ ersetzt werden muss, wo $\chi$ dieselbe Bedeutung wie in Ziffer VIII. hat.

XXXIX. Als zweites Beispiel zur Anwendung der in Ziffer XXXVII. erhaltenen Gleichungen wählen wir den besondern Fall, wo die in voriger Ziffer behandelten Platten, für welche die daselbst stehenden Gleichungen (2. a) und (2. b) Gültigkeit haben, so übereinander gelegt worden sind, dass deren Hauptnormalebenen zwar noch immer mit einander parallel laufen, aber nach entgegengesetzten Seiten von der beiden Platten gemeinschaftlichen Normale hin liegen, so dass deren optische Axen jetzt nicht mehr gleichlaufend sind. In diesem Falle ist $\omega_0 = 180^0$, es wird daher wieder $\sin.\omega_0 = o$ und auch $\sin.2\omega_0 = o$, dagegen wird zwar $\cos.\omega_0 = -1$, was jedoch immer noch $\cos^2.\omega_0 = 1$ nach sich zieht; desshalb zieht sich die Gleichung (1.) der Ziffer XXXVII. im jetzigen Falle doch wieder genau auf die Gleichung (1.) der vorigen Ziffer zurück, was zu erkennen giebt, dass das Hervortreten der Figuren in beiden Fällen bei gleicher Stellung der beiden Polarisationsebenen zu einander und der Hauptnormalebene zu ihnen mit gleicher Stärke geschieht.

Um die Gleichungen der im jetzigen Falle sich erzeugenden Helligkeitscurven zu erhalten, hat man blos die Gleichungen (2. a) und (2. b) der vorigen Ziffer, welche hier gleich anwendbar bleiben, zu addiren und zu beachten, dass jetzt, wo $\omega_0 = 180^0$ ist, $\omega' = \omega \pm 180^0$, also $\sin.\omega' = -\sin.\omega$ und $\cos.\omega' = -\cos.\omega$ wird. So erhält man als Summe die folgende Gleichung:

$$(1.)\ \left\{\begin{aligned}(\Theta+\Theta')\,v = {} & C\,(T+T') + D\sin.i\cos.\omega\,(T-T') \\ & + B\sin^2.i\sin^2.\omega\,(T+T') + A\sin^2.i\cos^2.\omega\,(T+T').\end{aligned}\right.$$

Diese Gleichung, allgemein genommen, enthält noch Helligkeitscurven von allen den Formen in sich, welche möglicherweise in einer einzigen einaxigen Krystallplatte auferstehen können; lässt man aber in ihr $T' = T$ werden, d. h. giebt man den beiden übereinander liegenden Platten einerlei Dicke, so verwandelt sich dieselbe in:

$$(2.\ a)\qquad (\Theta+\Theta')\frac{v}{2T} = C + B.\sin^2.i.\sin^2.\omega + A\sin^2.i\cos^2.\omega,$$

oder, wenn man wieder auf die gewohnte Weise

$$\sin.i.\sin.\omega = y \text{ und } \sin.i.\cos.\omega = x$$

setzt in:

$$(2.\ b)\qquad (\Theta+\Theta')\frac{v}{2T} = C + By^2 + Ax^2,$$

und zeigt in dieser Form, *dass zwei gleich dicke, aus einem und demselben einaxigen Krystall unter gleicher Schiefe zur optischen Axe geschnittene Platten, wenn sie so übereinander gelegt werden, dass deren Hauptnormalebenen mit einander parallel laufen, deren optische Axen aber nicht, nur ein System von concentrischen Mittelpunktscurven liefern können, dessen Mittelpunkt die Mitte des Gesichtsfeldes ist.* Die im Eingange dieser Abhandlung beschriebene Erscheinung, welche Anlass zu dieser Arbeit gab, aber schon von Langberg erkannt worden war, ist in diesem Satze als ein besonderer Fall enthalten.

Die vorstehende Gleichung (2. b) schliesst noch einen andern besondern Fall in sich, den wir unsern Lesern nicht vorenthalten dürfen, weil er im ganzen Gebiete der optischen Krystallerscheinungen einzig in seiner Art dasteht. Es ist aus unsern Untersuchungen in der ersten Hälfte dieser Abhandlung hervorgegangen, dass sich in einer einzigen einaxigen Krystallplatte keine wahrhaft geraden Helligkeitsbänder sehen lassen können, dass vielmehr, was man bisher unter diesem Namen vorzuzeigen pflegte, nur Theile von Ellipsen oder von Hyperbeln unter solchen Umständen waren, wobei ein nicht sehr aufmerksames Auge leicht dahin gebracht werden konnte, solche Curvenstücke mit geraden Linien zu verwechseln; was aber bei einer einzigen Platte noch unmöglich war, können unsere jetzigen beiden übereinander liegenden Platten in höchster Vollkommenheit zu Stande bringen. Lässt man nämlich in der Gleichung (2. b) $A = o$ seyn, so wird sie:

$$(\Theta + \Theta') \frac{v}{2T} - C = By^2, \qquad (2.\,c)$$

und enthält *gerade mit der Richtung der Hauptnormalebene parallele Helligkeitsbänder in sich.* Es ist aber schon in Ziffer XI. dieser Abhandlung nachgewiesen worden, dass sich aus jedem einaxigen Krystall Platten unter solcher Schiefe schneiden lassen, wobei $A = o$ wird, *demnach lassen sich aus jedem einaxigen Krystalle solche gleich dicke Platten heraus arbeiten, welche diese geradlinigen Helligkeitsbänder sehen lassen.* In Ziffer XII. dieser Abhandlung ist dargethan worden, dass sich aus keinem einaxigen Krystalle solche Platten entnehmen lassen, für welche $B = o$ würde; deswegen kann die Gleichung (2. b) nie die Form

$$(\Theta + \Theta') \frac{v}{2T} - C = Ax^2$$

annehmen, *und in Folge können unsere jetzigen beiden Platten nie geradlinige Helligkeitsbänder liefern, deren Richtung senkrecht auf der Richtung der diesen Platten gemeinschaftlichen Hauptnormalebene stünde.* — Die hier zur Entstehung von geradlinigen Helligkeitsbändern geforderte Bedingung $A = o$ ist keine andere als die schon oben in Ziffer XI. unter (1. a) vorgekommene, welche dort die Entstehung von Parabeln in einer einzigen Platte charakterisirte, und hieraus folgt, *dass gleich dicke aus demselben einaxigen Krystall geschnittene Platten, welche einzeln Parabeln sehen lassen, in der Weise dieser Ziffer übereinander gelegt, nothwendig geradlinige Interferenzbänder sehen lassen müssen.* Ja man überzeugt sich leicht, dass dieser Satz noch wahr bleibt, wenn in demselben statt der Worte „aus demselben einaxigen Krystall“ allgemeiner die „aus einaxigen Krystallen“ gesetzt werden.

Die in der Gleichung (2. c) enthaltenen wahrhaft geraden Helligkeitsstreifen besitzen eine Eigenthümlichkeit, wodurch sie sich vom blosen Auge leicht von jenen blos annähernd geraden gleich beim ersten Blick unterscheiden lassen. Aus gedachter Gleichung (2. c) ergiebt sich nämlich:

$$(3.\ a)\qquad y^2 = \frac{(\Theta + \Theta')v - 2CT}{2BT},$$

und es stellt hierin $y^2$ das Quadrat des Abstandes derjenigen geradlinigen Helligkeitscurven von der Mitte des Gesichtsfeldes vor, die einem beliebigen, jedoch unveränderlich gedachten Werthe von $\Theta + \Theta'$ entsprechen. Lässt man in dieser letzten Gleichung $\Theta + \Theta'$ um 1 grösser werden, so liefert sie für $y^2$ das Quadrat des Abstandes derjenigen geradlinigen Helligkeitscurve von der Mitte des Gesichtsfeldes, welche die nächste gleichwerthige von der vorigen ist; man hat also, wenn dieser zweite Abstand durch $y'$ bezeichnet wird:

$$(3.\ b)\qquad y'^2 = \frac{(\Theta + \Theta' + 1)v - 2CT}{2BT}$$

und aus diesen beiden letzten Gleichungen findet man:

$$(3.\ c)\qquad y'^2 - y^2 = \frac{v}{2BT}.$$

Aus dieser letzten Gleichung lässt sich schliessen, *dass die Differenz der Quadrate von den Abständen zweier nächster gleichwerthiger, in der Gleichung (2. c) enthaltener, geradliniger Helligkeitscurven oder zweier unmittelbar auf einander folgender Bänder eine unveränderliche Grösse ist, in so lange nämlich als dieselben Platten und dasselbe einfache Licht zu den Versuchen benützt werden.* Eine Folge der hier entwickelten Eigenthümlichkeit der in (2. c) enthaltenen geradlinigen Helligkeitsbänder ist aber die, dass die Abstände zweier unmittelbar neben einander liegender von diesen Bändern um so kleiner werden müssen, je weiter diese von der Mitte des Gesichtsfeldes abliegen. Es werden sich daher die der Mitte des Gesichtsfeldes zunächst liegenden Bänder dem Auge unter verhältnissmässig vielmal grösseren gegenseitigen Abständen darstellen in Vergleich zu denen, welche mehr an den Grenzen des Gesichtsfeldes liegen, was bei jenen pseudogeradlinigen Bändern nicht der Fall ist, die vielmehr sämmtlich einerlei Abstand von einander zu haben scheinen. Hierin hat man ein dermassen entscheidendes Unterscheidungszeichen der echten von den unechten geradlinigen Streifen, dass sich ein auch nur flüchtig über das Bild gleitender Blick keinen Augenblick lang hierüber täuschen lassen kann.

Zu den Eigenschaften der in dieser Ziffer besprochenen Platten füge ich noch eine hinzu, welche für die optische Krystallkunde von sehr hoher Bedeutung zu seyn scheint. Man kann nämlich zu der Gleichung (2. b) dieser Ziffer auf zwei von einander sehr verschiedenen Wegen gelangen. Die in gegenwärtiger Ziffer vorausgesetzte relative Lage der beiden auf einander gelegten Platten lässt sich aus der in der vorigen Ziffer vorausgesetzten dadurch herleiten, dass man einer von ihnen eine Drehung von 180° um ihre Normale erleiden lässt, während die andere aus ihrer Lage in keiner Weise verrückt wird. Hierdurch eben ändert sich das $\omega'$ der zweiten Platte in $\omega \pm 180^0$ um, und das $\omega$ der ersten Platte ändert seinen Werth nicht im Geringsten, so dass die obigen Gleichungen (2. a) und (2. b) eintreten. Denkt man sich hingegen eine von den beiden in der Lage der vorigen Ziffer befindlichen Platten, anstatt um ihre Normale, um den Durchschnitt ihrer Hauptnormalebene mit einer ihrer Oberflächen so lange gedreht, bis diese Oberfläche einen Winkel von 180° zurückgelegt hat, so bleibt nach dieser Drehung noch immer $\omega' = \omega$; aber der Werth des jetzigen a wird der Nebenwinkel von dem des vorigen, und in Folge wird der zuvor hohle Winkel 2a nun der diesen zu 360° ergänzende erhabene, so dass sin. 2a in beiden Fällen zwar denselben absoluten Werth beibehält, dabei aber sein Vorzeichen umkehrt. Aus diesem Grunde nimmt der, Ziffer XXVIII. in den Gleichungen (1. b) dargestellte Coefficient D in den beiden Platten einerlei aber mit entgegengesetztem Vorzeichen versehenen Werth an, wenn beide Platten aus demselben Krystall unter gleicher Schiefe zur optischen Axe genommen worden sind, und es wird, wenn

$$\Theta v = T\,(C + D \sin. i \cos. \omega + B \sin^2. i \sin^2. \omega + A \sin^2. i \cos^2. \omega)$$

die der ersten Platte entsprechende Gleichung ist, die der zweiten Platte angehörige:

$$\Theta' v = T'\,(C - D \sin. i \cos. \omega + B \sin^2. i \sin^2. \omega + A \sin^2. i \cos^2. \omega).$$

Aus der Summe dieser beiden Gleichungen geht aber wieder, wenn man $T' = T$ seyn lässt, die Gleichung (2. a) der gegenwärtigen Ziffer hervor, welche zu dem Schlusse zu berechtigen scheint, dass die auf die zületzt beschriebene Art mit einander verbundenen beiden Platten wieder genau die gleichen Interferenzbilder liefern müssen, wie die nach der Eingangs dieser Ziffer beschriebenen Art verknüpften. Als ich diese Folgerung aus unsern Gleichungen an zwei gleich dicken Kalkspathplatten, deren Oberflächen einerlei Neigung zur optischen Axe hatten, im Versuch erprobte, fand ich dieselbe vollkommen bestätigt, die zuvor geradlinigen Streifen verwandelten sich durch Umkehrung der einen Platte, wie durch eine Umdrehung derselben um ihre Normale von 180° in ein System von concentrischen Ellipsen; als ich aber zum Versuche, statt deren, zwei gleich dicke aus einem Bergkrystall unter gleicher Schiefe herausgeschnittene Platten nahm, brachte die Umkehrung der einen von ihnen keine Aenderung in der Erscheinung hervor, während eine Umdrehung der einen von 180° um ihre Normale die zuvor scheinbar geradlinigen Streifen in ein durchbrochenes System von concentrischen Ellipsen verwandelte. Der hier wahrgenommene Unterschied zwischen Platten von Bergkrystall und andern einaxigen

Krystallen ist, wenn er sich ganz allgemein bestätigen sollte, ein höchst merkwürdiger, denn er verspricht für die exceptionelle Natur des erstgenannten Minerals ein entscheidendes Merkmal herzugeben.

XL. Wir wollen noch als drittes Beispiel zur Anwendung der in Ziffer XXXVII. aufgestellten Gleichungen den besondern Fall betrachten, wo die beiden aus einerlei einaxigem Krystall unter gleicher Schiefe zur optischen Axe geschnittenen Platten so über einander gelegt werden, dass deren Hauptnormalebenen einen Winkel von 90° mit einander machen. In diesem Falle ist $\omega_0 = \pm 90^0$, desshalb ist $\sin. 2\omega_0 = o$, $\cos. \omega_0 = o$ und $\sin. \omega_0 = \pm 1$, und es lassen die Gleichungen (2. a) der Ziffer XXXVII.

$$T_1 = o,\ T_2 = o,\ T_4 = o \text{ und } T_3 = \pm \mathfrak{A}^2 . \sin. 2\omega_1 . \sin. 2\omega_2$$

werden, so dass (2. b) der Ziffer XXXVII. jetzt die nachstehende Gestalt annimmt:

$$\left.\begin{aligned} A^2 = \mathfrak{A}^2 . \cos^2 . A \\ \mp \mathfrak{A}^2 . \sin. 2\omega_1 . \sin. 2\omega_2 . \cos. \chi''_1 . \cos. \chi'_2 . \sin^2 . \pi(\Theta' - \Theta), \end{aligned}\right\} \text{(1.)}$$

und so zeigt, dass auch in diesem dritten besondern Falle wieder nur ein einziges Bild sich sehen lässt.

Um die Formen der in diesem Bilde wahrnehmbaren Helligkeitsbänder zu entdecken, nehmen wir die Gleichungen (2. a) und (2. b) der Ziffer XXXVIII. zur Hilfe, und bemerken, dass hier, wo die Hauptnormalebenen der beiden Platten unter einem rechten Winkel gegen einander gestellt sind, $\omega' = \omega \pm 90^0$ wird, und dem gemäss $\sin. \omega' = \pm \cos. \omega$ und $\cos. \omega' = \mp \sin. \omega$ ist, wobei die obern oder untern Vorzeichen hier und in der Gleichung (1.) stets gleichzeitig genommen werden müssen. Hierdurch gehen die zuletzt genannten Gleichungen über in:

$$(2.\ a)\quad \Theta=\frac{T}{v}(C+D\sin.i\cos.\omega+B\sin^2.i\sin^2.\omega+A\sin^2.i\cos^2.\omega),$$

und

$$(2.\ b)\quad \Theta'=\frac{T'}{v}(C\mp D\sin.i\sin.\omega+B\sin^2.i\cos^2.\omega+A\sin^2.i\sin^2.\omega),$$

welche, wie die, woraus sie hervorgegangen sind, voraussetzen, dass beide Platten aus einerlei einaxigem Krystall unter gleicher Neigung zu dessen optischer Axe herausgearbeitet worden seien. Zieht man diese beiden Gleichungen von einander ab, und stellt man dabei, um zu den einfachsten Resultaten zu gelangen, die Bedingung, dass $T'=T$ sei, d. h. dass beide Platten einerlei Dicke T erhalten haben, so findet man:

$$(2.\ c)\quad \left\{\begin{aligned}\Theta'-\Theta=\frac{T}{v}[&\mp D\sin.i(\sin.\omega\pm\cos.\omega)\\&+(A-B)\sin^2.i(\sin^2.\omega-\cos^2.\omega)],\end{aligned}\right.$$

in welcher Gleichung nur die beiden obern oder nur die beiden untern von den doppelten Vorzeichen gleichzeitig genommen werden dürfen. Nimmt man die beiden obern, so erhält man:

$$(3.\,a)\ \Theta'-\Theta=\frac{T}{v}\sin.i(\sin.\omega+\cos.\omega)[-D+(A-B)\sin.i(\sin.\omega-\cos.\omega)];$$

nimmt man hingegen die beiden untern, so kommt:

$$(3.\,b)\ \Theta'-\Theta=\frac{T}{v}\sin.i(\sin.\omega-\cos.\omega)[D+(A-B)\sin.i(\sin.\omega+\cos.\omega)],$$

und es entspricht die (3. a) der (1.) mit dem obern Vorzeichen genommen, also der:

$$(4.\,a)\ A^2=\mathfrak{A}^2\cos^2.\mathcal{A}-\mathfrak{A}^2\sin.2\omega_1\sin.2\omega_2\cos.\chi''_1\cos.\chi'_2\sin^2.\pi(\Theta'-\Theta),$$

während die (3. b) der (1.) mit dem untern Vorzeichen genommen entspricht, nämlich der folgenden:

$$(4.\,b)\ A^2=\mathfrak{A}^2\cos^2.\mathcal{A}+\mathfrak{A}^2\sin.2\omega_1\sin.2\omega_2\cos.\chi''_1\cos.\chi'_2\sin^2.\pi(\Theta'-\Theta).$$

Erwägt man nun, dass $\sin.45^0=\cos.45^0=\sqrt{\tfrac{1}{2}}$ ist, so überzeugt man sich ganz leicht, dass sowohl

$$\sin.\omega + \cos.\omega = \sqrt{2}\,(\sin.\omega \cos.45^0 + \cos.\omega \sin.45^0) = \sqrt{2}\sin.(\omega + 45^0)$$

als auch

$$\sin.\omega + \cos.\omega = \sqrt{2}\,(\sin.\omega \sin.45^0 + \cos.\omega \cos.45^0) = \sqrt{2}\cos.(\omega - 45^0),$$

und dass auch sowohl

$$\sin.\omega - \cos.\omega = \sqrt{2}\,(\sin.\omega \cos.45^0 - \cos.\omega \sin.45^0) = \sqrt{2}\sin.(\omega - 45^0)$$

als

$$\sin.\omega - \cos.\omega = \sqrt{2}\,(\sin.\omega \sin.45^0 - \cos.\omega \cos.45^0) = -\sqrt{2}\cos.(\omega + 45^0).$$

sei. Berücksichtigt man noch überdiess, dass die Gleichung (4. a) statt findet, wenn $\omega' = \omega + 90^0$ ist, und dass dann $\omega + 45^0$ das auf die Mittelrichtung zwischen den beiden Hauptnormalebenen bezogene Azimuth der im Gesichtsfelde hervorgehobenen Stelle ist, so wird die Gleichung (3. a), wenn wir dieses Azimuth durch $\Omega$ bezeichnen:

$$\Theta' - \Theta = -\sqrt{2}\frac{T}{v}D\sin.\Omega\sin.i - 2\,(A - B)\frac{T}{v}\sin^2.i\sin.\Omega\cos.\Omega. \qquad (5.\ a)$$

Eben so findet die Gleichung (4. b) statt, wenn $\omega' = \omega - 90^0$ ist, und dann ist $\omega - 45^0$ wieder das auf die Mittelrichtung zwischen den beiden Hauptnormalebenen bezogene Azimuth der im Gesichtsfelde hervorgehobenen Stelle, wodurch, wenn auch dieses wieder durch $\Omega$ bezeichnet wird, die Gleichung (3. b) übergeht in:

$$\Theta' - \Theta = \sqrt{2}\,.\frac{T}{v}D\sin.i\sin.\Omega + 2\,(A - B)\frac{T}{v}\sin^2.i\sin.\Omega\cos.\Omega. \qquad (5.\ b)$$

Diese beiden letzten Gleichungen aber sind im Grunde doch nur eine und dieselbe, weil $\Theta' - \Theta$ in jeder eine Succession von sowohl positiven wie negativen Werthen vorzustellen hat. Setzt man in der zuletzt geschriebenen Gleichung

$$\sin.i\sin.\Omega = y \quad \text{und} \quad \sin.i\cos.\Omega = x,$$

so wird sie:

$$\Theta' - \Theta = D\sqrt{2} \, . \, \frac{T}{v} \, . \, y + 2\,(A - B) \, . \, \frac{T}{v}\, xy$$

oder

$$(6.) \qquad (\Theta' - \Theta)\,\frac{v}{T} = D\sqrt{2} \, . \, y + 2\,(A - B)\,xy,$$

wodurch das in den über einander liegenden Platten entstandene Bild auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem bezogen wird, dessen Spitze in der Mitte des Gesichtsfeldes, und dessen x-Axe mitten zwischen den scheinbaren Hauptnormalebenen der beiden Platten liegt. Aus der Gleichung (6.) lässt sich nun sogleich entnehmen, *dass in zwei gleich dicken, aus demselben einaxigen Krystall unter gleicher Neigung zur optischen Axe geschnittenen Platten, welche so über einander gelegt worden sind, dass deren Hauptnormalebenen einen rechten Winkel mit einander machen, nur gleichseitige Hyperbeln sich sehen lassen können, deren Asymptoten mit den Coordinatenaxen zusammenfallen und deren Mittelpunkte mit einer einzigen Ausnahme ausserhalb der Mitte des Gesichtsfeldes liegen* *).

Setzt man in der Gleichung (6.) $x - \frac{D}{(A - B)\sqrt{2}}$ an die Stelle von x, so wird sie:

$$(\Theta' - \Theta)\,\frac{v}{T} = 2\,(A - B)\,xy,$$

---

*) Die durch die Gleichung (1. b) der Ziffer XXVIII. gegebenen Werthe von A, B und D geben nämlich ohne alle Mühe zu erkennen, dass $A - B$ nur dann null werden können, wenn $v'^2 = m^2$, d. h. $a = o$ wird, und in diesem Falle verschwindet nothwendig auch D, so dass die Gleichung (6.) alle Bedeutung verliert. Es kann aber noch ausserdem $D = o$ werden, wenn $a = 90^0$ und in Folge $v''^2 = m^2$ ist; dann aber wird $2\,(A - B) = \frac{v''^2 - v'^2}{vv''}$, und die Gleichung (6.) nimmt jetzt die Form $(\Theta' - \Theta)\frac{v}{T} = \frac{v''^2 - v'^2}{vv''}\,xy$ an, welche den einen oben angezeigten Ausnahmsfall hergiebt.

und zeigt in dieser Form, dass die hierdurch verlegte Spitze des Coordinatensystems in das Centrum der Hyperbeln gekommen ist; bezeichnet also E den Abstand dieses Centrums von der Mitte des Gesichtsfeldes, so hat man

$$E = \frac{D}{(A - B)\sqrt{2}},$$

oder, wenn man für A, B und D deren Werthe aus den Gleichungen (1. b) der Ziffer XXVIII. einsetzt:

$$E = \frac{vm\,(v''^2 - v'^2)\,\sin.2a}{v''^2\,(m^2 - v'^2)\sqrt{2}}. \qquad (7.\ a)$$

Setzt man ferner in der Gleichung (6.) $x = 0$, so findet man aus ihr:

$$y = \frac{v}{T} \cdot \frac{\Theta' - \Theta}{D\sqrt{2}},$$

und dieser Werth von y giebt den Abstand der Helligkeitscurven in der Richtung der y-Axe von der Mitte des Gesichtsfeldes an. Dieser Abstand, welchen wir durch $\mathfrak{D}$ bezeichnen wollen, wird, wenn D durch seinen aus den Gleichungen (1. b) der Ziffer XXVIII. entnommenen Werth ersetzt wird:

$$\mathfrak{D} = \frac{vm^2\,(\Theta' - \Theta)\sqrt{2}}{T\,(v''^2 - v'^2)\,\sin.2a},$$

und gehört, wenn $\Theta' - \Theta$ ein gegebener Werth ist, einer bestimmten von den unzählig vielen Helligkeitscurven an; lässt man aber diesen Werth von $\Theta' - \Theta$ um 1 grösser werden, so bezieht sich derselbe auf die der vorigen nächste gleichwerthige Helligkeitscurve und man hat:

$$\mathfrak{D}' = \frac{vm^2\,(\Theta' - \Theta + 1)\sqrt{2}}{T\,(v''^2 - v'^2)\,\sin.2a},$$

wenn $\mathfrak{D}'$ den längs der y-Axe genommenen Abstand dieser neuen Helligkeitscurve von der Mitte des Gesichtsfeldes vorstellt. Aus dieser und der vorigen Gleichung aber ergiebt sich:

$$\mathfrak{D}' - \mathfrak{D} = \frac{vm^2\,.\sqrt{2}}{T\,(v''^2 - v'^2)\,\sin.2a}, \qquad (7.\ b)$$

und es bedeutet $\mathfrak{D}' - \mathfrak{D}$ den Abstand zweier nächster gleichwerthiger Helligkeitscurven von einander, oder die Breite eines Helligkeitsbandes längs der y-Axe gemessen. Hieraus ersieht man, dass alle Helligkeitsbänder in der Richtung der y-Axe einerlei Breite haben, so lange man es mit 2 Platten aus demselben einaxigen Krystall, deren Oberflächen die gleiche Neigung zur optischen Axe haben, zu thun hat; zugleich aber geht auch aus der Gleichung (7. b) hervor, dass diese Breite sich ändert, wenn zwei andere Platten von der gleichen Dicke wie die vorigen aus demselben Krystall unter einerlei Neigung zur optischen Axe genommen werden, diese Neigung bei den jetzigen Platten jedoch eine andere als bei den vorigen ist. Sucht man nach den Regeln der Differentialrechnung den auch in $m^2$ enthaltenen Werth von a auf, für welchen die Breite der Bänder, nämlich $\mathfrak{D}' - \mathfrak{D}$ einen kleinsten Werth annimmt, so findet man diesen Umstand da eintretend, wo $tg.\, a = \frac{v'}{v''}$ wird, sonach, weil in allen bekannten einaxigen Krystallen $v'$ und $v''$ nur sehr wenig von einander verschiedene Werthe haben, nahezu in solchen Platten, deren Oberflächen man eine Neigung von 45° zur optischen Axe gegeben hat.

Man kann der Gleichung (7. a), weil $m^2 = v''^2 \sin^2 .\, a + v'^2 \cos^2 .\, a$ und in Folge $m^2 - v'^2 = (v''^2 - v'^2) \sin^2 .\, a$ ist, auch die einfachere Gestalt geben:

$$E = \frac{r\, m}{v''^2} \, \frac{\sin .\, 2a}{\sin^2 .\, a .\, \sqrt{2}}$$

oder, weil $m^2$ stets zwischen $v''^2$ und $v'^2$ liegt, und also der absolute Werth von m nie viel von dem $v''$ abweichen kann, mit grosser Annäherung an die volle Wahrheit auch schreiben:

$$E = \frac{r \sqrt{2}}{v''} \cot .\, a ,$$

aus welcher Gleichung sich ersehen lässt, dass die im Gesichtsfelde wahrnehmbaren Schenkel der Hyperbeln am weitesten von deren Mittelpunkte abliegen, und darum am meisten die geradlinige Form annehmen werden in solchen Platten, welche das kleinste a besitzen, d. h. deren optische Axen am wenigsten von der senkrechten Lage zu ihren Oberflächen abweichen, und aus der Gleichung (7. b) lässt sich leicht entnehmen, dass die Breite der Helligkeitsbänder von da ab, wo sie die kleinste ist, stets zunimmt, je mehr sich diese der geradlinigen Gestalt nähern.

XLI. Wir werden zu dem Beispiele der vorigen Ziffer noch Einiges die Beleuchtungsweise des bei ihm sich zeigenden Bildes betreffend, beifügen, weil wir dabei Gelegenheit erhalten, einige Eigenthümlichkeiten dieser Beleuchtung des Nähern zu besprechen. Die Stärke der Beleuchtung der in diesem Bilde wahrnehmbaren Stellen wird durch die Gleichung (1.) der vorigen Ziffer gegeben, und ist für $\omega_0 = +90^0$: *)

$$\mathrm{A}^2 = \mathfrak{A}^2 [\cos^2. A - \sin. 2\omega_1 \sin. 2\omega_2 \cos. \chi''_1 \cos. \chi'_2 \sin^2. \pi(\Theta' - \Theta)]. \quad (1.\ a)$$

Setzt man in dieser Gleichung für $\omega_2$ seinen aus der in Ziffer XXXVII. stehenden Gleichung (2. c) entnommenen Werth

$A - \omega'_0 - \omega_1$, nämlich $\omega_2 = A - 90^0 - \omega_1$, weil hier $\omega_0 = 90^0$ ist, so ergiebt sich

$$\sin. 2\omega_2 = \sin. [2(A - \omega_1) - 180^0] = -\sin. 2(A - \omega_1);$$

und es geht hierdurch die Gleichung (1. a) über in:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{A}^2 &= \mathfrak{A}^2 . \cos^2. A \\ &+ \mathfrak{A}^2 \sin. 2\omega_1 \sin. 2(A - \omega_1) \cos. \chi''_1 \cos. \chi'_2 \sin^2. \pi(\Theta' - \Theta), \end{aligned}\right\} \quad (1.\ b)$$

---

*) Gienge man von dem Falle $\omega_0 = -90^0$ aus, so würden sich alle vor dem mit $\sin^2. \pi(\Theta' - \Theta)$ oder $\sin^2. \pi\eta$ stehenden Vorzeichen in den folgenden Gleichungen umkehren; dadurch würden aber diese Gleichungen selber sich nicht ändern, nur die Beziehung der denen (2. b) und (2. c) analogen Gleichungen zu den ungeraden und geraden Sectoren, von denen etwas später die Rede ist, würde sich umkehren.

welche Gleichung nun ganz analog ist der in der ersten Hälfte für eine einzige Platte erhaltenen, und, wenn man $\Theta' - \Theta$ in der Form $\mathfrak{a} + \eta$ schreibt, worin $\mathfrak{a}$ irgend eine ganze Zahl, $\eta$ hingegen irgend einen echten Bruch vorstellt, die nachstehende Form annimmt:

$$(1.\ c)\quad \mathrm{A}^2 = \mathfrak{A}^2\,[\cos^2.A + \sin.2\omega_1\,\sin.2\,(\mathrm{A} - \omega_1)\cos.\chi''_1\,\cos.\chi'_2\,\sin^2.\pi\eta].$$

Macht man $A = \frac{1}{4}\pi$, d. h. stellt man die beiden Polarisationsebenen des Apparats unter einem halben rechten Winkel gegen einander, so wird $2\,(A - \omega_1) = \frac{1}{2}\pi - 2\omega_1$, und in Folge

$\sin.2\,(A - \omega_1) = \cos.2\omega_1$, weshalb die Gleichung (1. c) wird:

$$(2.\ a)\qquad \mathrm{A}^2 = \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^2\,(1 + \sin.4\omega_1\,\cos.\chi''_1\,\cos.\chi'_2\,\sin^2.\pi\eta).$$

Diese Gleichung liefert in allen jenen Ziffer XXXVII. besprochenen Fällen, wo sehr nahe $\cos.\chi''_1\,\cos.\chi'_2 = 1$ ist, für $\mathrm{A}^2$ einen grössten Werth, der sehr nahe

$$(2.\ b)\qquad \mathrm{A}^2 = \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^2\,(1 + \sin^2.\pi\eta)$$

ist in allen den Stellungen der vereinigten Platten zwischen den beiden Polarisationsebenen, wobei $\sin.4\omega_1 = +1$ ist, also jedesmal da, wo $\omega_1$ einen der Werthe: $\frac{1}{8}\pi$, $\frac{5}{8}\pi$, $\frac{9}{8}\pi$, $\frac{13}{8}\pi$ annimmt; hingegen nimmt $\mathrm{A}^2$ einen kleinsten Werth an, der sehr nahe

$$(2.\ c)\qquad \mathrm{A}^2 = \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^2\,(1 - \sin^2.\pi\eta)$$

ist bei allen den Stellungen der hier behandelten fest unter sich verbundenen beiden Platten zwischen den zwei Polarisationsebenen, wobei $\sin.4\omega_1 = -1$ ist, also jedesmal da, wo $\omega_1$ einen der Werthe: $\frac{3}{8}\pi$, $\frac{7}{8}\pi$, $\frac{11}{8}\pi$, $\frac{15}{8}\pi$ erhält. Theilt man diesemnach von der vordern Polarisationsebene ausgehend das ganze Gesichtsfeld in acht gleiche Sectoren und zählt man diese Sectoren von der genannten Polarisationsebene ab in der positiven Richtung der Winkelebenen, so wird die in den vereinigten Krystallplatten sich zeigende Figur am meisten Licht besitzen, wenn die Hauptnormalebene der ersten Platte mitten in einen der ungeraden Sectoren hinein fällt; hingegen wird dieses Bild am wenigsten Licht in sich enthalten, wenn gedachte Hauptnormalebene mitten in einen der geraden Sectoren hinein fällt. Und offenbar kann man die Stellung der unter sich verbundenen Platten eben so gut auch auf die Mittelrichtung zwischen den Hauptnormalebenen der beiden Platten beziehen, nur erhält dann das Bild am wenigsten Licht, wenn diese Mittelrichtung mitten in einem der ungeraden Sectoren liegt, und am meisten, wenn sie mitten in einem der geraden Sectoren liegt, wie schon daraus erhellet, dass die Mittelrichtung genau um einen dieser Sectoren von jeder der beiden Polarisationsebenen abliegt.

An diesen Unterschied im Lichtreichthum der Interferenzbilder je nach der Stellung der rechtwinklig gekreuzten Platten zwischen den unter 45° gegen einander geneigten Polarisationsebenen knüpft sich eine andere Eigenthümlichkeit der beiderlei Helligkeitsbilder an, die sich aus folgenden Betrachtungen entnehmen lässt. Man kann nämlich den Gleichungen (2. b) und (2. c) die andere Form geben:

$$A^2 = \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^2 + \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^2 \sin^2.\pi\eta \text{ und } A^2 = \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^2 - \tfrac{1}{2}\mathfrak{A}^2 \sin^2.\pi\eta \quad (2.\ d)$$

und sich leicht überzeugen, dass der Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2 \sin^2.\pi\eta$ in der vordern von diesen beiden Helligkeiten die hintere zu $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ ergänzen würde, wenn er für sich allein vorhanden wäre; dieser Theil aber nimmt, während $\eta$ alle Werthe zwischen o und $\pm 1$ durchläuft, alle Helligkeiten von o bis $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ und von da wieder zurück bis zu o hin an, und die hintere der Helligkeiten (2. d) nimmt, während $\eta$ die gleichen Werthe durchläuft, successive dieselben Stärken an wie der Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2 \sin^2.\pi\eta$ nur in umgelegter Ordnung, indem sie von $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ ausgeht, bis zu o hinsinkt und von da wieder bis zu $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ hin ansteigt. Hieraus nun folgt, dass von der vordern Helligkeit (2. d) blos der Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2 \sin^2.\pi\eta$ die zur Entstehung von Lichtfiguren erforderliche Ungleichheit der Beleuchtung hergiebt, während ihr anderer Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ keinen andern Einfluss übt, als dass er die im vorigen Theile enthaltenen ungleichen Helligkeiten jede um gleich viel vermehrt, während die hintern Helligkeiten (2. d), die von o bis zu $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ hin, alle Werthe in sich enthalten, keinen solchen gemeinschaftlichen Bestandtheil aufzuweisen vermögen. Aus diesem Grunde tritt die aus den hintern Helligkeiten (2. d) hervorgehende Figur, trotz ihrer grössern Lichtarmuth, doch mit grösserer Lebhaftigkeit hervor, als die aus den vordern Helligkeiten (2. d) hervorgehende Figur, denn der Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ in letzterer trägt nicht nur nichts zur stärkeren Hervorhebung der aus ihrem andern Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2 \sin^2.\pi\eta$ entspringenden Figur bei, sondern im Gegentheile er vermindert deren Deutlichkeit, indem er sie allerwärts mit einem gleichförmigen Lichte gleichsam übertüncht und dadurch den Gegensatz zwischen Hell und Dunkel in ihr um so mehr in den Hintergrund zurückdrängt, je mehr er selber im Vergleich zu der im Bilde herrschenden Ungleichheit der Beleuchtung beträgt. Wir werden bei der nun folgenden näheren Besprechung dieses Punktes den bildschwächenden Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2$ der vordern Helligkeiten (2. d) durch M, den bildgebenden Theil $\frac{1}{2}\mathfrak{A}^2 \sin^2.\pi\eta$ derselben Helligkeiten durch N, so wie die durchweg bildgebenden hintern Helligkeiten (2. d) durch P bezeichnen.

Nehmen wir nun zuvörderst an, dass homogenes Licht, d. h. solches, dessen Wellen sämmtlich einerlei Länge besitzen, zum Versuche diene; dann enthalten die drei Theile M, N, P sämmtlich ein und dasselbe Licht in sich, die Theile N und P an verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes in veränderlicher Stärke, der Theil M hingegen an allen Stellen in gleicher Stärke, die aus N hervorgehende Figur mit ihrem eigenen Lichte von der grössten in ihr vorhandenen Stärke gleichförmig überziehend. Während also die Bänder der in P enthaltenen Figur vom tiefsten Dunkel bis zu Licht von gewisser Stärke zunehmen, und von da wieder bis in's tiefste Dunkel zurückgehen, gehen die Bänder der aus den Theilen M und N entspringenden Figur von der doppelten

Lichtstärke bis zur einfachen über und von da wieder in die doppelte zurück, welche Unterschiede, obgleich an sich gleich gross, doch dem Auge nicht mit derselben Gewalt entgegentreten, indem der Eindruck auf's Auge mehr von dem geometrischen Verhältniss der Extreme als von ihrem arithmetischen abzuhängen scheint. So in der That stellen sich die Helligkeitsbänder in den beiderlei Stellungen unserer rechtwinklig gekreuzten Platten zwischen den unter 45° gegen einander geneigten Polarisationsebenen dem Auge im homogenen Lichte entgegen.

Nehmen wir aber zweitens an, das ankommende Licht sei aus zwei verschiedenen homogenen Lichtern zusammengesetzt, so wird von jedem derselben alles das gelten, was so eben von einem solchen Lichte ausgesagt worden ist. Beide liefern ihre aus den Theilen N und P hervorgehende Figuren in ihrer eigenen Farbe, von denen sich die erstere noch mit Licht von derselben Farbe überzieht. Die einem gegebenen Werthe von $\eta$ entsprechende Lichtstärke in jedem dieser beiden Bilder ist der Menge des auf die Platte fallenden Lichtes von jeder Art, nämlich $\mathfrak{A}^2$, proportional, wie die Gleichungen (2. d) sogleich zu erkennen geben; sie stehen daher in beiden Figuren in einem constanten Verhältnisse zu einander, in demselben nämlich, in welchem die beiden homogenen Lichter unter sich vermengt auf die Platten fallen. Die Dimensionen der aus den beiden Lichtern in den Platten erzeugten Figuren aber ändern sich mit der Art des auffallenden homogenen Lichtes ab, wie sich ohne Mühe aus der Gleichung (6.) in Ziffer LX. entnehmen lässt, wenn man sich erinnert, dass T die Dicke der Platten in den Wellenlängen $v$ gemessen vorstellt, und dass dem gemäss $\frac{v}{T}$ seinen Werth mit $v$ zugleich abändert. Eine Folge dieser Ungleichheit in den Dimensionen der zu verschiedenem homogenen Lichte gehörigen Figuren ist aber die, dass die verschiedenen Farben der übereinander liegenden beiden Bilder sich in mannigfaltigen Verhältnissen unter einander vermischen und alle Mitteltinten zwischen den beiden Farben erzeugen, wodurch eine Mannigfaltigkeit in die jetzige Erscheinung eingeführt wird, die indessen in der aus M und N hervorgehenden Figur geringer ist, als in der aus P erzeugten, weil jene allerwärts mit dem Theile M des auf die Platten fallenden Lichtes gleichmässig überzogen ist.

Fassen wir endlich den Fall in's Auge, wo weisses, aus den verschiedensten homogenen Lichtern in bestimmten Verhältnissen zusammengesetztes Licht zu den Versuchen dient, so gilt von den in unsern über einander liegenden Platten erzeugten Bildern erstlich wieder alles das, was in Ziffer XXIV. von dem Bilde einer einzigen Platte ausgesagt worden ist und zwar aus dem gleichen Grunde. Es zeigen sich in unsern über einander liegenden und rechtwinklig gekreuzten Platten bei Anwendung vom gewöhnlichen Tageslichte nothwendig prismatisch gefärbte Bänder, jedoch in beschränkter Anzahl, weil $\Theta' - \Theta$ in der Gleichung (6.) der Ziffer XL. Werthe von jeglicher Kleinheit annehmen kann, und hieraus die Entstehung von Streifen im Weisslicht ganz eben so hergeleitet werden kann, wie es in Ziffer XXIV. in Bezug auf eine einzige Platte, deren optische Axe senkrecht auf ihren Oberflächen steht, geschehen ist. Haben bei diesen Versuchen die beiden Polarisationsebenen eine Neigung von 45$^0$ gegen einander, so treten in den beiderlei Lagen der Platten zwischen ihnen, die weiter oben hervorgehoben worden sind, und in denen die Intensitätsgleichungen (1. a) und (1. b) sich bilden, Unterschiede ein, die sich aus dem bisher Gesagten leicht erkennen lassen, welche Unterschiede sich überall in zwei solchen Lagen zeigen, wo die Intensitätsgleichung zweierlei den eben angezeigten (2. d) analoge Formen liefert. Jedes im Weisslicht enthaltene homogene Licht überzieht im Bilde der grössten Helligkeit das ganze Gesichtsfeld gleichförmig mit einem seiner auffallenden Menge proportionalen Lichtantheile, daher überdecken sämmtliche im Weisslicht enthaltenen homogenen Lichter das Gesichtsfeld mit Antheilen, die unter sich in denselben Verhältnissen zu einander stehen, wie im Weisslicht selber, und aus diesem

Grunde ihrerseits wieder zu Weisslicht zusammen treten; in dem Bilde der geringsten Helligkeit hingegen finden dergleichen Ueberzüge nicht statt. Jene Ueberzüge aber machen das hellere Bild in dem Grade unbestimmter und matter als das dunklere, dass man sich bei jeder Wiederholung des Versuches unwillkührlich und trotz der gewonnenen Einsicht in die Sache immer wieder auf's Neue in Erstaunen gesetzt fühlt. Der hier besprochene ungeheure Abstand in der Schärfe der Bilder bei den zweierlei Lagen der Hauptnormalebenen lässt sich schon in einer einzigen Platte beobachten, deren optische Axe senkrecht auf ihren Oberflächen steht, wenn die Polarisationsebenen des Apparats einen Winkel von 45° mit einander machen, und zwar noch besser als in zwei Platten, weil hier die mit einander zu vergleichenden Bilder neben einander gleichzeitig zum Auge gelangen, wodurch ihre Vergleichung gar sehr erleichtert wird. Ich mache diesen Betrachtungen ein Ende nicht aus Mangel an Stoff, sondern wegen der dieser Arbeit gesteckten Grenzen. Auch sage ich gar nichts in gedachter Beziehung von zwei Platten, die sich unter den in Ziffer XX. angeführten besondern Umständen befinden, weil hierbei gar zu geringe Schwierigkeiten zu überwinden sind.

XLII. In allen vorstehenden Beispielen wurde unaufhörlich angenommen, dass die beiden Platten aus einerlei Krystall unter gleicher Schiefe ihrer Oberflächen zur optischen Axe heraus geholt worden seien, wodurch wir eben zum Gebrauche der beschränkteren Gleichungen (2. a) und (2. b) in Ziffer XXXVIII. und den folgenden berechtigt worden sind. Hat man es mit zwei Platten zu thun, die aus verschiedenen einaxigen Krystallen hergenommen worden sind, oder deren Oberflächen in beiden ungleiche Neigungen zur optischen Axe erhalten haben, so muss man sich der Gleichungen (2. a) in Ziffer XXVIII. bedienen, welche dann in gleicher Weise, wenn schon mittelst etwas zusammengesetzterer Rechnungsformeln zu dem gewünschten Ziele führen, so dass es der gegenwärtigen Abhandlung gelungen ist, *alle Erscheinungen* *in einer oder in zwei völlig beliebig über einander liegenden einaxigen Krystallplatten, (diese Platten mögen gleich dick seyn oder nicht, und aus einerlei oder verschiedenen Krystallen unter gleicher oder wechselnder Schiefe ihrer optischen Axe zu ihren Oberflächen genommen worden seyn, wenn nur die Oberflächen einer jeden unter sich parallel sind) einer genauen und vollständigen Erklärung unterwerfen und einer völlig bestimmten Antwort entgegen sehen zu können.* Allerdings dürfen die Gleichungen der Ziffer XXXVII. nicht mehr benützt werden, so wie bei dem Versuche Einfallswinkel sich geltend machen, die nicht beträchtlich kleiner sind, als die, welche die optischen Axen der Platten mit den Normalen zu ihren Oberflächen machen; in diesem Falle indessen hat man zu jenen allgemeineren Gleichungen seine Zuflucht zu nehmen, aus denen die der Ziffer XXXVII. hervorgegangen sind, und die selber wieder in dem gegenwärtigen Falle einer beträchtlichen Vereinfachung fähig sind. Um ein Beispiel von der grossen Gelenkigkeit unserer allgemeinen Gleichungen in der Beantwortung von sehr weit ausgreifenden Fragen zu geben, legen wir uns die folgende Aufgabe zur Lösung vor:

*Alle möglichen Fälle anzugeben, wie aus jedem von zwei beliebig vorgelegten einaxigen Krystallen eine Platte herausgeschnitten werden kann, dass beide Platten in bestimmter Weise über einander gelegt ein System von concentrischen Mittelpunktscurven sehen lassen, dessen Centrum in der Mitte des Gesichtsfeldes liegt.*

Zur Lösung dieser Aufgabe dienen unmittelbar die Gleichungen (2. c) der Ziffer XXVIII. oder noch besser die aus den dortigen beiden (1. a) und (1. c) durch Addition und Subtraction gezogenen:

$$\begin{aligned}(\Theta' \pm \Theta)\, v = \mathrm{C'T'} \pm \mathrm{CT} + \sin. i\, (\mathrm{D'T'} \cos. \omega' \pm \mathrm{DT} \cos. \omega) \\ + \sin^2. i\, (\mathrm{B'T'} \sin^2. \omega' \pm \mathrm{BT} \sin^2. \omega + \mathrm{A'T'} \cos^2. \omega' \pm \mathrm{AT} \cos^2. \omega),\end{aligned}$$

aus denen sich sogleich ersehen lässt, dass das verlangte System dem Auge entgegentreten muss jedesmal, wenn

$$D'T' \cos.\omega' \pm DT \cos.\omega = o \qquad (1.\ a)$$

ist, welche Bedingung sonach die allgemeinste, wenn schon noch etwas räthselhafte Beantwortung der uns vorgelegten Frage in sich trägt.

Um uns über den Sinn der durch die Gleichung (1. a) gegebenen Antwort in's Klare zu bringen, müssen wir bedenken, dass $\omega' = \omega - \omega_0$ ist, wenn $\omega_0$ den Winkel vorstellt, unter welchem die Hauptnormalebenen der beiden Platten gegen einander gestellt werden, als positive oder negative Grösse, je nachdem $\omega'$ kleiner oder grösser als $\omega$ ist; es ist diesem nach

$$\cos.\omega' = \cos.\omega . \cos.\omega_0 + \sin.\omega . \sin.\omega_0$$

und hiernach verwandelt sich die Gleichung (1. a) in:

$$D'T' \sin.\omega_0 \sin.\omega + (D'T' \cos.\omega_0 \pm DT) \cos.\omega = o$$

und diese kann nur für jeglichen Werth von $\omega$, d. h. an allen Stellen des Gesichtsfeldes Bestand haben, wenn sowohl

$$D'T' \sin.\omega_0 = o \text{ als } D'T' \cos.\omega_0 \pm DT = o$$

ist. In Folge der ersten von diesen beiden Bedingungen muss aber entweder $D' = o$ oder $\sin.\omega_0 = o$ seyn. Ist erstens $D' = o$, so muss in Folge der zweiten Bedingung auch $D = o$ seyn, d. h. es müssten beide Platten jede für sich schon ein System von der verlangten Art liefern, welchen Fall wir als für sich verständlich auf der Seite liegen lassen werden; ist aber zweitens $\sin.\omega_0 = o$, so zieht diess $\omega_0 = o$ oder $\omega_0 = 180^0$ nach sich, und aus $\omega_0 = o$ folgt $\cos.\omega_0 = +1$, so wie aus $\omega_0 = 180^0$ folgt $\cos.\omega_0 = -1$, wodurch die zweite Bedingung im ersten Falle

$$D'T' \pm DT = o, \text{ im andern Falle } -D'T' \pm DT = o$$

wird, welche beide jedoch nicht wesentlich von einander verschieden sind, indem diese doppelte Bedingung im Grunde nichts anders sagt, als dass unter übrigens gleichen Umständen eines der Glieder D'T' und

DT oder eine der Grössen D' und D sein Vorzeichen umkehren muss, wenn man von dem Falle, wo $\omega_0 = o$ ist, zu dem Falle, wo $\omega_0 = 180^\circ$ ist, übergehen will. Hiernach enthält die Bedingung (1. a), recht verstanden, die beiden andern in sich, erstlich:

(1. b) $$\omega_0 = o \text{ oder } \omega_0 = 180^\circ,$$

oder mit Worten: „die Hauptnormalebenen der beiden Platten in einander und entweder gleichläufig oder gegenläufig“, zweitens

(1. c) $$D'T' \pm DT = o$$

oder mit Worten: „die Dicken der beiden Platten den absoluten Werthen der Coefficienten D und D' umgekehrt proportional“,

und in den Gleichungen (1. b) und (1. c) ist eine vollkommen klare Deutung der in (1. a) gegebenen Antwort enthalten.

Wir können indessen die erhaltene klare Antwort doch noch mehr in's Besondere ziehen, wenn wir erwägen, dass nach Aussage der in Ziffer XXVIII. enthaltenen Gleichungen

$$D = \frac{1}{2} \frac{v''^2 - v'^2}{m^2} \sin. 2a,$$

oder weil man $m^2 = v''^2 \sin^2. a + v'^2 \cos^2. a$ und $\frac{1}{2} \sin. 2a = \sin. a . \cos. a$ setzen kann,

$$D = \frac{v''^2 - v'^2}{v''^2 \, \mathrm{tg.}\, a + v'^2 \cot. a}$$

ist, wofür man auch, wenn man der Einfachheit halber

$$v''^2 - v'^2 = \Delta \text{ und } v''^2 \, \mathrm{tg.}\, a + v''^2 \cot. a = \Sigma$$

setzt, schreiben kann:

$$D = \frac{\Delta}{\Sigma}. ^{*)}$$

---

*) Diese Form von D zeigt an, dass das Vorzeichen dieses Coefficienten in das entgegengesetzte überspringt, wenn entweder $\Delta = v''^2 - v'^2$ sein

Eben so findet man:

$$D' = \frac{\Delta'}{\Sigma'},$$

wenn $\Delta'$ und $\Sigma'$ dieselbe Bedeutung in Bezug auf die zweite Platte haben, wie $\Delta$ und $\Sigma$ in Bezug auf die erste Platte, und bei diesen Formen von D und D' verwandelt sich die Bedingung (1. c) in:

$$\frac{\Delta'}{\Sigma'} T' \pm \frac{\Delta}{\Sigma} T = 0. \qquad (1.\ d)$$

Zum Bestehen dieser Bedingung ist erforderlich, dass deren beide Theile $\frac{\Delta'}{\Sigma'} T'$ und $\pm \frac{\Delta}{\Sigma} T$ Zahlen von derselben Grösse aber mit entgegengesetzten Vorzeichen seien, und da dieser letztern Anforderung stets durch eine geeignete Wahl des Vorzeichens von einem der beiden Coefficienten $\frac{\Delta}{\Sigma}$ und $\frac{\Delta'}{\Sigma'}$ entsprochen werden kann, so hat man auf weiter nichts zu sehen, als dass jene beiden Theile einerlei absolute Werthe besitzen, oder dass

$$\frac{\Delta'^2}{\Sigma'^2} T'^2 = \frac{\Delta^2}{\Sigma^2} T^2 \qquad (2.\ a)$$

sei. Man sicht hieraus, dass unsere Aufgabe sogar dann noch lösungsfähig ist, wenn gleich $\Delta$ und $\Sigma$ sowohl wie $\Delta'$ und $\Sigma'$ völlig gegebene Grössen sind, d. h. wenn für jede Platte der Krystall, aus dem sie geschnitten werden soll, und die Schiefe, unter dem diess zu geschehen hat, besonders vorgeschrieben wird, weil man dann doch noch durch das Verhältniss der Dicken beider Platten die Bedingung (2. a) erfüllen kann. Hat man zwei aus demselben Krystall und unter gleicher Schiefe zur

---

Vorzeichen ändert, d. h. wenn ein positiver Krystall durch einen negativen ersetzt wird und umgekehrt, oder wenn $\Sigma = v''^2$ tg. a $+ v'^2$ cotg. a sein Vorzeichen ändert, d. h. wenn a aus dem spitzen in den stumpfen Zustand übergeht und umgekehrt, was einer Umkehrung der bezüglichen Platte entspricht. Hierbei ist jedoch die zu Ende der Ziffer XXXIX. angezeigte Erfahrung nicht ausser Acht zu lassen, wornach der Quarz eine Ausnahme macht.

optischen Axe geschnittene Platten, so wird in diesen $\varDelta' = \varDelta$ und $\Sigma' = \Sigma$, und deswegen geht in diesem Falle die Bedingung (2. a) über in:

(2. b) $T' = T$.

Bei Platten also, welche aus einerlei einaxigem Krystall unter gleicher Schiefe zur optischen Axe geschnitten worden sind, wird zum Hervorbringen eines um die Mitte des Gesichtsfeldes herumliegenden Systems von Mittelpunktscurven nichts weiter verlangt, als dass sie gleich dick seien und dass deren Hauptnormalebenen mit einander parallel laufen. Diese letztere ausnehmend in's Besondere gezogene Auflösung unserer Aufgabe kommt mit jener überein, welche in Ziffer XXXIX. durch die dortige Gleichung (2. b) erhalten worden ist.

Die vielen in den Bedingungen (1. a) oder (1. c) der freien Wahl überlassenen Grössen gestatten es, die vorgelegte und ähnliche Aufgaben noch mit einer Menge von weitern Bestimmungen zu versehen. So z. B. kann bei unserer jetzigen Aufgabe die Art der sich zeigenden Mittelpunktscurven und das Verhältniss ihrer Parameter, ja unter Umständen sogar deren Grösse und noch manche andere Eigenschaft des entstehenden Bildes bedingt werden. Weil indessen solche Verwickelungen der Aufgabe nothwendig auch zusammengesetztere Rechnungsformeln nach sich ziehen, so halte ich es für gerathener, deren Behandlung dem Leser selbst anheim zu stellen. Aus dem gleichen Grunde betrachte ich auch nicht drei oder mehr über einander liegende Platten, wiewohl sich die hierfür gültigen Gleichungen in ganz gleicher Weise wie für zwei Platten erhalten lassen. Eine kurze Umschau in dieser Beziehung zeigte mir, dass bei mehr als zwei Platten statt der Gleichung (2.) in Ziffer XXXVI. eine andere eintritt, die innerhalb der eckigen Klammern dasselbe erste Glied und analoge folgende Glieder besitzt; die Zahl dieser folgenden Glieder und damit die Anzahl der in den über einander liegenden Platten sich möglicherweise zeigenden Bilder aber wächst in einer ausserordentlich rasch ansteigenden Proportion. Ich glaube bemerkt zu haben, dass wenn über eine Platte, die bekanntlich nur ein Bild giebt, eine zweite gelegt wird, diese zu 3 Bildern mehr Veranlassung giebt; wird über diese zwei Platten noch eine dritte gelegt, so giebt diese zu 9 oder $3^2$ Bildern mehr Veranlassung; eine vierte über diese drei gelegte Platte kann 27 oder $3^3$ Bilder mehr erzeugen und so fort, so dass in n über einander gelegten Platten möglicherweise $\frac{1}{2}(3^n-1)$ Bilder entstehen zu können scheinen. Diese Zahl der Bilder kann sich jedoch dadurch sehr vermindern, dass ein Theil davon ganz und gar verschwindet aus Ursachen, wie sie in den oben gegebenen Beispielen vorhanden waren, oder weil manches von den Bildern zu weit über das Gesichtsfeld hinausrückt, um darin noch wahrgenommen werden zu können, selbst wenn zu den Versuchen sogenanntes homogenes Licht genommen wird, das doch nie vollkommen homogen ist. Diese überaus grosse Bilderzahl bei einer beträchtlichen Anzahl von Platten bewog mich, von dergleichen Untersuchungen schnell wieder abzustehen, um meine Leser nicht dadurch zu ermüden. Dagegen glaube ich dem Wunsche manchen Lesers zu entsprechen und in seinem Interesse zu handeln, wenn ich Versuche beifüge, wodurch ausser Zweifel gestellt wird, dass viele Erscheinungen in Krystallplatten durch die frühern minder streng gehaltenen Rechnungen ganz und gar nicht erklärt werden können.

## Anhang zu der vorstehenden Abhandlung,

*worin der experimentelle Nachweis geliefert wird, dass die aus unserer Abhandlung hervorgegangenen Besonderheiten an den Erscheinungen in Krystallplatten in der Erfahrung auch wirklich begründet sind.*

Obgleich unsere Erklärung der in einaxigen Krystallen wahrnehmbaren Interferenz-Erscheinungen sich strenge an die von Fresnel aufgestellten und allgemein angenommenen Grundsätze der Lichtwellenlehre, und an die schon von Huyghens erkannte Wirkungsweise der doppeltbrechenden einaxigen Krystalle angeschlossen hat, so ist sie doch überall berichtigend und ergänzend vorwärts geschritten, und es haben sich dabei theils neue Gesichtspunkte, theils neue Thatsachen in grosser Menge herausgestellt, was eine Folge der grössern Vollständigkeit und Allgemeinheit unserer Darstellungsweise, so wie der geschlossenen Aufeinanderfolge aller einzelnen Betrachtungen zu seyn scheint. So wie aber jede Vervollkommnung der Theorie immer wieder neue Anforderungen an die Beobachtungen macht, so hat auch die vorliegende Behandlung neue Anhaltspunkte in der Erfahrung dringend nöthig, desshalb beschloss ich in dieser Beziehung vorläufig zu thun, was die Umstände mir gerade gestatten wollten.

Der in Ziffer XL. enthaltene Satz, wornach in zwei rechtwinklig gekreuzten Platten von gleicher Dicke, welche aus einerlei Krystall unter gleicher Neigung zur optischen Axe geschnitten worden sind, unter allen Umständen immer Hyperbeln auferstehen können, überraschte mich anfänglich in dieser Allgemeinheit sehr, weil schon die bekannte, in unter 45⁰ geschnittenen Platten sich gebende Erscheinung ihm Hohn zu sprechen schien. Als ich aber diese sogenannten geradlinigen Streifen mit mehr Aufmerksamkeit betrachtete, konnte ich mich recht gut von deren Hyperbelform überzeugen. Ist man im Besitze einer optischen

Zange von einem einigermassen grossen Gesichtsfelde, und hält man diese, zwischen welcher die unter 45° geschnittenen und gekreuzten Platten eine solche Lage erhalten haben, dass sie im Tageslichte ihre Streifen möglichst lebhaft erscheinen lassen, so in der Hand, dass der mittlere in einer lothrechten Stellung vor den Augen liegt; neigt man die Zange sodann dergestalt von einer Seite zur andern, dass jener mittlere Streifen dabei stets seine lothrechte Lage möglichst genau beibehält, so kann man sich ohne grosse Mühe und mit voller Sicherheit überzeugen, dass die im Gesichtsfelde sichtbaren Streifen, während man sie mittelst des Neigens der Zange von ihrem einen äussersten Ende bis zum andern verfolgt, nach der einen Seite hin sich fortwährend weiter von einander entfernen, und gleichzeitig wird man gewahr, wie die neben dem mittelsten liegenden Streifen sich von diesem zu beiden Seiten in entgegengesetzter Richtung stets mehr und mehr abwenden *); dieses Auftreten der Erscheinung ist aber mit keiner andern als der Hyperbelkrümmung vereinbar. Selbst bei Platten, deren Oberflächen sich mehr der senkrechten Lage zur optischen Axe nähern, als diese thun, wenn es nur nicht in dem Maasse der Fall ist, dass schon jede einzelne Platte im gewöhnlichen Tageslichte ihre Interferenzfigur sehen lässt, ist die Hyperbelkrümmung auf die angezeigte Weise noch ganz gut zu erkennen.

Unter den möglichen Interferenzfiguren zogen insbesondere jene meine Aufmerksamkeit an sich, die nur bei einem völlig bestimmten Schnitt der Platten, ausserdem nicht, entstehen und daher zufällig wohl

---

*) Man erhält auf obige Weise denselben Eindruck, wie ihn die Figur 10 der Kupfertafel V. in dem in der Vorerinnerung angezogenen Supplementbande zu Poggendorfs Annalen giebt; nur ist die Eigenthümlichkeit der Figur hier weit minder ausgesprochen und darum ein Neigen der Zange von einer Seite zur andern zu deren sicherer Wahrnehmung erforderlich.

nie zur vollkommenen Wahrnehmung gelangen können. Dahin gehört bei einer einzigen Platte die Parabelkrümmung, und um diese darzustellen liess ich mir aus Bergkrystall Platten anfertigen, deren Oberflächen eine Neigung von 35° 10′ zur optischen Axe hatten, und andere aus Kalkspath, in denen dieser Winkel 36° 44′ betrug, welche Winkel mir die Rechnung als zur Entstehung von Parabeln erforderlich in diesen beiden Mineralien angezeigt hatte. Als ich diese Platten zwischen der optischen Zange im homogenen Lichte untersuchte, fand ich sowohl in denen aus Bergkrystall wie in denen aus Kalkspath *krummlinige* Bänder, welche, so weit ich sie auch nach den Grenzen des Gesichtsfeldes hin verfolgen mochte, überall den gleichen gegenseitigen Abstand von einander behaupteten *), was ohne scharfe Messung das sicherste Kennzeichen für das Dasein der Parabeln ist. Diese krummlinigen Bänder wurden zwar im Bergkrystall von scheinbar geradlinigen durchschnitten, welche aber nur die individuelle Natur des auch in vielen andern Beziehungen sich auszeichnenden Minerals angehen, und in ähnlicher Weise auch bei jenem System von Ellipsen, von welchem unsere Abhandlung ausgieng, sich sehen lassen. Solche Parabeln machen im ersten Augenblick oft denselben Eindruck auf's Auge, wie jene eben besprochenen geradlinigen Helligkeitscurven. die in unter 45° geschnittenen gleich dicken Platten im homogenen Licht entstehen, nur dass das Krummsein der Parabeln dem Auge leicht und entschieden entgegen tritt, während es sich bei den sogenannten geradlinigen Streifen nur mit Mühe und dann noch in anderer Art erkennen lässt.

In zwei gleich dicken, aus einerlei Krystall unter gleichen Winkeln zur optischen Axe geschnittenen Platten sind es die wahrhaft geradlinigen Bänder, welche bei einem gegebenen Krystall eine völlig bestimmte Neigung der Oberflächen zur optischen Axe verlangen. Die Darstellung dieser geradlinigen Bänder in grosser Vollkommenheit setzt eine recht genaue Bearbeitung der Platten voraus, und um diess recht klar vor Augen zu legen, werde ich eine doppelte Menschlichkeit, die mir begegnet ist, zum Besten geben. Gleich anfangs, als ich die Möglichkeit der Entstehung von dergleichen wahrhaft geradlinigen Bändern aus den Rechnungsformeln zu erkennen anfieng, benützte ich zur Bestimmung des Schnitts, den die hierzu erforderlichen Platten erhalten müssen, die in Knochenhauers Undulationstheorie des Lichts pag. 193 mitgetheilte Gleichung, der einzigen mir bekannten, welche die dazu nöthige Allgemeinheit in sich trug, nachdem ich in ihr

---

*) Die Fig. 7 in Tafel V. des in der vorigen Note angezeigten Supplementbandes zn Poggendorffs Annalen giebt für die hier besprochene Erscheinung ein ziemlich getreues Abbild her.

$$\frac{A^2\varphi^2\cos^2.\omega}{(\pi^2A^2+\mu^2C^2)^{\frac{3}{2}}} \text{ an die Stelle von } \frac{A^2\varphi^2\cos^2.\omega}{\sqrt{(\pi^2A^2+\mu^2C^2)}}$$

gesetzt hatte, wie mir der Weg, auf dem sie erhalten worden war, zu verlangen schien. Die nach der so abgeänderten Gleichung berechneten Platten gaben indessen nicht die erwarteten geradlinigen Bänder, sondern deutlich ausgesprochene und noch ganz hübsche Ellipsen, wovon zweifelsohne der Grund darin zu suchen ist, dass dort zur Vereinfachung

$$\frac{A}{\sqrt{[1-(C-\frac{1}{2}C\varphi'^2+A\varphi'\cos.\omega)^2]}}=1$$

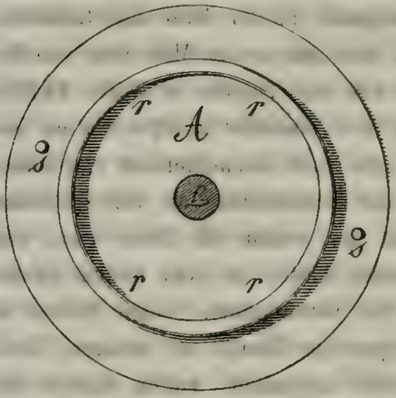
gesetzt worden ist, was allerdings (unter Umständen) zu einem Fehler von Belang Anlass geben kann, und mich im vorliegenden Falle zu einer Umarbeitung aller bis dahin bekannten Rechnungen dieser Art antrieb. Aber sogar als ich schon im Besitze der in Ziffer VII. mitgetheilten allgemeinen Gleichung (5.) war, spielte mir noch meine übertriebene Eilfertigkeit einen argen Streich. Ich hatte bei meiner Berechnung der Kalkspathplatten aus Versehen statt der wahren Werthe $v'$ und $v''$ die in 1 dividirten zu Grund gelegt, und fand in Folge dessen statt des eigentlichen Winkels a, welcher 53° 16′ ist, wie schon bei der Erzeugung von Parabeln angegeben worden ist, den 56° 12′. Die hiernach zubereiteten Platten liessen zwar, wenn man sie einzeln untersuchte, an den dann sich zeigenden Parabeln ihre Fehlerhaftigkeit nicht gleich beim ersten Blick erkennen, und als ich sie entgegengesetzt über einander legte, zeigten sich die in ihnen an der Weingeistflamme sichtbar werdenden, von der Mitte des Gesichtsfeldes entferntern Bänder zwar als fühlbar geradlinige, aber die der Mitte des Gesichtsfeldes zunächst liegenden flossen stellenweise, fast wie die innersten Jahre eines Holzes, in einander und nahmen dann den Anschein von sehr platt gedrückten, in sich zurücklaufenden Curven an. Aus der hier beschriebenen Unbestimmtheit der Formen in meinen Platten nahm ich Anlass, die Berechnung noch einmal vorzunehmen und den Irrthum, in welchen ich zuvor gerathen war, aufzufinden. Von da ab gaben sowohl Platten aus Kalkspath wie aus Bergkrystall, der Rechnung gemäss geschnitten, in völlig befriedigender Weise die zwar überaus empfindliche, aber gerade darum höchst schätzenswerthe Erscheinung.

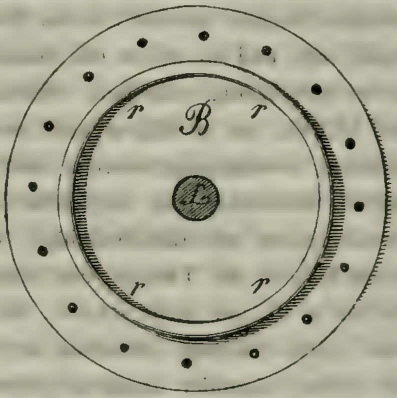
Insbesondere war ich begierig, den in *Ziffer* IX. angeregten Umstand durch die Erfahrung constatiren zu lassen, wornach die Helligkeit der Interferenzstreifen im Allgemeinen in verschiedenen Radien des Gesichtsfeldes sich successive abändert, wiewohl in dem Maasse weniger, je kleiner der grösste Einfallswinkel in Vergleich zu dem Winkel ist, den die optischen Axen der Platten mit den Normalen zu ihren Oberflächen machen. Aus diesem letztern Grunde durfte ich bei Platten, deren Oberflächen beträchtlich schief gegen die optische Axe gestellt waren, kaum hoffen, jene Abänderung festhalten zu können; weil indessen die Betrachtungen der *Ziffer* XXXI. mittelst der Gleichung (4. b) gezeigt hatten, dass in gekreuzt über einander gelegten Platten die Unterschiede zwischen F und $\omega' - \omega$ eine der ersten Potenz von $\frac{\sin. i}{\sin. a}$ proportionale Grösse annehmen, so wollte ich doch einem Versuche mit Platten, deren Oberflächen eine Neigung von 45° zur optischen Axe hatten, nicht aus blosser Furcht vor dessen Nichtgelingen ausweichen, und fand durch ihn jene Aussage der Rechnung besser noch, als ich es selber zu hoffen wagte, als eine Thatsache bestätigt. Stellte ich die rechtwinklig gekreuzten, gleich dicken und fest mit einander verbundenen Platten von Bergkrystall, deren Oberflächen eine Schiefe von 45° zur optischen Axe hatten, so zwischen die optische Zange, deren Turmaline ebenfalls rechtwinklig gekreuzt waren, dass die Mittelrichtung zwischen den Hauptnormalebenen der beiden Platten in die Mittelrichtung zwischen den Axen der beiden Turmaline fiel, wobei die sogenannten geradlinigen Interferenzstreifen im Tageslichte in ihrem grössten Glanze erschienen, und drehte ich dann die vereinigten Platten zwischen der Zange nach der einen oder andern Seite hin um, bis die Streifen beträchtlich matter wurden, setzte aber von da ab die Drehung nur mit äusserster Vorsicht und möglichst langsam weiter fort, so konnte ich und mit mir Alle, die ich darauf aufmerksam machte, recht wohl bemerken, dass die Stelle, in welcher die Streifen zum gänzlichen Verschwinden kamen, sich längs derselben von einer Seite des Gesichtsfeldes bis zur andern succesive wegschob und dem Auge als grauer völlig streifenloser Flecken erschien, neben welchem zu beiden Seiten die Streifen zwar schwach, aber doch noch vollkommen deutlich zu sehen waren. Dieser Flecken konnte durch langsames Drehen der Platten nach der einen oder andern Seite längs der Streifen hin und her gerückt werden, und ich glaube es für keine Täuschung halten zu dürfen, dass mir dieser Flecken, dessen Gränzen freilich nur sehr unbestimmt waren, eine schiefe Stellung von scheinbar 45° gegen die Streifen zu haben schien. Später fand ich, dass sich diese Ungleichförmigkeit des Entstehens oder Verschwindens der Streifen an den verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes noch besser und gleichsam im vergrösserten Maasstabe wahrnehmen lässt, wenn man dieselben Platten aus der Stellung, wo ihre Hauptnormalebenen in einander liegen und wobei sie im Tageslichte keine Streifen zeigen, so über einander wegschiebt, dass deren Hauptnormalebenen einen stets grössern Winkel mit einander bilden, bis dahin, wo die Streifen eben sichtbar zu werden anfangen, welches dann mit einer sehr in die Sinne fallenden Ungleichheit an den verschiedenen Stellen des Gesichtsfeldes geschieht.

Nach diesem Resultate durfte ich mit Sicherheit erwarten, dass gedachte Ungleichheit der Beleuchtung im Gesichtsfelde längs verschiedener Radien an Platten, deren Oberflächen eine mehr senkrechte Stellung zur optischen Axe haben, in noch viel höherm Grade zum Vorschein kommen werde. Desshalb liess ich mir zu diesem Zwecke zwei Paare gleich dicker Platten aus Kalkspath anfertigen, von welchen die Oberflächen des einen 85°, des andern 80° Neigung zur optischen Axe hatten. Diese Platten gaben, einzeln untersucht, schon im gewöhnlichen Tageslicht ein Interferenzbild, dem ähnlich, das man in dergleichen senkrecht zur Axe geschnittenen Platten wahrnimmt, mit dem Unterschiede jedoch, dass der Mittelpunkt des scheinbar kreisförmigen Bildes nicht in der Mitte des Gesichtsfeldes liegt, sondern um so mehr zur Seite, je mehr die optische Axe der Platte von der senkrechten Lage zu den Oberflächen abweicht. Bei den eben angezeigten Schiefen der beiden Plattenpaare jedoch fielen die Bilder bei dem einen noch ganz und bei dem andern noch fast ganz in das Gesichtsfeld meines Polarisationsapparates. Wenn ich nun die beiden Platten von einem dieser Paare so über einander legte, dass die optischen Axen in den beiden Platten nicht mit einander parallel liefen, so zeigten sie in der optischen Zange bei gewöhnlichem Tageslichte zwei kreisförmige Bilder ausserhalb der Mitte des Gesichtsfeldes nach der Seite hin, nach welcher die Haupt-Normalebene von einer jeden dieser Platten lag, nahehin eben so, wie wenn die beiden Platten im Polarisationsapparate neben einander hingelegt worden wären. Wodurch sich aber die jetzige Erscheinung von allen bisher zur Anschauung gebrachten unterschied, war der Umstand, dass sich in der Mitte des Gesichtsfeldes, in einer Richtung, die scheinbar senkrecht zu der die Mittelpunkte der beiden kreisförmigen Bilder verbindenden Geraden war, eine Reihe von fühlbar geradlinigen Bändern sehen liess, die gleich weit von einander abstanden. Wenn die Hauptnormalebenen der beiden Platten einander gerade entgegengesetzt lagen, befanden sich die Mittelpunkte der zu beiden Seiten liegenden kreisförmigen Figuren in einem Durchmesser des Gesichtsfeldes und die Gesammterscheinung nahm das Aussehen an, von welchem die Fig. 8 eine Vorstellung zu geben bestimmt ist. Im homogenen Lichte trat zu diesen drei Figuren noch eine vierte hinzu, welche aus kreisförmigen concentrischen Ringen bestand, deren Mittelpunkt in der Mitte des Gesichtsfeldes lag; und so treten uns sonach hier zum ersten Male jene vier Figuren gleichzeitig entgegen, welche von der Theorie in Ziffer XXXIV. und XXXVI., als im Allgemeinen zwei über einander gelegte Platten begleitend, vorausgesagt worden sind. Die hier erscheinenden vier Bilder zeigen theilweise jene Ungleichheit der Beleuchtung an verschiedenen Durchmessern des Gesichtsfeldes, von der vorhin die Rede war, und deren Dasein die Theorie uns angezeigt hatte, in sehr hohem Grade. Es hält z. B. gar nicht schwer, die fest verbundenen beiden Platten in eine solche Stellung zwischen der optischen Zange zu bringen, dass die einen, einander diametral gegenüber liegenden, vollen Hälften der beiden kreisförmigen Figuren im Tageslichte fast bis auf die letzte Spur verschwunden sind, während deren andere Hälften noch lebhaft glänzend sichtbar bleiben; und man kann durch Vorwärts- oder Rückwärtsdrehen der Platten leicht nach Belieben die einen oder andern Hälften der kreisförmigen Bilder zum Verschwinden bringen, nie aber es bewirken, dass das ganze eine oder andere kreisförmige Bild zum Verlöschen kommt. Diese höchst auffallenden Abweichungen vom gewohnten Hergange fordern zu einer genauern Beschreibung solcher Versuche auf, die nun noch in den nachstehenden Blättern gegeben werden soll.

### *Versuche an über einander gelegten Kalkspathplatten, in welchen die optische Axe einen Winkel von 85⁰ mit den Oberflächen machte.*

Um diese Versuche mit Bequemlichkeit und doch grosser Sicherheit anstellen zu können, liess ich mir zwei messingene Scheiben A und B von der hier unten abgebildeten Grösse und Einrichtung verfertigen:





Jede dieser beiden Scheiben hatte in ihrer Mitte eine runde Oeffnung L von circa 5 Linien Weite, und auf jede war ein Ring rrrr aufgesetzt von ungefähr $1\frac{1}{2}$ Linien Höhe. In die eine A waren noch ausserdem auf einem ihrer Durchmesser und in gleicher Entfernung von ihrem Mittelpunkte zwei Stiften s und s angebracht, die aus ihr auf der dem Ringe entgegengesetzten Seite um die Metalldicke der andern Scheibe hervorragten. In diese andere Scheibe B wurden auf der Peripherie eines Kreises, dessen Durchmesser dem mittlern Abstand der beiden Stiften s und s auf der Platte A gleich war, sechzehn gleich weit von einander entfernte Löcher eingebohrt, so dass die zwei Stiften der einen Scheibe in je zwei einander diametral gegenüberliegende Löcher der andern genau einpassten. Nachdem die beiden Scheiben auf einander gesteckt waren, feilte ich einem der Stifte s gegenüber eine Kerbe gleichzeitig in die beiden Platten ein, um dadurch zwei bestimmte Durchmesser in ihnen zu bezeichnen. Innerhalb des Ringes rrrr der Scheibe A kittete ich über deren mittlere Oeffnung L eine von den beiden Kalkspathplatten, die ich mir eigens zu diesen Versuchen mit möglichster Sorgfalt hatte bereiten lassen, so auf, dass deren Hauptnormalebene, so viel es sich thun liess, dem Stiftendurchmesser parallel lief. Nun steckte ich die Scheibe B über die A so, dass die Kerben beider in einander, und die Ringe von beiden nach aussen lagen, klebte hierauf die andere Kalkspathplatte innerhalb des Ringes der Scheibe B über deren Oeffnung L mit Kanadabalsam an, und drehte diese Kalkspathplatte so lange über der Oeffnung L um, bis die so verbundenen beiden Scheiben zwischen der optischen Zange nur ein einziges vollkommen deutliches Bild sehen liessen, worauf ich die Scheiben horizontal hinlegte und den Kanadabalsam antrocknen liess. Auf solche Weise war ich im Stande, das Ineinanderliegen der Hauptnormalebenen der beiden Kalkspathplatten mit äusserster Genauigkeit herbeizuführen; denn die geringste Verschiebung der beiden Scheiben über einander weg, selbst wenn sie mit Augen nicht mehr sich erkennen lässt, wird Ursache, dass das eine Bild seine Reinheit verliert. Zuletzt füllte ich die Zwischenräume zwischen den Ringen und den Krystallplatten mit den Stücken zweier Korkscheiben aus, theils um die drehende Bewegung der Scheiben zwischen der optischen Zange zu erleichtern, theils um dadurch die Kalkspathplatten vor einer möglichen Beschädigung zu schützen.

Ueberdiess hatte ich die Ringe meiner optischen Zange, in denen sich die Turmaline drehen liessen, jeden in acht gleiche Theile theilen lassen, so dass die Theilstriche der beiden Ringe genau einander gegenüber lagen, und nachdem ich den einen Turmalin, der Seitenkanten von 8 Linien Länge darbot, in seinem Ringe umgedreht hatte, bis diese drehte ich die Fassung des andern in ihrem Ringe so lange um, bis Seitenkanten mit dem cylindrischen Stiel der Zange parallel liefen, beide ihre Durchsichtigkeit ganz und gar verloren hatten, wodurch sich an einem stark leuchtenden Gegenstande die senkrechte Lage der beiden Polarisationsebenen zu einander bei meinen Turmalinen, die dick genug waren, um völlig undurchsichtig zu werden, sehr scharf bestimmen liess. Als ich aber bei dieser Lage der Turmaline jene übereinander gesteckten Scheiben mit ineinander liegenden Kerben zwischen die Zange brachte, war ich erstaunt zu sehen, dass die Arme des schwarzen Kreuzes in dem einen, dem Auge völlig deutlich entgegen tretenden Bilde nicht parallel und senkrecht zu dem Stiel der Zange gestellt, sondern merklich gegen denselben geneigt waren. Ich drehte desshalb die Fassungen der Turmaline so lange, bis diese Bedingung erfüllt und zugleich gänzliche Undurchsichtigkeit vorhanden war, fand dann aber, dass jetzt die Seitenkanten des grössern Turmalins eine recht merkliche Neigung zum Stiele der Zange angenommen hatten, die schon dem Augenmaasse nach als mehrere Grade betragend sich zu erkennen gab. Da ich den Grund von dieser sonderbaren Erscheinung in nichts Anderm als in der Kleinheit von dem einen meiner beiden Turmaline suchen konnte, so nahm ich an, dass die Polarisationsebenen meines Apparats dem Stiel der Zange parallel und senkrecht darauf seien, wenn die Arme des schwarzen Kreuzes diese Lage hatten, und brachte desshalb bei dieser Stellung meines Apparats oben an den Fassungen der beiden Turmaline, am Ende ihres mit dem Stiel der Zange parallelen Durchmessers ein Zeichen an, wodurch ich in den Stand gesetzt wurde, nicht nur diese Lage immer wieder mit Leichtigkeit und Sicherheit herbeizuführen, sondern auch mittelst der an den Ringen angebrachten Theilungen eben so bequem die parallele Stellung der beiden Polarisationsebenen, so wie die mitten zwischen beiden liegende zu bewirken.

Nachdem diess alles geschehen war, brachte ich die beiden wie oben mit einander verbundenen Scheiben so zwischen die Zange, dass die Scheibe mit den Löchern dem Auge zunächst lag, und ihr Kerbendurchmesser mit ihrem Stiele parallel lief in der Weise, dass der bei der Kerbe befindliche Stift der Scheibe nach oben hin in die verlängerte Richtung desjenigen Durchmessers der Ringe fiel, der eine parallele Lage zum Stiel der Zange hatte und senkrecht auf dem stand, um welche diese Ringe drehbar eingerichtet waren. Diese Stellung des Kerbenstiftes und der beiden Scheiben wollen wir in der Folge der Kürze des Ausdrucks halber deren *normale* nennen. Bei dieser normalen Stellung der Scheiben zwischen der Zange bemerkte ich, wie ich zum Voraus schon vermuthet hatte, dass das eine in dem Apparate wahrnehmbare Bild zwar nach oben hin zur Seite von der Mitte des Gesichtsfeldes fiel, aber nicht in der Richtung des Zangenstiels, sondern in einer recht merklich nach links geneigten Richtung, desshalb drehte ich die Scheiben zwischen der Zange möglichst centrisch nach rechts, bis das Bild genau in der Richtung des Zangenstiels der Mitte des Gesichtsfeldes gegenüber lag, wobei ich fand, dass diese Bedingung erfüllt war, wenn der Kerbenstift um $1\frac{1}{4}$ Theile aus seiner normalen Stellung gedreht war *). Diess bewies mir, dass die Hauptnormalebenen der beiden Platten bei den so vereinigten Scheiben demjenigen ihrer Durchmesser parallel liefen, der um $1\frac{1}{4}$ Theile links zur Seite des Stiftendurchmessers lag. Diese Voruntersuchungen waren nöthig, damit ich an meinem Apparate jederzeit die Stellung der Polarisationsebenen zu einander und der Hauptnormalebene einer jeden Krystallplatte zu diesen schnell und doch hinreichend genau zu bestimmen im Stande war. Wollte ich z. B. meine Versuche an den beiden Platten unter der Voraussetzung durchführen, dass deren Hauptnormalebenen senkrecht auf einander stehen, d. h. dass $\omega = 90^0$ sei, so machte ich die beiden Scheiben von einander los und setzte den Kerbenstift der einen in ein Loch der andern, das um vier Zwischenräume von ihrem Kerbenloch entfernt war, worauf der zweite Stift nur in das diesem Loche diametral gegenüber stehende unterzubringen war. Beobachtete ich nun die in diesen Platten sich zeigenden Bilder, und wollte ich die Erscheinung in einer ihrer Phasen festhalten, so presste ich die Arme der Zange fest genug gegen die so verbundenen Scheiben, dass diese ihre Stellung nicht verändern konnten, und zählte dann bloss die Anzahl der Zwischenräume, um welche der Kerbenstift aus seiner normalen Lage gedreht war. Von dieser Zahl von Zwischenräumen zog ich $1\frac{1}{4}$ ab, um den Winkel zu erhalten, den die Richtung der Hauptnormalebene der ersten Platte, welche unsern Vorversuchen gemäss um $1\frac{1}{4}$ Löcher links von dem Stiftendurchmesser liegt, mit dem Stiel der Zange bildet; macht man es sich daher zum Gesetz, dem vordern Polarisationsmittel während der Versuche stets eine solche Richtung zu geben, dass seine Polarisationsebene mit dem Stiel der Zange parallel läuft, was wir bei den nun kommenden Versuchen ohne Unterlass gethan haben, so giebt jene Differenz den Winkel $\omega_1$ zu erkennen, den die Hauptnormalebene der ersten Platte mit der vordern Polarisationsebene macht, und damit auch den $\omega_2$, welchen die Hauptnormalebene der zweiten Platte mit der hintern Polarisationsebene macht, so wie die Stellung der beiden Polarisationsebenen gegen einander bekannt ist.

---

*) In Kurzem werde ich noch ein genaueres Mittel, diese Abweichung zu bestimmen, angeben, durch das eigentlich die hier stehende Zahl $1\frac{1}{4}$ erhalten worden ist.

In dieser Art führte ich nun die folgenden Versuche durch, wobei ich nur noch zu bemerken habe, dass sich in den dazu gebrauchten Platten im Allgemeinen vier von einander verschiedene Bilder sehen lassen, zwei aus ringförmigen concentrischen Streifen zusammengesetzte, deren Mittelpunkte ausserhalb der Mitte des Gesichtsfeldes liegen, diese, welche wir die *Seitenbilder* nennen wollen, gehören den beiden Platten einzeln an, sie lassen sich leicht daran erkennen, dass sich innerhalb derselben, in zwei auf einander senkrechten Diametralrichtungen, ein weisses oder schwarzes Kreuz sehen lässt, da wo die Polarisationsebenen parallel mit einander laufen oder senkrecht auf einander stehen; ein drittes Bild besteht aus scheinbar geradlinigen Bändern, deren Richtungen fühlbar senkrecht auf der Geraden stehen, welche die Mittelpunkte der Seitenbilder verbindet, dieses werden wir kurz die *geradlinigen Bänder* nennen, und ausser diesen zeigt sich unter Umständen noch ein viertes aus ringförmigen Streifen bestehendes Bild, das sich von den beiden Seitenbildern dadurch unterscheidet, dass sein Mittelpunkt in der Mitte des Gesichtsfeldes liegt, und dass dasselbe weder ein weisses noch ein schwarzes Kreuz in sich trägt. Dieses Bild wollen wir einfach durch den Ausdruck *Centralringe* bezeichnen. Von diesen vier Bildern sind die drei ersten schon im gewöhnlichen weissen Tageslichte sichtbar, das letzte aber nur in dem viel homogenern Lampenlichte; daher werden wir zunächst blos die Erscheinungen im Tageslichte ausführlicher beschreiben und daran zuletzt das Auftreten der Centralringe im Lampenlichte knüpfen. Man wird gleich beim ersten Durchlesen dieser Versuche gewahr werden, dass sich dieselben in zwei Klassen theilen lassen. In der einen Klasse treten nämlich die Seitenbilder bei jeder Stellung der Scheiben in gleicher Stärke auf, welche Stärke jedoch mit der Stellung der Scheiben sich stets ändert und innerhalb eines rechten Winkels von der geringsten bis zur möglich höchsten übergeht; diese Klasse tritt da auf, wo die beiden Polarisationsebenen eine parallele oder senkrechte Stellung zu einander haben. Während in dieser Klasse die Stärke der Seitenbilder immer gleichzeitig zu- oder abnimmt, nimmt in der andern Klasse das eine Seitenbild an Stärke zu, wenn das andere an Stärke abnimmt, und umgekehrt; diese zweite Klasse tritt da auf, wo die beiden Polarisationsebenen unter einem Winkel von 45° oder 135° gegen einander gestellt sind. In beiden Klassen von Erscheinungen tritt immer die bei irgend einer Stellung der Scheiben zwischen der Zange sich zeigende Gesammtfigur wieder völlig in der gleichen Weise auf, wenn der Kerbenstift in den vereinigten Scheiben um 4 Löcher, d. h. um einen rechten Winkel weiter gerückt wird.

I. *Versuche im Tageslichte, wenn die Hauptnormalebenen der beiden Platten in einander liegen und*

a) *die beiden Polarisationsebenen parallel mit einander laufen.* Liegt der Kerbenstift $1\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner Normalstellung, so zeigt sich ein einziges Bild mit weissem Kreuze zur Seite von der Mitte des Gesichtsfeldes in der Richtung des Zangenstieles nach oben hin; *sind hingegen*

b) *die beiden Polarisationsebenen senkrecht gegen einander gestellt* und liegt der Kerbenstift wieder $1\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner Normalstellung, so zeigt sich ein einziges Bild mit schwarzem Kreuze zur Seite von der Mitte des Gesichtsfeldes in der Richtung des Zangenstiels nach oben hin; *sind endlich*

c) *die beiden Polarisationsebenen unter* 45° *oder* 135° *gegen einander gestellt* und liegen die verbundenen Scheiben zwischen der Zange eben so wie in den Fällen a) und b), so zeigt sich ein einziges aus 8 Sectoren bestehendes Bild längs 4 um 45° aus einander liegenden Durchmessern unterbrochen, welches von der Mitte des Gesichtsfeldes aus nach oben hin in der Richtung des Zangenstieles liegt.

Diese Bilder sind sämmtlich genau die gleichen, wie sie in einer einzigen solchen Platte bei gleicher Stellung der Polarisationsebenen entstehen, deren Dicke die Dicken dieser beiden in sich enthält; daher sind sie kleiner als sie in jeder der Platten einzeln gesehen werden. Diese Bilder umkreisen während einer Umdrehung der vereinigten Scheiben zwischen der Zange die Mitte des Gesichtsfeldes, stets in der gleichen Entfernung von dieser Mitte sich zeigend.

II. *Versuche im Tageslichte, wenn die Hauptnormalebenen der beiden Platten eine gerade entgegengesetzte Lage haben und*

a) *die beiden Polarisationsebenen parallel mit einander laufen.* Lag der Kerbenstift $1\frac{1}{4}$ Theile rechts, so zeigten sich zwei Seitenbilder mit weissen Kreuzen in der Richtung des Zangenstiels*) und scheinbar senkrecht auf der die Mittelpunkte dieser Bilder verbindenden Geraden die geradlinigen Bänder, wobei alle drei Figuren ihre grösste Deutlichkeit besassen; lag aber der Kerbenstift um $3\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner Normalstellung ab, so waren alle drei Bilder matt, die Seitenbilder sehr verkümmert und die geradlinigen Bilder zu beiden Seiten der die Mittelpunkte der Seitenbilder verbindenden Geraden *durch weisse Flecken von ziemlicher Ausdehnung unterbrochen.* Im erstern Fall ist der Winkel $\omega_1 = 0^0$ und im andern Falle ist $\omega_1 = \frac{1}{4}\pi$. Dieselben Bilder kehren ganz in der gleichen Weise wieder jedesmal, wenn der Kerbenstift um 4 Theile oder einen rechten Winkel weiter gedreht wird; es erscheinen also die deutlichsten Bilder da, wo $\omega_1$ eine von den Formen $a\frac{\pi}{2}$ und am undeutlichsten da, wo $\omega_1$ eine von den Formen $(a+\frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ hat. *Waren hingegen*

---

*) Die Lage der beiden Bilder längs des Zangenstiels in a) und b) lässt sich mit grosser Sicherheit bestimmen, und durch dieses Mittel lässt sich die Abweichung der Hauptnormalebene in der Stiftenplatte von dem Stiftendurchmesser mit grosser Genauigkeit auffinden, wie es auch von uns hierzu benützt worden ist.

b) *die beiden Polarisationsebenen senkrecht gegen einander gestellt* und stand der Kerbenstift wieder um $1\frac{1}{4}$ Theile von seiner Normallage rechts ab, so zeigten sich zwei Seitenbilder mit schwarzen Kreuzen in der Richtung des Zangenstiels und darauf senkrecht die geradlinigen Bänder mit derselben Deutlichkeit wie in a); lag aber der Kerbenstift $3\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner Normalstellung ab, so hatten die 3 Bilder ihre grösste Schwäche erreicht, die beiden Seitenbilder waren sehr verkümmert und in die geradlinigen Bänder hatten sich zu beiden Seiten der die Mittelpunkte der Seitenbilder verbindenden Geraden *schwarze Flecken von beträchtlicher Grösse* hineingezogen, durch die sie eine Unterbrechung erlitten. Auch hier zeigten sich wieder die gleichen Bilder in der gleichen Weise jedesmal, wenn der Kerbenstift um vier Theile rechts weiter geführt wurde, es zeigten sich also die deutlichsten Bilder immer da, wo $\omega_1$ eine von den Formen $a\frac{\pi}{2}$ hatte, die undeutlichsten da, wo $\omega_1$ eine von den Formen $(a+\frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ annahm. *Waren endlich*

c) *die beiden Polarisationsebenen unter einem Winkel gegen einander gestellt, der* 45° *oder* 135° *betrug,* und stand der Kerbenstift $1\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner Normallage ab, so zeigte sich das, der dem Auge zugekehrten Platte entsprechende Seitenbild am deutlichsten, das der andern Platte entsprechende am undeutlichsten und stark verkümmert und die geradlinigen Bänder, welche in nicht sehr grosser Deutlichkeit auftraten, waren zu beiden Seiten *auf kurze Strecken unterbrochen,* und es schienen sich aus den dunklern Sectoren des deutlichsten Seitenbildes *Schatten in sie hinein zu ziehen.* Die beiden Seitenbilder bei dieser Stellung der Scheiben lagen in der Richtung des Zangenstiels und das deutlichste von beiden war aus 8 Sectoren zusammengesetzt. Stand der Kerbenstift $3\frac{1}{4}$ Theile von seiner Normallage ab, so war das, der dem Auge zugewandten Platte entsprechende Seitenbild sehr undeutlich und stark verkümmert, das der andern Platte entsprechende dagegen war am deutlichsten. Die geradlinigen Bänder waren nur mitteldeutlich und auch hier wieder zu beiden Seiten *auf kurze Strecken unterbrochen, an andern beschattet.* Jede von diesen Erscheinungen kehrte völlig in der gleichen Weise wieder jedesmal, wenn der Kerbenstift um vier Theile, also um einen rechten Winkel rechts weiter fortgeführt wurde, so dass das Seitenbild in der dem Auge zugekehrten Platte am deutlichsten, das andere am verkümmertsten wurde da, wo $\omega_1$ eine von den Formen $a\frac{\pi}{2}$ annahm, dagegen ersteres am verkümmertsten und letzteres am deutlichsten, wo $\omega_1$ in eine von den Formen $(a+\frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ übergieng.

Die Seitenbilder hatten bei dieser Stellung der Hauptnormalebenen beider Platten dieselbe Beschaffenheit, wenigstens sehr nahe hin, wie die in den Versuchen I. beschriebenen bei der gleichen gegenseitigen Stellung der Polarisationsebenen, sie waren jedoch grösser, so gross, wie sie sich in den Platten einzeln sehen lassen, und drehten sich sämmtlich um die Mitte des Gesichtsfeldes, (die Seitenfiguren stets in der Richtung ihrer Normalebenen zur Seite liegen bleibend), während die Scheiben zwischen der Zange eine Umdrehung erlitten.

III. *Versuche im Tageslichte, wenn die Hauptnormalebenen der beiden Platten senkrecht auf einander stehen und*

a) *die beiden Polarisationsebenen parallel mit einander laufen.* Die beiden Seitenfiguren, welche mit weissen Kreuzen versehen waren, lagen in der Richtung des Zangenstiels, und zeigten sich dabei am deutlichsten und von gleicher Stärke, wenn der Kerbenstift um $3\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner Normallage abstand, und auch die geradlinigen Bänder waren bei dieser Stellung am deutlichsten; hingegen waren alle Bilder am verkümmertsten und in den geradlinigen Bändern zeigten sich zu beiden Seiten von der Mitte des Gesichtsfeldes *die weissen Flecken,* wenn der Kerbenstift um $1\frac{1}{4}$ Theile rechts abgedreht war. Jedenfalls bestätigen die Versuche auch hier wieder, dass die Stellungen der Scheiben im Falle der deutlichsten und undeutlichsten Bilder um $\frac{1}{4}\pi$ aus einander liegen, und dass die Aufeinanderfolge der beiden Stellungen hier dieselbe ist wie in II. a. Auch hier kamen die beiden Bilder in derselben Weise wieder zum Vorschein, wenn der Kerbenstift um einen rechten Winkel nach der rechten Seite hin fortgeführt wurde, und es traten da, wo sich die undeutlichsten Bilder zeigen, in den geradlinigen Bändern zu beiden Seiten von der Mitte des Gesichtsfeldes ebenfalls *die weissen Flecken* auf. *Machten aber*

b) *die beiden Polarisationsebenen einen rechten Winkel mit einander,* so traten die beiden Seitenbilder mit schwarzen Kreuzen in grösster Deutlichkeit auf, wenn sie in der Richtung des Zangenstiels lagen, welches geschah, wenn der Kerbenstift um $3\frac{1}{4}$ Theile von seiner Normallage abstand, in welcher Stellung auch die geradlinigen Bänder deutlich waren; dagegen zeigten sich sämmtliche Bilder am verkümmertsten, die geradlinigen mit *grossen schwarzen Flecken* auf beiden Seiten, wenn der Kerbenstift um $1\frac{1}{4}$ Theile von seiner Normallage abstand. Es waren hier die Bilder am deutlichsten und undeutlichsten bei denselben Stellungen der Scheiben zwischen der Zange wie in a). *Machten endlich*

c) *die beiden Polarisationsebenen einen halben rechten Winkel mit einander,* so zeigte sich das, der dem Auge zugewandten Platte

> angehörige Seitenbild am deutlichsten, das andere am undeutlichsten, wenn der Kerbenstift um $3\frac{1}{4}$ Theile von seiner Normalstellung ablag, und die geradlinigen Bänder traten bei dieser Stellung der Scheiben mit nicht beträchtlicher Deutlichkeit auf, *stellenweise unterbrochen, an andern wie beschattet* aussehend. Wurde der Kerbenstift um $1\frac{1}{4}$ Theile nach der rechten Seite hin aus seiner Normallage verstellt, so zeigte sich das Seitenbild der vom Auge abgewandten Platte am deutlichsten, das andere am undeutlichsten, und die geradlinigen Bänder mit mittlerer Deutlichkeit, *stellenweise unterbrochen und andern Stellen wie beschattet* aussehend.

Die Seitenbilder waren in allen diesen Fällen von der gleichen Beschaffenheit, wie in der Versuchsreihe II. bei gleicher Stellung der Polarisationsebenen. Da aus den Versuchen II. hervorgeht, dass die Hauptnormalebene der in der Stiftenscheibe befestigten Platte in der Richtung des Zangenstieles liegt, wenn der Kerbenstift um $1\frac{1}{4}$ Theile rechts von dieser Richtung abliegt, so macht diese Hauptnormalebene da, wo der Kerbenstift um $1\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner normalen Stellung abliegt, mit der Richtung des Zangenstieles, wenn nicht völlig genau, doch jedenfalls sehr nahe den Winkel o, und da, wo der Kerbenstift um $3\frac{1}{4}$ Theile von seiner normalen Lage rechts absteht, ist dieser Winkel $\frac{1}{4}\pi$; und da auch hier wieder dieselben Bilder in völlig gleicher Weise wiederkehren jedesmal, wenn der Kerbenstift um einen rechten Winkel rechts weiter fortgeführt wird, so nimmt $\omega_1$ eine der Formen $(a+\frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ an, wenn die in a) und b) beschriebene Bilder am deutlichsten, oder wenn das in c) erwähnte Seitenbild der dem Auge zunächst liegenden Platte am deutlichsten ist; hingegen tritt $\omega_1$ in eine von den Formen $a\frac{\pi}{2}$, da wo die in a) und b) beschriebenen Bilder am undeutlichsten werden, oder das in c) erwähnte andere Seitenbild der vom Auge abgewandten Platte am deutlichsten erscheint.

IV. *Versuche im Tageslichte, wenn die Hauptnormalebenen der beiden Platten einen Winkel von 135° mit einander machen*) und*

a) *die Polarisationsebenen einander parallel liegen.* Die drei Bilder zeigten sich am deutlichsten, wenn die beiden mit weissem Kreuze versehenen Seitenbilder parallel mit dem Zangenstiele lagen und dann lag der Kerbenstift um $2\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner Normalstellung ab; lag aber dieser Kerbenstift um $4\frac{1}{4}$ Theile von seiner Normalstellung ab, so waren die beiden Seitenbilder am verkümmertsten, und in die geradlinigen Bänder zogen von beiden Seiten *grosse weisse Flecken* ein. *Machten aber*

b) *die Polarisationsebenen einen rechten Winkel mit einander*, so zeigten sich wieder die drei Bilder am deutlichsten, wenn die beiden, jetzt mit schwarzen Kreuzen versehenen, Seitenbilder eine mit dem Zangenstiele parallele Lage hatten, und dann lag der Kerbenstift um $2\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner normalen Stellung; wurde aber dieser Stift um $4\frac{1}{4}$ Theile von seiner normalen Stellung rechts abgeführt, so zeigten sich alle drei Bilder am undeutlichsten und verkümmertsten, und in die geradlinigen Bänder zogen auf beiden Seiten von der Mitte des Gesichtsfeldes *grosse schwarze Flecken* ein. *Machten endlich*

c) *die beiden Polarisationsebenen einen Winkel von 45° oder von 135° mit einander* und wurde der Kerbenstift um $2\frac{1}{4}$ Theile von seiner normalen Lage rechts abgeführt, so zeigte sich das

---

*) Es können auch die Hauptnormalebenen einen Winkel von 45° mit einander machen, weil aber in diesem Falle die Seitenbilder stark in einander greifen, wodurch die Gesammterscheinung verworrener wird, so habe ich es vorgezogen, diesen Fall ausser Betrachtung zu lassen.

Seitenbild, welches der dem Auge zunächst liegenden Platte entspricht, am deutlichsten, das andere oben liegende am undeutlichsten und verkümmert, und die geradlinigen Bänder waren wenig deutlich, zu beiden Seiten mit kurzen *unterbrochenen und andern beschatteten* Stellen versehen; wurde aber der Kerbenstift um $4\frac{1}{4}$ Theile rechts von seiner normalen Stellung abgeführt, so zeigte sich das Seitenbild, welches der vom Auge abgewandten Platte angehört, am deutlichsten, das andere nach unten liegende am undeutlichsten und verkümmert, und die geradlinigen Bänder hatten nur eine geringe Deutlichkeit und waren zu beiden Seiten *durch kurze verbleichte und andere beschattete Stellen unterbrochen.* In der Mitte zwischen zwei nächsten Stellen grösster Deutlichkeit des einen und des andern Seitenbildes treten beide gleich deutlich auf.

Alle drei Bilder giengen hier, wie schon in den Versuchen II. und III., während einer Umdrehung der vereinigten Scheiben zwischen der Zange in derselben relativen Stellung gegen einander rings um die Mitte des Gesichtsfeldes herum, und nach jeder Drehung um 45° fand ein allmähliger Uebergang von einer der in a) bis c) angezeigten Phasen der Erscheinung in die andere statt. Die Winkel $\omega_1$, welche der einen oder andern dieser Phasen entsprachen, hatten hier die Formen $(a + \frac{1}{4})\frac{\pi}{2}$ und $(a + \frac{3}{4})\frac{\pi}{2}$, wenigstens nahe hin; und da wo $\omega_1$ in eine von den Formen $(a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ übergieng, nahmen beide Seitenbilder einerlei Deutlichkeit an.

Die um die Mitte des Gesichtsfeldes wahrnehmbaren centralen Ringe zeigen sich nicht im Tageslichte; *man findet sie jedoch jedesmal an der Weingeistflamme, wenn man den vereinigten Scheiben eine von jenen Stellungen zwischen der optischen Zange giebt, wobei die Versuche im Tageslichte die geradlinigen Bänder nur mit geringer Deutlichkeit sichtbar* *werden lassen,* und Spuren davon auch bei jenen Stellungen der Scheiben, wo die geradlinigen Bänder im Tageslichte sich schon in beträchtlicherer Stärke sehen lassen. Weil jedoch hier die drei vorigen Bilder sich zugleich mit diesem vierten sehen lassen und zwar noch in viel grösserer Ausdehnung als im Tageslichte, so findet man die centralen Ringe von den Streifen der drei übrigen Bilder in den zu den vorstehenden Versuchen genommenen Platten stets mehr oder weniger durchkreuzt. Hier am Ende der Versuche habe ich auch noch darauf aufmerksam zu machen, dass keines von den viererlei Bildern selbst da, wo es sich am deutlichsten zeigt, an allen Stellen völlig dieselbe Deutlichkeit in sich trägt, was wir schon in der ersten Hälfte dieser Abhandlung als eine Eigenschaft solcher Platten, deren optische Axe nahe senkrecht auf ihren Oberflächen steht, angezeigt haben, eine Eigenschaft, welche die Platten, deren optische Axen genau senkrecht auf ihren Oberflächen stehen, im höchsten Grade besitzen, bei diesen aber, weil die Ungleichheit in einer völlig symmetrischen Weise auftritt, mit geringer Gewalt dem Auge entgegen tritt. Noch muss ich eines sonderbaren Umstands gedenken, auf den man bei den vorstehenden Versuchen in den Fällen II. d, III. d und IV. d hingeführt wird. Die Seitenfiguren in allen diesen Fällen sind stets aus acht Sectoren zusammengesetzt, von denen vier aus hellern Streifen bestehende abwechselnd vier aus dunklern, aber keineswegs minder deutlichen Streifen gebildete, zwischen sich haben. Da nun, wo eines dieser Bilder am undeutlichsten wird, sind immer die dunklern Sectoren aus ihm völlig verschwunden, dagegen die hellern, jedoch auf einer Seite des Bildes dunkler werdend, mit nicht sehr schwachem Glanze, mindestens zum Theile, noch vorhanden. Sehr merkwürdig ist es, dass die Richtungen der deutlichsten Seitenbilder in den Versuchen III. und IV., wo der Winkel $\omega_0$ nach rechts oder links hin genommen werden konnte, in den beiderlei Fällen senkrecht auf einander standen; daher fügen wir noch bei, dass in den vorhergehenden Versuchen die Hauptnormalebene der Löcherplatte um die angezeigten Winkel stets rechts von der Hauptnormalebene der Stiftenplatte lag.

Kommt man auf den Gedanken, die vorstehenden Versuche an die in den Gleichungen (2. a) bis (2. c) der Ziffer XXXVII. niedergelegten Resultate der Rechnung zu halten, so stösst man auf nichts als Widersprüche. Aus jenen Gleichungen geht erstlich hervor, wie gleich hinter ihnen ausgeführt worden ist, dass da, wo $\omega_0 = 90^0$ ist, von allen vier Bildern nur das eine zu $T_3$ gehörige übrig bleibt, und dass da, wo $\omega_0 = 180^0$ ist, von allen vier Bildern nur das eine zu $T_4$ gehörige übrig bleibt, und zwar bei jeder Stellung der vereinigten Platten zwischen der optischen Zange. Die Versuche II. und III. widersprechen dieser Behauptung der Formeln in allen ihren Punkten, indem sich die Gesammterscheinung nur in den Versuchen I., wo die Hauptnormalebenen der beiden Platten in einander liegen, auf ein einziges Bild zurückzieht. Von diesem Zwiespalt betroffen, habe ich jene unter $45^0$ gegen die optische Axe geschnittenen Platten, an denen ich zuerst die concentrischen Ellipsen ohne Kreuz wahrnahm, wieder hervorgesucht, und mich überzeugt, dass da, wo sich in ihnen die Ellipsen am kräftigsten sehen lassen, in der That keine Spur von andern Streifen aufzufinden ist; ferner dass wenn auch durch Drehung der verbundenen Platten zwischen der Zange solche Spuren, die immer nur mit höchster Mühe aufgefunden werden können, zum Vorschein kommen, diess mit mehr Grund einem nicht ganz genauen Uebereinanderliegen der Platten als irgend einer andern Ursache zugeschrieben werden müsse, da man bei so schief geschnittenen Platten nicht das äusserst zarte Kennzeichen des genauen Ineinanderliegens der Hauptnormalebenen zweier Platten in Anwendung bringen kann, welches von uns bei den vorstehenden Versuchen benützt worden ist. Eben so habe ich die Normalebenen jener Platten unter einem rechten Winkel gegen einander gestellt, wobei sie die geradlinigen Bänder im Tageslichte zwar schmal, jedoch mit grosser Schärfe zeigten, und konnte bei dieser Stellung der Platten an der Weingeistlampe nicht die leiseste Spur von den Ellipsen finden, selbst wenn ich den vereinigten Platten die verschiedensten Stellungen zwischen der Zange gab. Die beiden Seitenbilder können in so schief geschnittenen Platten schon desswegen nicht zur Wahrnehmung gelangen, weil sie zu weit von der Mitte des Gesichtsfeldes entfernt liegen, um in dieses noch Spuren von ihrem Dasein schicken zu können. Also hier volle Uebereinstimmung mit den Ergebnissen der Rechnung, dort lauter Widerstreit.

Aber noch mehr. — Ist $\omega_0 = (a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$, so sagen die in Ziffer XXXVII. gegebenen Ausdrücke von $T_1$ und $T_2$ aus, dass ihre absoluten Werthe, und damit die Deutlichkeiten der zur ersten und zweiten Platte gehörigen Seitenbilder den Producten

$$\sin. 2\omega_1 \cos. 2\omega_2 \text{ und } \sin. 2\omega_2 \cos. 2\omega_1$$

proportional seien. Hat nun noch $A$ eine von den Formen $a\frac{\pi}{2}$, d. h. stehen die Polarisationsebenen senkrecht auf einander oder laufen sie parallel mit einander, so muss der Gleichung (2. c) in Ziffer XXXVII. zur Folge $\omega_1 + \omega_2$ nothwendig von der Form $(a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ seyn, also muss von den Grössen $\omega_1$ und $\omega_2$ die eine die Form $a\frac{\pi}{2}$ annehmen, so wie der andern die Form $(a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ gegeben wird. Bringt man es daher durch Drehung der vereinigten Scheiben zwischen der optischen Zange dahin, dass $\omega_1$ die Form $(a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ erhält, so ist $\omega_2$ von der Form $a\frac{\pi}{2}$ und dann wird das erste der vorstehenden Producte $\pm 1$, nimmt also seinen grössten absoluten Werth an, während das andere von jenen Producten o wird, somit seinen kleinsten absoluten Werth annimmt. Bringt man es hingegen durch Drehung der vereinigten Scheiben zwischen der optischen Zange dahin, dass $\omega_1$ in eine von den Formen $a\frac{\pi}{2}$ tritt, so muss $\omega_2$ in eine von den Formen $(a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ übergehen und nun wird das erste von jenen beiden Producten null, während das andere seinen grössten Werth $\pm 1$ erhält. *Jene Gleichungen geben also zu erkennen, dass da, wo* $\omega_1 = 135^0$ *und* $A = o$ *oder* $= 90^0$ *ist, von den beiden Seitenbildern abwechselnd das eine und das andere am stärksten hervortreten müsse, und dass, wo das eine am deutlichsten sich zeigt, das andere verschwunden seyn muss.* — Ist wieder $\omega_0 = (a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$, und hat $A$ ebenfalls eine von den Formen $(a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$, so muss der Gleichung (2. c) XXXVII. zur Folge $\omega_1 + \omega_2$ nothwendig von einer der Formen $a\frac{\pi}{2}$ seyn, also können $\omega_1$ und $\omega_2$ beide zugleich entweder von der Form $a\frac{\pi}{2}$ oder von der $(a + \frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ seyn; in jedem dieser beiden Fälle aber werden die zwei obigen Producte beide zugleich null, was nichts anders sagt, als dass bei diesen Stellungen der vereinigten Platten keines von den beiden Seitenbildern sich sehen lassen kann. In den Stellungen der Scheiben aber, wo $\omega_1$ in eine der Formen $(a + \frac{1}{4})\frac{\pi}{2}$ oder $(a + \frac{3}{4})\frac{\pi}{2}$ übergeht, muss $\omega_2$ eine von den Formen $(a + \frac{3}{4})\frac{\pi}{2}$ oder $(a + \frac{1}{4})\frac{\pi}{2}$ haben, dann werden jene beiden Producte einander gleich und gleich $\frac{1}{2}$. *Jene Gleichungen sagen also aus, dass da, wo* $\omega_1 = 135^0$ *und* $A = 45^0$ *oder* $= 135^0$ *ist, die beiden Seitenbilder in den Platten mit gleicher Deutlichkeit sich sehen lassen müssen, von der Stärke* $\frac{1}{2}$ *bis zu der* o *hin.* Man sieht, dass diese beiden Aussagen besagter Gleichungen im völligen Widerstreite mit den in IV. a) bis c) mitgetheilten Versuchen stehen, denn letztere zeigen da stets gleiche Bilder an, wo erstere Bilder von der grössten Ungleichheit voraussagen, und umgekehrt.

Eine Abweichung der in Ziffer XXXVII. aufgestellten Gleichungen von obigen Versuchen kann uns nicht gerade sehr befremden, da uns unsere Rechnung selber oft genug daran erinnert hat, dass man sich auf sie bei Platten, wie sie zu jenen Versuchen verwendet worden sind, nicht mehr mit Sicherheit verlassen könne, aber eine so totale Umkehrung der Erscheinungen auf den beiden Wegen kann wohl den Muthigsten betroffen machen. Gleichwohl durfte ich diesen Gegensatz in den Aussagen hier nicht verschweigen, um meine Nachfolger in der Behandlung desselben Gegenstandes darauf aufmerksam zu machen, dass hier noch eine reiche Ernte zu machen ist. Ich für meine Person blicke mit voller Seelenruhe in die Zukunft, denn ich habe es mir zum Gesetze gemacht, in solchen Dingen theoretisch keinen Schritt vorwärts zu thun, bis der zuvor gemachte von der Erfahrung gut geheissen worden ist, und weiss daher gewiss, dass meine theoretischen Angaben in der Weite, die sie selber überall scharf bezeichnet haben, völlig richtig sind, in so weit nämlich unsere Sinne darüber ein Urtheil fällen können. Um dieses mein felsenfestes Vertrauen auch auf Denjenigen überzutragen, der vielleicht eine Fortsetzung dieser Rechnungen auf sich zu nehmen gedenket, und dem, der dieses unternimmt, thut ein solches Vertrauen Noth, weil ausserdem Arbeiten von so schwieriger Art nicht leicht von Statten gehen, so will ich noch einen ganz speciellen Fall in der Kürze hier selber reden lassen. Wir haben nämlich schon in der ersten Hälfte dieser Abhandlung kurz vor dem Schlusse der Ziffer IX. gezeigt, dass da, wo $\mathrm{tg.\,i\,cos.}\,\omega = \mathrm{tg.\,a}$ auch nur nahehin werden kann, die dortigen Näherungsgleichungen nicht mehr benützt werden können. An solchen Stellen des Gesichtsfeldes wird $\sin^2.\psi = 1$ und dann den genauen Gleichungen (7. d) der dortigen Ziffer VIII. gemäss $\cos.\psi' = \sin.\mathrm{a}$, woraus sich $\sin.\psi' = \cos.\mathrm{a}$ ergiebt; weil ferner $\sin^2.\psi = 1$ zeigt, dass $\cos^2.\psi = 0$ und $\mathrm{tg}^2.\psi = \infty$ ist, so wird an diesen Stellen den dortigen Gleichungen (7. e) zur Folge $\mu = \pm 90^0$ und $\nu = \pm 90^0$, desshalb verwandeln sich hier die dortigen Gleichungen (7. f) in:

$$\cos.\varphi_1 = \cos.(\omega_1 \pm 90^0)\cos.\mathrm{a} \text{ und } \cos.\varphi_2 = -\cos.(\omega_1 \pm 90^0 - A)\cos.\mathrm{a}.$$

Sollen aber im Gesichtsfelde liegende Punkte die Bedingung $\mathrm{tg.\,i\,cos.}\,\omega = \mathrm{tg.\,a}$ erfüllen können, so darf a kein anderer als nur ein sehr kleiner Winkel seyn und diess zieht nach sich, dass cos. a an allen sichtbaren solchen Stellen sehr nahe 1 ist, wesshalb die beiden vorstehenden Gleichungen sehr nahe geben:

$$\cos.\varphi_1 = \cos.(\omega_1 \pm 90^0) \text{ und } \cos.\varphi_2 = -\cos.(\omega_1 \pm 90^0 - \Delta),$$

während wir bei Platten, deren optische Axen beträchtlich schief gegen ihre Oberflächen stehen, $\mu$ an allen Stellen des Gesichtsfeldes als einen nur kleinen Winkel erkannt haben, so dass bei diesen, den dortigen Gleichungen (3. a und b) entsprechend, nahehin

$$\cos.\varphi_1 = \cos.\omega_1 \text{ und } \cos.\varphi_2 = -\cos.(\omega_1 - \Delta)$$

ist. Während also bei diesen Platten die Winkel $\varphi_1$ und $\varphi_2$ sehr nahe denen $\omega_1$ und $\omega_2$ gleich sind, weichen sie an den bezeichneten Stellen jener Platten um fast einen rechten Winkel davon ab; halb so grosse Differenzen aber sind vollkommen hinreichend, die Kluft auszufüllen, welche sich zwischen unsern letzten Versuchen und den abgekürzten Gleichungen unserer Rechnung aufgethan hat. Die Eigenthümlichkeit der hier hervorgehobenen Stellen muss nämlich auch allen in ihrer Nähe liegenden, wenn schon in geringerm Grade, zukommen.

Ich schliesse nun mein Pensum mit der Besprechung von noch ein Paar in dessen Gränzen liegenden Thatsachen ab. Ich stiess wiederholt im Laufe meiner Versuche an Krystallplatten aus Bergkrystall, die eine Schiefe von 45° zur optischen Axe hatten, auf die Formen, welche in dem Supplementbande zu Poggendorffs Annalen, der in der Vorerinnerung zur zweiten Hälfte dieser Abhandlung erwähnt worden ist, auf dessen Tafel V. durch Herrn Langberg eine Abbildung in den Figuren 17. 18. und 19. gefunden haben, so wie auf deren Uebergänge in einander, war aber dabei in den Irrthum gefallen, als seien sie bloss ein Erzeugniss des an diesem Minerale exceptionell auftretenden Drehungsvermögens und liess sie daher auf der Seite liegen, so wie ich überhaupt sämmtliche aus diesem Drehungsvermögen hervorgehende Modificationen nur gelegentlich und im Vorübergehen besprochen habe. In diesen Irrthum war ich durch eine doppelte Veranlassung geführt worden, einmal weil ich auf solche Formen nie bei den analogen Versuchen mit Kalkspathplatten gestossen bin, und dann noch, weil diese Formen in den Quarzplatten durch Drehung derselben zwischen der optischen Zange sich mir zu verändern schienen, eine Eigenthümlichkeit, die ich damals noch an den gewöhnlichen einaxigen Krystallen für unmöglich hielt. Seit ich jedoch Herrn Langbergs elegante Ableitung dieser Formen aus den gewöhnlichen Gleichungen in dem gedachten Supplementbande gelesen habe, bin ich anderer Ansicht geworden und zu dem Glauben gekommen, dass jene Gestalten ein allen einaxigen Krystallen zukommendes Eigenthum seien, sich mir aber in meinen Kalkspathplatten ihrer grossen Feinheit halber ganz und gar entzogen haben. — Die im Tageslichte an Kalkspathplatten sich zeigende dreifache Figur, von welcher in den letzten Versuchen die Rede war, und die ich in Fig. 8. abzubilden versucht habe, wollte ich auch in meinen Quarzplatten beobachten, deren Oberflächen die gleiche Neigung zur optischen Axe wie bei jenen hatten, und war höchlich erstaunt, als ich dieselben mit entgegengesetzt liegenden Hauptnormalebenen zwischen die optische Zange gebracht hatte, eine total andere Figur zu finden, als die in Fig. 8. abgebildete ist. Es ist mir nicht möglich, die in solchen Quarzplatten auftretende Erscheinung auch nur annähernd zu beschreiben, wer sie genau kennen lernen will, thut besser, den Steinschneider zur Hilfe zu nehmen, um sie mit seinen eigenen Augen beliebig lang zergliedern zu können. Man erblickt in diesen Platten schwach, ungefähr wie die Bögen der Baschkiren gekrümmte Bänder in Massen, die ein stabartiges Aussehen haben und stellenweise plötzlich abgebrochen sind, an diesen Stellen aber wie Fackeln mit einer Flamme versehen zu seyn scheinen. Im ersten Augenblicke wird man von der Neuheit dieser Erscheinung dermassen betroffen, dass man gar nichts, was an die Fig. 8. erinnern könnte, zu sehen glaubt; bei aufmerksamerer Besichtigung des Bildes aber wird man doch gewahr, dass ihm diese untergelegt ist, jedoch durch die allerwärts hingeworfenen Stäbe zugedeckt wird, und daher nur aus abgerissenen Fragmenten, welche tief im Hintergrunde liegen, zusammen geklaubt werden kann, und dass die flammenartigen Gebilde, welche an den abgebrochenen Enden der Stäbe erscheinen, nichts anders sind, als ganz kurze Strecken der prismatisch gefärbten, kreisförmigen Ringe von den Seitenfiguren in der Breite der Stäbe, welche hier mit erhöhtem Glanz auftreten, während die weiter davon abliegenden Stellen derselben kreisförmigen Ringe fast gänzlich erloschen sind. Wer diese Erscheinung aus irgend einer Hypothese über die individuelle Natur des Bergkrystalls heraus rechnet, darf in gerechtem Stolze zu sich selber sagen: „Ich habe das Rechte getroffen“, zumal wenn in seinen Formeln auch die zu Ende der Ziffer XXXIX. angeführte Thatsache liegt.

## *Berichtigungen zu der vorstehenden zweiten Hälfte.*

NB Die in Klammern geschlossenen Seiten-Zahlen beziehen sich auf den Band der Denkschriften, die nicht eingeschlossenen auf die Abhandlung.

Seite (271) 7 Zeile 8 v. o. „Projection der gegebenen Richtung“ anstatt „projicirte Richtung“.
„ „ „ „ 12 „ „ „gesuchten Projection“ anstatt „projicirten Richtung“.
„ (274) 10 zwischen Zeile 4 u. 5. v. u. ist anzuhängen: „während man stets $K = 1$ findet“.
„ (281) 17 Zeile 1 v. u. „aussergewöhnliche“ anstatt „gewöhnliche“.
„ (282) 18 „ 1 v. o. „gewöhnlichen“ anstatt „aussergewöhnlichen“.
„ „ „ „ 2 „ „ sind I. und II. mit einander zu vertauschen.
„ (302) 38 „ 5 „ „ ist nach $\Theta' - \Theta$ einzuschalten „oder $\Theta + \Theta'$“.
„ (304) 40 „ 5 v. u ist das Doppelzeichen umzukehren.
„ (331) 67 „ 5 u. 6 v. u. ist $\lambda$ anstatt $v$ zu setzen.
„ (350) 86 „ 11 v. u. ist hinter dem Worte Turmaline beizufügen: und, in der Schwierigkeit, die Lage der Hauptnormalebene in jeder Platte einzeln genau zu bestimmen.

Im Interesse meiner Leser schicke ich die von gelehrten Freunden mir mitgetheilten zur ersten Hälfte dieser Abhandlung gehörigen Verbesserungen nach.

*O.*

Seite (54) 14 Zeile 3 ist bei der dort stehenden Gleichung die Note beizufügen: „Diese Gleichung ist blos annähernd wahr, sie kann jedoch auf so lange als ein Bild für den eigentlichen Hergang dienen, bis dieser vollständig erkannt seyn wird“.
„ (63) 23 „ 18 „wie eine von x um $\lambda$“ anstatt „wie eine eben so grosse von x“.
„ (70) 30 „ 18 ist zu setzen $\frac{v''^2}{v'^2}$ anstatt $\frac{v''^2}{v'}$.
„ (71) 31 Gl. (12. b) fehlt im letzten Gliede des Radicanden der Factor $v''^2$.
„ (74) 34 „ (13. b) cos. $\omega$ statt cos a im ersten Gliede rechts, im dritten Gliede des Radicanden fehlt der Factor $v''^2$.
„ (76) 36 „ (2.) ist zu setzen $\xi_e'^2$ anstatt $\xi_e'$.
„ (78) 38 Zeile 3 v. u. $\frac{\xi_e'}{e}$ anstatt $\frac{\breve{\xi}_e}{e}$.
„ (79) 39 „ 7 „ „ $\xi_0'$ cos. $\alpha'$ anstatt $\zeta_0'$ cos. $\alpha'$.

Seite (80) 40 Gl. (4.) ist zu setzen $1 - \frac{v'^2}{v^2} \sin^2. i$ anstatt $1 - \frac{v''^2}{v^2} \sin^2. i$.

„ (83) 43 Zeile 2 in dem zu $\cos^2. \omega$ gehörigen Factor: $\left(\frac{v'^2 + v''^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}}$ anstatt $\left(\frac{v'^2 + v''^2}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$.

„ (84) 44 ist an Zeile 12 beizufügen: Der durch die Gleichung (10. a) sich ergebende Phasenunterschied ist in Zeiteinheiten ausgedrückt, so dass, wenn $\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$ den Schwingungsbogen des einen Lichtantheils vorstellt $\frac{2\pi}{\lambda}[v(t + \Theta) - x]$ der des andern Lichtantheils wird; es lässt sich aber dieser letztere Bogen auch auf die zwei andern Weisen schreiben: $\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x + v\Theta)$ und $2\pi\left(\frac{vt - x}{\lambda} + \frac{v\Theta}{\lambda}\right)$. In diesen geben $v\Theta$ und $\frac{v\Theta}{\lambda}$ immer wieder denselben Phasenunterschied, jedoch ersterer in Längeneinheiten und letzterer in Wellenlängen ausgesprochen an; man kann daher bei den zwei letzten Schreibweisen für $v\Theta$ und $\frac{v\Theta}{\lambda}$ auch blos $\Theta$ setzen, muss dann aber bei den verschiedenen Formen auf den Unterschied der Einheiten achten, die dem Phasenunterschied zum Grunde liegen.

„ (88) 48 Zeile 3 v. u. ist zu setzen: $90^0 - \varphi_2$ anstatt $90^0 - \varphi$.

„ (94) 54 Gl. (7. f) ist $\omega_1 + u - A$ für $\omega_1 + \mu + A$ zu schreiben.

„ (96) 56 Zeile 4 u. 7 ist rechts der Factor $1 + \cos. \omega \cot. a \sin. i$ beizufügen.

„ (98) 58 „ 11 v. u. $-\tang. \psi$ anstatt $\pm \tang. \psi$, $\sin a. \cos. i$ anstatt $\sin a \sin. i$.

„ „ „ „ 10 „ „ links $-\cot. \psi$ anstatt $\cot. \psi$, rechts $\frac{\sin. a}{\sin. \omega} \cot. i$ anstatt $\frac{\sin. a}{\sin. \omega}$.

„ (106) 66 „ 1 „ „ hinter das Wort „ausüben" ist beizufügen „betrachtet".

„ (111) 71 „ 3 im Nenner unter der Wurzel: $A^2$ anstatt $A$.

„ (114) 74 und Seite (115) 75 ist „relle Axe" zu setzen, wo „grosse Axe" steht

„ (118) 78 Zeile 10 setze $m < \sqrt[3]{v'v''^2}$ anstatt $m > \sqrt[3]{v'v''^2}$.

„ (124) 84 „ 10 setze $3v'v''^2$ anstatt $3v'v''$.

„ (129) 89 Gl. (1.) vor dem zweiten Gliede in der eckigen Klammer $+$ anstatt $-$, im dritten Gliede $\sin^2. \beta$ anstatt $\sin. 2\beta$.

„ (130) 90 „ (2. a) im dritten Gliede der eckigen Klammer $\sin. \beta$ anstatt $\sin^2. \beta$, im vierten $\sin^2. \beta$ anstatt $\sin. \beta$.

„ „ „ „ (2. b) Vorzeichen des letzten Glieds in der eckigen Klammer $+$ anstatt $-$.

„ „ „ „ (3 b) Vorzeichen ihrer rechten Seite $+$ anstatt $-$.

„ „ „ „ (4. a) fehlt in dem Factor neben $T$ das Glied $\frac{1}{v'} - \frac{1}{v''}$.

„ (131) 91 „ (4. b) Vorzeichen ihrer rechten Seite $+$ anstatt $-$, Gl. (1.) $\sin^2. \pi\eta$ anstatt $\cos^2. \pi\eta$.

„ (132) 92 Zeile 11 ist $\omega_1$ für $\omega$ zu setzen.

„ (136) 96 „ 1 soll $A$ anstatt $a$ stehen.

„ (141) 101 Zeile 1 u. 15, dann Seite (144) 104 ist $\lambda$ anstatt $v$ zu setzen, und hinter der Gleichung (1. a) Seite (141) 101 ist beizufügen: „wo in der Gleichung (10 a) der Ziffer VII. $\lambda$ anstatt $v$ genommen worden ist, um den Phasenunterschied in Wellenlängen zu erhalten.

Ausserdem ist Seite (131) 91 Zeile 14 u. 21 das Citat Gl. (6. c) abzuändern in Gl. (6. b), und Seite (116) 76, so wie Seite (119) 79 das „Gl. (1. d) der Ziffer X." in „ Gl. (10. b) der Ziffer VII." — Die Betrachtungen der Ziffer XVIII. lassen sich sehr abkürzen, wenn man erwägt, dass die Natur des in Ziffer VII. eingeführten Coordinatensystems keinen negativen Werth von $\zeta'_e$ gestattet.

In Fig. 7 der Tafel sind die isochromatischen Curven nicht, wie sie sollten, Ellipsen geworden, und in Fig. 8 haben die geradlinigen Streifen nicht zu beiden Seiten farbige Säume erhalten, die sie, ähnlich wie die kreisförmigen, neben sich tragen.

# Die fossilen Knochenüberreste von Pikermi in Griechenland.

Gemeinschaftlich bestimmt und beschrieben
von den
*Akademikern*
***Dr. Johannes Roth*** **und** ***Dr. Andreas Wagner*,**
nach den Materialien,
welche durch die von dem Erstgenannten im Winter $185^2/_3$ dortselbst
vorgenommenen Ausgrabungen erlangt wurden.

Mit 8 Tafeln.

# Vorwort.

Als ich im Winter 1852 eine längere wissenschaftliche Reise in den Orient antrat, auf welcher zuerst Griechenland berührt werden sollte, wurde der Wunsch in mir rege, die Fundstätte jener fossilen Knochen in Attika aufzusuchen, welche schon zweimal in diesen Denkschriften *) besprochen worden sind. Aus dem bisher Bekanntgewordenen liess sich auf eine grosse Reichhaltigkeit des Lagers schliessen, nicht nur an Individuen, sondern auch an Arten, deren Vergleichung mit den in Südfrankreich und Italien unter ähnlichen Verhältnissen entdeckten Resten überaus lehrreich schien. Es ist mir weit über Erwarten gelungen, einen namhaften Beitrag dazu zu liefern. Von Seiner Majestät dem Könige Otto und von dem k. Minister des Unterrichtswesens ermächtigt, und unterstützt von Mitgliedern der naturforschenden Gesellschaft von Athen habe ich dort Arbeiten vorgenommen, deren Resultate in den folgenden Bogen umständlich erörtert werden sollen. Es sei mir hier nur erlaubt, über die Lokalität und das Vorkommen Einiges anzuführen, was einer Vermuthung hinsichtlich des Alters dieser Reste zum Stützpunkt dienen muss.

Attika ist zum grössten Theile Hügel- und Bergland. Drei bedeutendere Höhenzüge, schon bei den Alten unterschieden, geben die

---

*) Abhandl. d. mathem. physik. Classe d. k. b. Acad. d. W. III, 1, pag. 151. und V, 2, p. 335.

Grundgestalt: der Parnes im Westen, eine fast unmittelbare Fortsetzung des Kithaeron, der Pentelikus im Norden und der Hymettus im Osten, beide letztere von einander und von dem Parnes durch ziemlich breite Ebenen isolirt. Die Höhe, zu welcher sie sich erheben, erreicht und übersteigt noch 2000′, sie haben also einen entschiedenen Werth für die Bildung und Richtung der Gewässer. Das Grundgestein ist Glimmerschiefer, Chloritschiefer und Thonschiefer; unmittelbar darüber liegt krystallinisch-körniger Kalk, der berühmte pentelische Marmor. Darauf folgt ein dichter, Feuerstein-führender, häufig in Dolomit übergehender Kalkstein der Kreideformation, nach oben mit Mergeln wechselnd; derselbe ist über ganz Rumelien und den nördlichen Theil von Morea verbreitet und enthält stellenweise zahlreiche Hippuriten. Tertiäre Sandsteine und Alluvial-Ablagerungen bedecken diese Formation, wo sie nicht als jähe Felsmasse, wie die Akropolis von Athen, unverhüllt zu Tage austritt.

An der Südlage des Pentelikus, zwischen diesem und dem nördlichen Ende des Hymettus, zieht sich eine Ebene gegen das östliche Meer: Hügel und selbst kleine Berge unterbrechen sie stellenweise, doch ist im Ganzen der Charakter als Thal und Niederung ausgesprochen. Die Winterbäche dieser Seite des Pentelikus nehmen durch dieselbe ihren Lauf zum Meere, mit wenig Gefäll, sobald sie aus dem Bereiche der Vorberge gekommen sind. Ihre zum Theil tiefen Einschnitte zeigen einen rothen, eisenschüssigen Sandstein als Sohle; über diesem und unmittelbar unter dem Gerölle und Humus breitet sich eine mehr oder minder starke Schichte von rothem verhärteten Thone aus, welche den Unebenheiten der Unterlage folgend doch im Allgemeinen ein Einfallen gegen Osten wahrnehmen lässt.

Das Dorf *Pikermi,* Oekonomiegut eines Klosters, 4 Stunden von Athen in NNO., liegt auf dem hohen Ufer eines solchen Baches (*ῥεῦμα*), welcher namenlos geblieben, obgleich er nur selten ganz wasserleer ist. Er bringt sein Wasser bis zu einer östlichen Meeresbucht, an welcher alte Ruinen vielleicht die Lage von Prasiae und Stiria anzeigen. An seinem rechten Ufer, eine Stunde unterhalb Pikermi, erhebt sich ein ziemlich bedeutender isolirter Berg, Petressa, aus dolomitischem Kalksteine, offenbar zu dem Systeme des Hymettus gehörig, von welchem er indess ebenfalls durch eine stundenbreite Ebene geschieden ist.

Wenige Minuten von Pikermi, an einer Stelle, wo ein Saumpfad über den Bach setzt, wurden ungefähr im Jahre 1835 von Herrn *George Finlay*, welchen antiquarische Forschungen in dieser Gegend beschäftigten, fossile Knochen entdeckt und der naturforschenden Gesellschaft in Athen mitgetheilt, in deren Lokal ich dieselben im Jahre 1837 wiewohl nur flüchtig einzusehen Gelegenheit hatte. Ueber diesen Fund wurde Nichts veröffentlicht, überhaupt erst durch das Material, welches zu zwei verschiedenen Zeiten in die palaeontologische Sammlung des Staates gelangte, der ungewöhnliche Reichthum dieser Ablagerung erkannt. Dieselbe ist ganz in dem obenerwähnten rothen Thone, welcher zu gleicher Zeit mit dem darunter liegenden Sandsteine gebildet zu seyn scheint: denn nicht nur gehen beide oft unmerklich in einander über, sondern auch finden sich einzelne Knochen in den letzteren eingesunken. Bedeckt wird die Knochenführende Schichte von Geröll-Conglomerat und Humus bis zu sechs Fuss; Wurzeln der Seeföhre haben diese Decke und selbst den Thon durchsetzt, und dadurch viele Knochen zersprengt.

Ich fand von der Thalseite aus etwa eine Klafterlänge die Knochen zu Tage ausgehen, obwohl links und rechts weithin ohne Unterbrechung dieselbe Thonschichte fortsetzt. Im Verfolg der Bearbeitung war ein sehr leichtes Einschiessen gegen Süd bemerklich, doch mag diess, weil sich meine Arbeit nur auf wenige Fusse beschränkte, eine zufällige

Unebenheit gewesen seyn. Als die Ueberlage und einige Zolle des Thones abgeräumt waren, bot sich eine reiche Knochenbreccie dar: Skelettheile der verschiedenartigsten Säugthiere bunt durcheinander *), fast alle gebrochen, geknickt, gequetscht, und weil ich in der Regenzeit arbeitete, auch erweicht; erst weiter unten, auf der Grenze des Sandsteines, konnten ganze Röhrenknochen und Rumpfstücke gewonnen werden. Es fand sich nicht ein einziger vollständig erhaltener Schädel: gewöhnlich ist die Schädeldecke eingedrückt und sammt dem Hinterhaupte und der Basis von dem Gesichtstheile mit dem Gebisse getrennt. Diess und viele der Quetschungen und Verdrehungen anderer Knochen mögen darin ihren Grund haben, dass, als der feuchte Thon, welcher sie ausfüllte und einschloss, zu trocknen begann und ein geringeres Volumen einnahm, dieselben dem Drucke von oben nicht zu widerstehen vermochten. Ausserdem sind die Knochen auch schon als Bruchstücke, vielleicht aus weiter Ferne, zusammengeschwemmt worden: die Bruchränder sind nicht mehr scharf oder zackig. Splitter jeglicher Grösse trifft man durch die ganze Ablagerung in gewaltiger Menge. An den wenigen Stücken, die als articulirende Glieder oder Wirbelsäulen gefunden werden, die also bei ihrer Einbettung noch wenigstens mit Ligamenten bekleidet waren, ist der sie zunächst umgebende Thon grünlich verfärbt und fettig anzufühlen. Die äussere Knochenschale zeigt oft dendritische Zeichnungen und Rostflecken; die Markröhren sind entweder mit Thon ausgefüllt, wenn der Knochen die geringste Beschädigung erlitten hatte, oder mit Kalkspath-Krystallen theilweise oder ganz besetzt. Das lockere Gewebe der Wirbelkörper hat sich ebenfalls ganz erfüllt mit Thon oder Kalkspath. Der thierische Leim ist aus den Knochen vollständig entwichen: sie saugen begierig Wasser ein und zerfallen darauf in unzählige Stückchen, da sie schon in jeder Richtung von feinen Sprüngen und oft von Wurzelfasern durchsetzt sind.

---

*) Beleg hiezu ist eine Platte von 2′ Länge, 1′ Breite und 5″ Höhe, auf welcher folgende Skelettheile sich befinden:

1) Becken mit Kreuzbein, 6 Lendenwirbel, 2 Brustwirbel und Oberarmbein von einer grossen Antilope.
2) Atlas, 3 Schulterblätter, Oberschenkelknochen, Calcaneus, Metacarpus und Metatarsus von Hippotherium.
3) Viele Rippen und Bruchstücke von Röhrenknochen.

Wie weit sich die Ablagerung gegen Süden erstrecke, ist noch nicht erforscht; die bisherigen Arbeiten liessen noch keine Abnahme bemerken, doch ist die Vertheilung auch ungleich. Bei der ersten Entdeckung scheinen grosse Knochen (Mastodon und Rhinoceros) vorherrschend gewesen zu seyn: wenigstens besteht die Ausbeute hauptsächlich aus solchen, während mir vergleichungsweise nur wenige aufstiessen. In neuester Zeit hat nach einem literarischen Blatte *) die griechische Regierung Herrn *Mitsopoulos,* Professor der Naturgeschichte an der Universität Athen, mit Ausgrabungen beauftragt, die mit gutem Erfolge begonnen wurden. Ohne Zweifel wird die Liste dieser urweltlichen Thiere noch bedeutend vergrössert werden, indem sich schon in meiner Ausbeute nicht wenige Stücke finden, welche anderen Arten als den aufgezählten angehört haben, deren mangelhafte Beschaffenheit aber eine Determinirung sehr unsicher machen würde.

Ein anderes häufigeres Vorkommen von urweltlichen Säugthierknochen in Griechenland ist das auf Gangspalten im dolomitischen Kalksteine, z. B. am Anchesmos bei Athen und auf einer kleinen Insel in dem Kanale, welcher Poros von dem festen Lande trennt. Sie liegen ebenfalls in einem Thone, der aber so verhärtet ist, dass ihre Ausarbeitung bedeutende Schwierigkeiten macht. Bis jetzt sind nur Wiederkäuer-Ueberreste in ihnen erkannt worden. Der Annahme jedoch, dass

---

*) *Ἐφήμερις τῶν μαθητῶν. Ἀριθ.* 43. 15. Aug. 1853, mit einem Berichte des Herrn Mitsopoulos über die Auffindung eines Machairodus-Zahnes.

beide Ablagerungen, die oben ausführlicher besprochene und die letztere, gleichzeitig waren, steht nichts im Wege, selbst nicht die bedeutende Verschiedenheit des Niveaus: denn sicherlich war die Fluth, welche die nachgehends beschriebenen Thiere vertilgte und ihre Reste mit Schlamm bedeckte, so allgemein und hoch, dass Hügel und kleinere Berge auch von ihr betroffen wurden, sonst wäre ja die Zerstörung nicht so vollständig gewesen, wie sie uns bei Pikermi entgegen tritt. Die Geschlechter und Arten dieser Fundstätte, sowie die geognostischen Verhältnisse gestatten aber auch noch die Annahme, dass die Ablagerung in die Pliocene der Tertiärperiode gefallen sei, welche in Europa und besonders am Mittelmeerbecken so viele unter sich nahe verwandte Spuren zurückgelassen hat. Mastodon, Rhinoceros, Dinotherium, Hippotherium weisen genugsam auf jene zweite Säugthierformation hin, von welcher eine dunkle Ahnung schon den alten Hellenen bei Betrachtung räthselhafter, kolossaler Gebeine vorschwebte *).

Die ganze Ausbeute habe ich der paläontologischen Sammlung des Staates einverleibt, einem Institute, das durch seinen Reichtum an europäischen Petrefacten zu den bedeutendsten auf diesem Gebiete gehört. Herr Conservator Dr. *A. Wagner,* dem wir die erste Kenntniss der attischen Tertiärversteinerungen verdanken, hat die Güte gehabt, mit mir gemeinschaftlich die Bestimmung und Beschreibung der von mir gesammelten fossilen Ueberreste vorzunehmen. Wir geben dieselbe im Nachstehenden in systematischer Reihenfolge.

Dr. *J. R. Roth.*

---

*) Siehe: E. v. *Lasaulx,* Geologie der Griechen und Römer. In den Abhandl. d. philosophisch-philologischen Classe d. k. b. Akad. d. W. VI, 3. p. 523.

## A. Vierhänder.

Nach den neuerlangten Materialien ist es uns sehr wahrscheinlich geworden, dass wir nunmehr 2 Arten von Affen in den Ablagerungen von Pikermi zu unterscheiden haben.

### 1. *Mesopithecus pentelicus.*

Bei der Wichtigkeit und Seltenheit des Vorkommens fossiler Ueberreste von Affen, nicht blos ausserhalb, sondern selbst innerhalb der jetzigen Verbreitungsgrenze dieser Thiere, war unser Interesse bei den neuen Ausgrabungen vorzugsweise denselben zugewendet, und unsere Hoffnungen sind auch, wenn gleich nicht in dem Maasse, wie wir es erwarteten, in Erfüllung gegangen. Bei der dünnen Beschaffenheit der Knochen des Affenschädels war dieser wenig geeignet, bei seiner Einlagerung in die Gesteinsmassen dem gewaltigen Drucke derselben ausreichenden Widerstand entgegen zu setzen, und so gelang es uns nicht, einen vollständigen Schädel oder sonst gut conservirte Theile des übrigen Skelets zu erhalten, sondern wir mussten uns mit Fragmenten begnügen, die indess zahlreich und zum Theil auch vollständig genug sind, um nunmehr das ganze Zahnsystem von unserem *Mesopithecus pentelicus* *) erörtern und eine zweite Art davon abscheiden zu können. Wir sprechen zuerst von der erstgenannten Species und widmen der zweiten einen besondern Artikel.

Das vollständigste unter diesen Fragmenten ist ein Gesichtstheil (Tab. 1. Fig. 1.), der sich vom Kieferrande bis hinter die Augenhöhlen erhalten hat. Die querovale und brillenartig vorspringende Form der Augenhöhlen und die starke Einsenkung der mittlern Stirnbeingegend oberhalb der Vereinigung der obern Augenhöhlenbögen bringt das fossile Fragment in nächste Verwandtschaft mit den Gibbons. Von Zähnen finden sich an ihm auf der rechten Hälfte die 5 Backenzähne vollständig vor, ferner der Eckzahn und erste Schneidezahn, aber an beiden die Spitze abgebrochen; auf der linken Hälfte sind nur noch die beiden hintersten Backenzähne übrig. Die drei letzten Backenzähne kommen ganz mit denen überein, welche wir schon früher acquirirt haben, und entfernen sich durch ihre einseitige Form und verhältnissmässige Grösse eben so sehr von den mehr abgerundeten und kleineren Backenzähnen der Gibbons, als sie sich durch diese Merkmale den Schlankaffen (Semnopithecus) annähern. Auch die beiden Lückenzähne (oder falschen Backenzähne) weisen mehr auf letztere als auf erstere hin. Die Bruchfläche des obern Eckzahns gibt einen Zahn von mittelmässiger Stärke zu erkennen. Die Länge der Backenzahnreihe beträgt 13''' ($0^{m}$, 029); die übrigen Dimensionen können aus der genau angefertigten Abbildung entnommen werden.

---

*) Die beiden Fragmente, welche wir von dieser Art schon seit längerer Zeit besitzen, sind beschrieben in den Abh. d. Akad. III, S. 153.

Von der Unterkinnlade und ihren Zähnen hatte uns früher Alles gemangelt, und damit fehlte allerdings unserer Ansicht von der systematischen Stellung dieses urweltlichen Affens eine ihrer wichtigsten Stützen. Diesem Mangel ist jetzt abgeholfen, indem die neue Ausgrabung 2 Unterkieferfragmente mit den ansitzenden Zähnen zu Tage förderte.

Das eine von diesen Fragmenten (Fig. 2.) reicht von der Symphyse bis zum Hinterrande des vierten Backenzahnes und hat in bester Beschaffenheit den Eckzahn nebst den auf ihn folgenden 4 Backenzähnen aufzuweisen; es fehlt also nur der letzte Backenzahn. Sowohl die geringe Entwickelung des Eckzahnes, als auch die völlige Unversehrtheit der beiden ächten Backenzähne, von denen jeder 4 scharfe Zacken darbietet, geben zu erkennen, dass dieses Fragment von einem jungen Thiere herrührt; nur die beiden Lückenzähne sind ziemlich abgeführt. Der sehr kleine Eckzahn ist auf der Aussenseite gewölbt und sonderbar breitschneidig zugeschärft, innen etwas ausgehöhlt. Der erste Lückenzahn ist ohngefähr gleich lang mit dem zweiten, nur ansehnlich schmäler, zumal vorwärts, und besteht aus zwei Abtheilungen: einer vordern, grössern, zugeschärften, und einer hintern, schmälern, durch starke Abreibung ausgehöhlten. Der zweite Lückenzahn ist vierspitzig, gleich den folgenden ächten Backenzähnen, nur sind die Spitzen bereits ganz abgewetzt. Die Eck- und Lückenzähne dieses Fragmentes würden sich demnach von denen aller andern Affen durch ihre eigenthümlichen Formen unterscheiden, wenn sie nämlich dem bleibenden Gebisse angehörten. Allein diess ist nicht der Fall, sondern die genannten Eck- und Lückenzähne sind Milchzähne und erst die hinter ihnen folgenden beiden Backenzähne sind bleibende. Dadurch, dass dieses Kieferfragment das Milchgebiss noch enthält, erlangt es eine besondere Bedeutung, indem es zeigt, dass der Zahnwechsel der urweltlichen Affen ganz in derselben Weise vor sich gegangen ist, wie der der lebenden, und dass die bleibenden dentes bicuspidati zuvor im Milchgebiss durch grössere und complicirtere Zähne, von denen der zweite gleich den ächten Backenzähnen vierzackig ist, vertreten werden.

Die beiden ächten Backenzähne sind ähnlich denen des Oberkiefers geformt, und sie brechen auch bekanntlich bei den lebenden Affen hervor, bevor noch die Eck- und Lückenzähne des Milchgebisses durch ihre bleibenden Nachfolger ersetzt worden sind. Diese 4 Backenzähne zusammen nehmen einen Raum von einem Zoll (0,027) ein.

Noch wichtiger ist das andere Unterkieferfragment (Fig. 3.), das von dem linken Aste herrührt, wie jenes erstere vom rechten. Es zeigte ursprünglich nur 3 Backenzähne, von denen die beiden hintern vollständig erhalten sind, der vorderste aber blos noch seine äussere Hälfte bewahrt hat. Alle drei gehören zu den vierzackigen Backenzähnen und somit schien es augenfällig, dass uns nunmehr auch der fünfte Backenzahn sich präsentire, wobei es allerdings wider unser Erwarten kam, dass derselbe eines hinteren Ansatzes, wie es bei den Gibbons und Schlankaffen der Fall ist, ermangelte und demnach nicht auf diese Gattungen, sondern auf Cercopithecus hinwies. Dieses unsern früher ausgesprochenen Ansichten über die systematische Stellung der Gattung Mesopithecus nicht recht anpassende Ergebniss veranlasste uns doch zu wiederholten Besichtigungen des vorliegenden Fragmentes, und da brachte uns der Umstand, dass der erste von den 3 Backenzähnen bereits ganz abgenützt war, während die beiden folgenden noch völlig unversehrt waren, auf die Vermuthung, dass dieser erste Backenzahn ein Milchzahn, also der zweite in der Zahnreihe sei. Zur Evidenz brachte diese Vermuthung eine Entblösung des Kiefers, wodurch ein Ersatzzahn für diesen Zahn zum Vorschein kam, und eine andere Sondirung hinter dem hintern Zahn deckte in der That den letzten, noch in seiner Alveole liegenden Zahn auf, der beim Abbrechen des aufsteigenden Astes etwas umgelegt worden war, dadurch aber um so besser wahrnehmen liess, dass er mit einem grossen hintern Ansatz versehen ist. Demnach sind jetzt an diesem Fragment 4 Zähne sichtlich: der 2te Lückenzahn als Milchzahn, der 1ste und 2te ächte Backenzahn und der 3te oder letzte Backenzahn, aber dieser nur erst als ein zum Durchbruch reifer Keimzahn. Die Auffindung dieses letzten Backenzahnes ist von grosser Wichtigkeit, da er bei der Bestimmung der Gattungen einen grossen Ausschlag gibt. Zuvörderst bleibt Cercopithecus, als eines solchen Ansatzes ermangelnd, ganz ausgeschlossen. Hylobates hat zwar auch einen hintern Ansatz, aber er ist von anderer Beschaffenheit, und überdiess sind bei ihm die ächten Backenzähne im Umfange rundlicher und am äussern Rande dreizackig. Bei den Makakos ist der Ansatz gewöhnlich zweitheilig, während er an unserem fossilen Kiefer einfach ist. So werden wir denn auf die Schlankaffen hingewiesen, mit deren Gebiss überhaupt das der fossilen Ueberreste die meiste Uebereinstimmung zeigt.

Wir haben noch nicht von der Form der Unterkinnlade selbst gesprochen und haben diess jetzt zu thun. Beide Fragmente geben eine ziemlich ansehnliche Höhe des Unterkiefers zu erkennen, die nach vorn zu anwächst. Am erstaufgeführten Fragment (Fig. 2.) beträgt die Kieferhöhe unterhalb des ersten Lückenzahns $7\frac{2}{3}'''$ (0,017), unter dem 4ten Backenzahn in der Reihe $7'''$ (0,016). Am andern Fragment (Fig. 3.) misst sie an derselben Stelle eben so viel und unter dem letzten Backenzahn noch etwas weniger, weil hier der untere Kieferrand schwach eingezogen ist, um dann gleich stark sich abwärts zu senken; der aufsteigende Ast, mit Ausnahme des vordern Grundtheils des Kronenfortsatzes, ist abgebrochen. In dieser Beschaffenheit des Unterkiefers gibt sich wieder eine wichtige Differenz von den Gibbons zu erkennen, bei welchen derselbe sehr schmal und an seinem untern Rande gerade an der Stelle, welche dem Kronenfortsatze gegenüber liegt, stark ausgebuchtet ist. Bei den Schlank- und Stummelaffen (Semnopithecus und Colobus) ist zwar auch der Unterkiefer verhältnissmässig hoch und nähert sich dadurch dem des fossilen Kiefers, aber sein unterer Rand ist ziemlich geradlinig oder an gedachter Stelle doch nur sehr schwach abwärts gebogen. Ueberdiess zeigt die Innenseite der fossilen Kinnlade in ihrem hintern Theile eine viel tiefere Längsaushöhlung, als wir sie bei irgend einem andern Affenschädel wahrgenommen haben. So stellen sich denn auch in der Beschaffenheit der Unterkinnlade Eigenthümlichkeiten dar, welche die Selbstständigkeit der Gattung Mesopithecus vermuthen lassen.

Noch aber haben wir weiteres Material erlangt, um das ganze Zahnsystem des alten Thieres, soweit es nicht schon in den bisher erörterten

Fragmenten repräsentirt war, vollständig kennen zu lernen. Als nämlich ein kleiner Steinblock, in welchem Pferdeknochen sichtlich waren, im Wasser erweicht wurde, um letztere herauslösen zu können, zeigte es sich, dass in ihm ein zertrümmerter Affenschädel eingeschlossen war, der darin sein ganzes Gebiss, theils noch in Verbindung mit mehreren Kieferfragmenten, theils in vereinzelten Zähnen zurückgelassen hatte. Der linke Oberkiefer hat sich vom ersten Schneidezahn an bis zum letzten Backenzahn vollständig erhalten und nur sein Eckzahn ist abgebrochen; das rechte Kieferfragment bewahrt seine 5 Backenzähne, und wenn auch jetzt getrennt, so passt ihm doch noch der seiner ganzen Länge nach aufbewahrte zugehörige Eckzahn an; vereinzelt fanden sich auch die 3 andern obern Schneidezähne vor.

Man ersieht daraus, dass die beiden mittlern, obern Schneidezähne in eine breitere Schneide endigen, als jeder der seitlichen, deren Schneide etwas schmäler und zugerundet ist. Zwischen dem hintersten Schneidezahn und dem Eckzahn ist eine erhebliche Lücke zur Aufnahme des untern Eckzahnes. Dass der obere Eckzahn (Fig. 4, 5.) sich vollständig conservirt hat, dient zur wesentlichen Ausfüllung einer Lücke, die bisher noch in der Kenntniss des Gebisses des urweltlichen griechischen Affen bestand. Es ist ein starker, langer Zahn von der gewöhnlichen, gekrümmten und dreiseitigen Form; seine Aussenseite ist gewölbt, die vordere von einer tiefen Längsfurche durchzogen, die innere flach, aber längs der Mitte mit einer erhabenen scharfen Längslinie. Die obern Backenzähne sind ganz von der Beschaffenheit, wie sie schon von den andern Kieferfragmenten her bekannt sind: der letzte Backenzahn etwas kleiner als sein Vorgänger, die beiden Lückenzähne, als dem bleibenden Gebisse angehörig, ächte dentes bicuspidati. — Zur Kenntnissnahme des Gebisses der Unterkinnlade ist am wichtigsten das Kinnfragment (Fig. 6.), dem noch die 4 Schneidezähne und der rechte untere Eckzahn eingefügt sind. Die untern Schneidezähne sind etwas schmäler als die obern und berühren sich an den erweiterten Schneiden. Der untere Eckzahn ist verhältnissmässig gross, nur an der Spitze etwas beschädigt und von der gewöhnlichen Form. Die untern Backenzähne sind alle vereinzelt. Die beiden Lückenzähne sind nach der Norm der bleibenden gleichnamigen Zähne dieser Ordnung gebildet: der erste auf der Vorderfläche glatt gerieben durch den obern Eckzahn, aber keineswegs verunstaltet, wie es bei Cercopithecus, Jnuus und Cynocephalus der Fall ist, so dass er in dieser Beziehung auf die Gibbons und Schlankaffen verweist. Die ächten Backenzähne verhalten sich wie die schon früher beschriebenen.

Mit Beiziehung der neu gewonnenen Anhaltspunkte wollen wir nun schliesslich die Frage aufwerfen, ob die Stellung, welche dem vorliegenden urweltlichen Affen nach der Beschaffenheit seines Schädels und Gebisses unter den Gattungen der Vierhänder von uns früher angewiesen wurde, auch jetzt noch gerechtfertigt werden kann. Wir glauben diese Frage bejahen zu dürfen; denn wenn wir auch dem Gebisse nach keinen Grund hätten, den urweltlichen griechischen Affen von den Schlankaffen zu trennen, so deutet doch die eigenthümliche Form der Nasen- und Augenhöhlen auf Züge der Gibbons hin, wornach die Zuweisung der gedachten Ueberreste an eine besondere Gattung (Mesopithecus) räthlich seyn möchte. Was ihre Verwandtschaft zu den andern Formen urweltlicher Affen der alten Welt anbelangt, so wird davon bei der folgenden Art die Rede seyn.

## 2. *Mesopithecus major.*

Dass die im vorhergehenden Abschnitte beschriebenen Schädelfragmente mit ihren Zähnen, gleichviel ob vom Milchgebisse oder dem bleibenden Zahnsysteme herrührend, alle einer und derselben Art angehören, ist uns ausser Zweifel. Dagegen hat mit ihnen die neue Ausbeute einen Unterkiefer und ein Fragment von einem Oberkiefer geliefert, die eine davon verschiedene grössere Art anzuzeigen scheinen.

Das vollständigste von diesen beiden Stücken ist der Unterkiefer (Tab. 1. Fig. 7, 7. a.), dem blos die beiden senkrechten Aeste und einige Zahnkronen fehlen. Der horizontale Ast hat eine ziemlich ansehnliche Höhe, ein breites Kinntheil und ist überhaupt von einem massiven Baue. Von Schneidezähnen sind noch 3 vorhanden; der äussere der rechten Seite ist abgebrochen. Durch die sehr starke Abnützung endigen sie nicht, wie es im jüngeren Zustande der Fall ist, in Schneiden, sondern in schief abgestutzten Flächen, und weil sie den breiten Endtheil bereits abgerieben haben, erscheinen sie als schmal und ganz von einander getrennt. Der linke Eckzahn ist abgebrochen, aber der rechte ist vorhanden und hat blos seine Spitze verloren; es ist ein kräftiger Zahn von der gewöhnlichen Form. Die Backenzähne geben gleich den Schneidezähnen durch die starke Abreibung zu erkennen, dass sie schon lange im Gebrauche sich befanden; auf der linken Seite sind nur noch die 4 hintern, auf der rechten alle 5 aufbewahrt. Der erste Backenzahn ist auf seiner Vorderseite durch den obern Eckzahn bereits so abgeschliffen, wie es auch beim Gebisse der Schlankaffen sich zeigt, ohne doch so mitgenommen und zurückgedrängt zu seyn, wie es bei den Makakos gewöhnlich der Fall ist. Die andern Backenzähne nehmen hinterwärts allmählig an Grösse zu und die drei hintern lassen ihre ursprünglich vierzackige Form noch wahrnehmen. Der letzte Backenzahn hat einen deutlichen hintern Ansatz; aber höchst befremdlich erscheint es auf den ersten Anblick, dass dieser Ansatz nur auf dem letzten Zahn des rechten Astes, nicht auf dem des linken sich einstellt, so dass man dadurch anfänglich in Verlegenheit kommt, welcher Gruppe von Affen, ob der mit 5 oder mit 4 Höckern am letzten untern Backenzahn, dieser urweltliche Vierhänder zuzuweisen ist. Man wird nun aber wohl berechtigt seyn, die vollständigere Entwickelung und nicht die mangelhafte als

Norm betrachten zu dürfen, und diess um so mehr, als die starke Abnützung des Hinterrandes vom linken untern Backenzahn ein Anzeichen ist, dass er seinen Ansatz blos durch die starke Reibung gegen den obern Backenzahn eingebüsst hat. Wir dürfen also getrost den urweltlichen Affen, der durch den vorliegenden Unterkiefer repräsentirt wird, zu derjenigen Gruppe der Vierhänder rechnen, bei welcher der letzte untere Backenzahn mit einem hinteren Ansatz versehen, also fünfhöckerig ist. Die hauptsächlichsten Dimensionsverhältnisse sind nachstehende:

| | | | |
|---|---|---|---|
| Länge der Backenzahnreihe der rechten Seite . . | 1″ | 5‴ | 0m,038 |
| „ des letzten Backenzahns . . . . . . | 0 | 4½ | 010 |
| Breite desselben . . . . . . . . . . | 0 | 3¼ | 007 |
| Höhe des Kiefers unterhalb des zweiten Backenzahns | 0 | 9 | 020 |

Zu dieser Unterkinnlade gehörig dürfte wohl ein Oberkieferfragment seyn, das mit allen 5 Backenzähnen (Fig. 8.) versehen ist, die eine Länge von 1″ 2‴ (0m,032) einnehmen. Sie sind von gleicher Beschaffenheit mit denen der vorigen Art, nur etwas grösser und dabei stärker abgeführt.

Bei der Uebereinstimmung, die in der Form der Zähne von diesen beiden Fragmenten mit denen der vorhergehenden Art stattfindet, können wir die Abscheidung der ersteren zu einer besonderen Species nur damit rechtfertigen, dass durch sie ein robusteres und zugleich grösseres Thier als der Mesopithecus pentelicus angezeigt wird. Diese zweite Art, der wir den Namen *Mesopithecus major* beilegen wollen, mag wenigstens so lange beibehalten werden, bis nicht etwa durch spätere zahlreichere Auffindungen von Affen-Ueberresten Zwischenglieder in der Grösse zwischen diesen beiden Species nachgewiesen werden könnten und dadurch ihre Zusammenfassung nothwendig gemacht würde.

Es erübrigt nun noch eine Vergleichung dieser beiden Arten von Mesopithecus mit den andern urweltlichen Formen von Affen aus der alten Welt. Am weitesten entfernen sie sich von den fossilen Affenüberresten, welche durch *Baker* und *Durand*, sowie durch *Cautley* und *Falconer* in den Siwalikbergen am Himalaya gefunden wurden und die schon durch ihre weit überlegene Grösse sich scharf von unsern beiden griechischen Arten unterscheiden. Auch mit den durch *Lartet* entdeckten Ueberresten von Sansans, denen er später den Namen *Protopithecus antiquus* beilegte, während *Blainville* sie als *Pithecus fossilis europaeus*, *Gervais* als *Pliopithecus antiquus* bezeichnete, ist keine Zusammenstellung möglich, da diese durch die Form ihrer Backenzähne sich sogar generisch von Mesopithecus unterscheiden und am nächsten den Gibbons verwandt sind. — Näher kommt *Owen's Macacus eocaenus* aus England, den man freilich nur nach dem 3ten und 5ten Zahn des Unterkiefers kennt; indess genügt schon der letzte Zahn, um unsern Mesopithecus davon abzusondern. Bei diesem ist nämlich der 5te untere Backenzahn, abgesehen vom Ansatze, quadratisch, beim Macacus eocaenus überwiegt dagegen ansehnlich die Dimension der Länge über die der Breite, zugleich ist der Ansatz bei letzterem durch eine Furche zweispitzig, bei ersterem einfach. — Endlich bleibt uns noch zur Vergleichung der *Semnopithecus monspessulanus* übrig, von dem *Gervais* in Montpellier 2 Eckzähne nebst dem 3ten, 4ten und 5ten Backenzahn, sämmtlich dem Unterkiefer angehörig, erhielt. Auch hier unterscheiden sich die Backenzähne durch ihre längliche Form von den quadratischen des Mesopithecus, und der hintere Ansatz des letzten Backenzahns ist bei jenem nicht blos grösser, sondern scheint nach der Abbildung auch gekerbt zu seyn. Wäre Letzteres der Fall, so würden Semnopithecus monspesselanus und Macacus eocaenus, wenigstens nach den dermalen vorliegenden spärlichen Stücken, kaum von einander zu unterscheiden seyn. Wie dem auch sei, so viel geht jedenfalls aus den eben angestellten Vergleichungen hervor, dass unsere beiden Arten von Mesopithecus nicht mit einer andern identificirt werden können, sondern selbstständige Species darstellen.

## B. Raubthiere.

Weder von Handflüglern noch von Insektenfressern sind uns Ueberreste vorgekommen, lediglich von Fleischfressern und auch von diesen nur in spärlicher Anzahl, und zwar fast blos Schädelstücke und Zähne.

### 3. *Gulo primigenius.*

Fossile Ueberreste vom Vielfrasse gehören bekanntlich zu den grossen Seltenheiten und sind bisher nur in der gailenreuther und sundwicher Höhle gefunden worden.[1] Um so mehr musste es uns überraschen, dass wir in dem reichen Knochenlager von Pikermi auch ein Kieferfragment des Vielfrasses antrafen, und dessen Auffindung erscheint um so merkwürdiger, als in der Jetztzeit diese Thiere ganz auf den Norden beschränkt sind.

Die fossile Unterkieferhälfte (Tab. 2. Fig. 1, 2.) ist leider nicht vollständig, sondern dicht hinter der Zahnreihe abgebrochen, so dass also der ganze senkrechte Ast fehlt; sie gehört der rechten Seite an. Bei ihrer Beschreibung wollen wir gleich die Vergleichung mit der lebenden Art *(Gulo borealis s. luscus)* und dem Höhlenvielfrasse *(Gulo spelaeus)* vornehmen; zwei Arten, welche, wie bekannt, nur sehr wenige Differenzen darbieten und im Gebiss gar keine wahrnehmen lassen. Zur Verfügung sind uns hiebei drei Schädel vom lebenden Vielfrasse und ein Unterkiefer des Gulo spelaeus aus der gailenreuther Höhle gestanden.

Im äussern Ansehen unterscheidet sich der gailenreuther Kiefer vom griechischen schon dadurch, dass jener in seiner Knochenmasse nur in soweit einige Veränderung erlitten hat, wie sie jeder Knochen erfährt, der lange Zeit im trocknen Boden vergraben lag, während der griechische von der ihn umgebenden Gesteinsmasse bei seiner Einlagerung ganz durchdrungen wurde. In der Grösse übertrifft der griechische Kiefer etwas den gailenreuther, also noch viel mehr den des lebenden Vielfrasses, und ist überdiess robuster. In der Form stimmt er mit dem gailenreuther überein und unterscheidet sich dadurch vom lebenden, und hiermit kommen wir auf einen Unterschied zu sprechen zwischen den Vielfrassen der Jetztzeit und denen der Urwelt, der bisher nicht beachtet worden ist. Bei allen bildet nämlich die Zahnreihe des Unterkiefers eine bogige Linie, indem die 4 ersten Backenzähne von innen nach aussen und die beiden letzten von aussen nach innen gewendet sind. An dieser Krümmung der Backenzahnreihe nimmt nun bei Gulo borealis die Innenwand des Kiefers keinen Antheil, wohl aber bei den beiden uns vorliegenden fossilen Kiefern, insbesondere bei dem gailenreuther, wo die Innenwand die ganze Krümmung mitmacht.

Die Zähne anbelangend, so stellt sich beim griechischen Kiefer als der erste unter den annoch vorhandenen Zähnen der Eckzahn ein; er ist aber in kurzer Entfernung von der Basis der Krone abgebrochen. Er ist stärker als bei den andern Kiefern, im Umfange oval und lässt nichts von der Runzelung, die sich bei letztern zeigt, wahrnehmen. Obwohl der Kiefer nach der ganzen Länge der Backenzahnreihe erhalten ist, so besteht die letztere doch nur aus 4 Zähnen, nämlich aus dem Reisszahne und dem vor ihm stehenden Backenzahne, die beide vollständig conservirt sind, und aus dem kleinen, gleich hinter dem Eckzahne sitzenden ersten und dem hinter dem Reisszahne folgenden letzten Zahne; diese beiden jedoch sind abgebrochen, aber ihre Alveolen sind unbeschädigt. Es fehlt demnach der 2te und 3te Backenzahn des Gulo borealis und spelaeus, und zwar sind diese beiden Zähne nicht etwa noch durch ihre Fächer angedeutet, sondern der Kieferast ist auf diesem Raume vollständig ausgefüllt und ohne irgend eine Lücke, als ob hier niemals Zähne eingefügt gewesen wären. Diess erscheint um so seltsamer, als noch die Alveole für das kleine Zähnchen hinter dem

Eckzahne unausgefüllt ist und zugleich die beiden vorhandenen Zähne durch die Unversehrtheit ihrer Kronen zu erkennen geben, dass das Thier, von dem dieser Kiefer herrührt, zwar erwachsen war, aber keineswegs ein hohes Alter erreicht hatte, in dessen Folge ein Ausfallen der Zähne und hierauf ein Ausfüllen ihrer Alveolen durch Knochenmasse häufig eintritt. Das frühzeitige, spurlose Verschwinden des 2ten und 3ten Backenzahns kann aber auch nicht füglich als Gesetz bei diesem Thiere angenommen werden, und so darf ihr ungewöhnliches verfrühtes Ausfallen wohl nur als eine individuelle Abnormität betrachtet werden.

Der 4te, unmittelbar vor dem Reisszahne stehende Backenzahn ist von der typischen Form der andern Vielfrasse; er unterscheidet sich aber durch grössere Höhe und Stärke, und insbesondere durch den Umstand, dass sein hinterer schneidiger Rand nicht, wie bei diesen, einfach verläuft, sondern etwas über der Mitte tief eingeschnitten ist und dadurch einen kleinen Seitenzacken erlangt. Ein solcher fehlt bei Gulo borealis und spelaeus ganz, und zwar nicht erst in Folge der Abreibung, sondern ursprünglich, wie diess zwei unserer Schädel vom lebenden Vielfrass beweisen, bei welchen die Zähne eben so frisch und unverletzt sind, wie bei dem griechischen Kiefer und welche gleichwohl keine Spur von dem erwähnten Seitenzacken aufzuweisen haben.

Der Reisszahn ist ebenfalls ein etwas robusterer Zahn als bei dem Höhlenvielfrass, und noch mehr als bei dem lebenden Vielfrasse, dessen Gebiss überhaupt dem der beiden andern Arten an Grösse nachsteht. Im Uebrigen ist er von der typischen Gestalt, jedoch mit der doppelten Ausnahme, dass erstlich der zweite Zacken an der innern Kante seiner hintern Fläche durch Einkerbung einen ähnlichen Seitenzacken wie der vor ihm liegende Backenzahn erhält, während ein solcher den beiden andern Arten ganz abgeht, und zweitens, dass der hintere Ansatz beträchtlich stärker entwickelt ist.

Die kleine rundliche Alveole hinter dem Reisszahne gibt zu erkennen, dass hier ein ähnlicher winziger Mahlzahn wie bei Gulo borealis und spelaeus gestanden hat.

Auf der Aussenseite des Kiefers sind dieselben beiden Kinnlöcher wie bei den ebengenannten Arten vorhanden und nehmen ganz dieselbe Stellung ein.

| | Gulo primigen. | | Gulo spelaeus. | |
|---|---|---|---|---|
| Abstand des Eckzahns vom Hinterrand des Mahlzahns | $2''$ | $3'''$ | $2''$ | $2'''$ |
| „ des Eckzahns vom 4ten Backenzahn . . . | 0 | $7\frac{1}{2}$ | 0 | 8 |
| Länge des 4ten Backenzahns . . . . . . . . | 0 | $6\frac{1}{2}$ | 0 | 6 |
| „ des Reisszahns . . . . . . . . . . | 0 | $10\frac{2}{3}$ | 0 | 10 |
| Höhe des Kiefers unterhalb des vordern Zackens vom Reisszahn . . . . . . . . . . | 1 | $\frac{1}{2}$ | 1 | $\frac{1}{2}$ |

Trotz der grossen Conformität, die zwischen den beiden fossilen Kiefern, dem griechischen und dem gailenreuther, sich beurkundet, halten wir doch die angeführten Differenzen, die wir an den noch vergleichbaren Zähnen beider wahrgenommen haben, für ausreichend, um mit grösster Wahrscheinlichkeit den urweltlichen griechischen Vielfrass für eine vom Höhlenvielfrass verschiedene Art zu erklären. In Bezug auf den lebenden Vielfrass halten wir uns aber zu einer solchen Erklärung um so mehr für berechtigt, als für den letzteren, ausser den im Gebisse liegenden Differenzen, noch dessen geringere Grösse und geradere Form des Kiefers in Betracht zu ziehen ist. Wir haben der neuen Art von Pikermi den Namen *Gulo primigenius* beigelegt, um dadurch gleich das höhere Alter ihrer Einlagerung vor dem des Gulo spelaeus zu bezeichnen.

### 4. *Ictitherium viverrinum.*

Schon bei der ersten, im Jahre 1838 gemachten Acquisition von fossilen Säugthier-Ueberresten aus Griechenland fanden sich zwei kleine

Stücke vor, aus denen sich ein eigenthümlicher Fleischfresser erkennen liess. Diese Stücke bestanden in einem obern Reisszahne und in einem kleinen Unterkieferfragment, dem noch zwei Backenzähne eingefügt waren. Der obere Reisszahn zeigte sich sehr ähnlich dem der Viverren, unterschied sich aber doch dadurch, dass statt des vorderen Höckerchens bei den letzteren am fossilen Zahne ein deutlicher Zacken sich entwickelt hatte; dass ferner der mittlere Zacken minder hoch und der hintere schneidige Zacken breiter war. Auch der untere Reisszahn entsprach am meisten dem der Viverren, ohne dass jedoch seine vordern Zacken so lange zugespitzt gewesen wären. Eben so differirte der vor dem untern Reisszahne stehende letzte Lückenzahn, indem er länger, der grosse Zacken bauchiger und der vor ihm an der Basis liegende Höcker grösser war. Diese Differenzen veranlassten damals für das Thier, von dem diese Ueberreste herrührten, eine eigene Gattung unter den Viverrinen zu errichten, die als *Galeotherium* bezeichnet wurde; ein Name, der, weil ihn Jäger gleichzeitig für ein anderes Thier in Anwendung brachte, späterhin in *Ictitherium* umgeändert wurde.

Die Sendung des Herrn Dr. *Lindermayer* führte uns keine Reste von diesen Thieren zu; erst die neue Ausgrabung lieferte einige derselben, wenn gleich nicht in dem Maasse, dass wir nunmehr eine vollständige Begründung der Gattung Ictitherium beibringen könnten. Zunächst sind es zwei Unterkieferfragmente, mit denen wir den früheren Fund unbedingt zusammenstellen dürfen.

Das eine Unterkieferfragment (Tab. 2. Fig. 3.) ist gerade vor dem Reisszahne abgebrochen und enthält noch die vor ihm liegenden 4 Backenzähne, den Eckzahn und 2 Schneidezähne. Die vollständige Erhaltung aller Spitzen im unabgenützten Zustande, so wie die tief zweilappigen Kronen der beiden Schneidezähne beweisen, dass das Thier, wenn auch bereits erwachsen, doch noch in kein höheres Alter getreten war.

Der Eckzahn ist von mässiger Stärke, aussen stark gewölbt und glatt, innen abgeplattet und von zwei scharfen Kanten eingefasst. Der erste Backenzahn ist ein kleines Stümpfchen mit einfacher Wurzel. Die 3 folgenden sind mit zwei Wurzeln versehen und sehr in die Länge (von vorn nach hinten) gestreckt, so dass diese gegen die Höhe merklich überwiegend ist; zugleich sind sie an der Basis der Krone ziemlich dick. Jeder hat einen breiten hintern Ansatz, der an der Aussenfläche, dicht am Hinterrande des grossen Zackens, einen kleinen Zacken trägt; am 4ten Zahne erhebt sich der hintere Rand des Ansatzes in einen starken, mehrmals gekerbten Wulst. Am Vorderrande des 4ten Zahnes steigt ebenfalls ein kleiner Zacken auf, der am 3ten Zahne noch mehr sich verringert und am 2ten ganz verschwunden ist. Der Kieferast ist von mässiger Höhe, aber ziemlich angeschwollen, und enthält zwei Kinnlöcher, von denen das grössere vordere unter dem 2ten, das hintere unter dem 3ten Backenzahne liegt.

Das andere Fragment (Tab. 2. Fig. 4.) stellt einen gleichen Abschnitt vom Unterkiefer dar, ist aber von einem viel ältern Thiere, indem der Kiefer massiver und die Spitzen der Zähne bereits stark abgeführt sind. Vorhanden sind noch der Eckzahn und der 3te und 4te Backenzahn; der 1ste und 2te Backenzahn sind blos durch ihre Alveolen angedeutet. Im Uebrigen kommt dieses Kieferstück nebst seinen Zähnen mit dem vorigen überein.

Noch ist ein drittes Unterkieferfragment (Tab. 2. Fig. 5.) übrig, länger als die vorigen, indem der Bruch erst hinter der Backenzahnreihe erfolgt ist. Der Eckzahn ist gleich über der Basis seiner Krone abgebrochen. Der erste Backenzahn ist nur noch durch sein kleines Fach angedeutet; die 3 folgenden sind unverletzt, der darauf folgende, der Reisszahn, ist leider schon an der Basis abgesprengt; hinter ihm zeigt eine längliche Alveole das Vorkommen des 6ten Zahnes an. Die annoch aufbewahrten 3 hintern Lückenzähne kommen mit den entsprechenden der beiden andern Kiefer überein, nur sind sie etwas schwächer, stehen nicht so gedrängt und die kleinen seitlichen Zacken sind viel weniger entwickelt.

| | I. | II. | III. |
|---|---|---|---|
| Länge der untern Backenzahnreihe ungefähr | | | 29‴ |
| „ der drei letzten Lückenzähne | 16½‴ | 16½‴ | 16 |
| „ des 2ten Lückenzahns | 5 | | 4⅔ |
| „ „ 3ten „ | 6 | 5½ | 5½ |
| „ „ 4ten „ | 6½ | 6 | 6 |
| „ „ Reisszahns ungefähr | | | 7½ |

In der Anzahl der untern Backenzähne kommt demnach das Thier, von dessen Ueberresten wir hier handeln, mit den Viverren und vielen Mustelinen überein; in der Zahl der Lückenzähne auch mit den Hunden. Gleichwohl kann man schon an den Lückenzähnen dieses Thier leicht von den genannten Familien unterscheiden, da bei ihnen jene Zähne viel schmäler und zugleich höher sind, was selbst auch noch von den Viverren gilt, obwohl bei diesen die Lückenzähne grösser als bei den Hunden und Mardern, dafür aber auch ihre Zacken schmächtiger und höher sind. Wie in dieser Beziehung das urweltliche griechische Thier am nächsten den Viverren sich anschliesst, so ist diess noch mehr der Fall in Bezug auf die Beschaffenheit der untern und obern Reisszähne, und demgemäss haben wir es auch in der Familie der Viverrinen einzureihen, jedoch wegen der schon vorhin angeführten Eigenthümlichkeiten im Zahnbaue als eine besondere Gattung und Art, die wir mit dem Namen *Ictitherium viverrinum* bezeichnen wollen.

Unter den bisher bekanntgewordenen urweltlichen Arten von Viverrinen könnten wir mit der unserigen nur *Blainville's Viverra zibe-*

*thoides* in Vergleich bringen, die indess, ausser in der Form der Backenzähne, sich auch noch durch geringere Grösse derselben erheblich unterscheidet.

Erwähnung verdient noch ein Oberschenkelknochen von 3'' 1½''' Länge, der in der Grösse zu dem der Viverra Genetta passt, aber von einer schlankeren und etwas mehr gekrümmten Gestalt ist, wodurch er sich dem des Marders annähert. Ein *Schienbein*, das auch eine Mittelbildung zwischen diesen beiden *Gattungen* anzeigt, wird wohl mit dem Femur von einerlei Art herrühren. Mit Ictitherium viverrinum kann letztere aber nicht identisch seyn, da die Kiefer und Zähne von jenem ein viel grösseres Thier zu erkennen geben, als das, von welchem die genannten Knochen der hintern Extremität herstammen.

### 5. *Hyaena eximia.*

Ein schätzbarer Fund ist an einer rechten Unterkieferhälfte (Tab. 2. Fig. 6.) von einer urweltlichen Hyäne gemacht worden, und zwar ist selbige ziemlich vollständig geblieben, so dass ihre wesentlichste Beschädigung nur in dem Mangel des Gelenk- und Winkeltheiles besteht. Um die Verwandtschaft zu ermitteln, in welcher die durch diesen Unterkiefer repräsentirte Hyäne zu den andern urweltlichen, sowie zu den lebenden Arten steht, wollen wir ihre Beschreibung gleich mit Rücksicht auf die übrigen Species vornehmen.

Was zunächst an der Kinnlade selbst auffällt, ist erstlich die beträchtliche Höhe des Kronenfortsatzes, wodurch sich dieser Unterkiefer gleich von dem aller andern Arten, lebenden wie fossilen, unterscheidet. Ferner hat der horizontale Ast ebenfalls eine beträchtliche Höhe, wie sie wenigstens von den uns zur Ansicht zugänglichen Schädeln der 3 lebenden Arten (der *Hyaena striata, crocuta* und *brunnea*) nicht erreicht wird. Wenn wir nun gleich Unterkieferfragmente der *Hyaena spelaea* der gailenreuther Höhle aufweisen können, bei denen der horizontale Kieferast dieselbe Höhe erlangt, so ist doch bei ihnen zugleich der ganze Kiefer weit länger und die Zähne sind beträchtlich robuster, als es bei unserem griechischen Kiefer der Fall ist. Endlich zeigen sich auf der Aussenseite des letzteren unterhalb des ersten und zweiten Backenzahnes zwei, durch einen Zwischenraum von 3‴ getrennte Kieferlöcher, während bei allen andern uns bekannten Exemplaren nur eines vorhanden ist.

Von dem einen noch aufbewahrten Schneidezahne ist weiter nichts bemerklich zu machen, als dass er bereits stumpf abgerieben ist. Der Eckzahn ist von entsprechender Grösse und an der Spitze — durch Reibung, wie es scheint, nicht durch Bruch — abgestutzt. Die drei ersten Backenzähne, zumal der mittlere von ihnen, sind an ihren Spitzen stark abgeführt. Der dritte Backenzahn ist dadurch sehr ausgezeichnet, dass an ihm der vordere Ansatz fast so stark als der hintere entwickelt ist, während dieser Ansatz bei den lebenden Arten, wie bei der Hyaena spelaea, selbst bei den colossalsten gleichnamigen Zähnen der letzteren nur im rudimentären Zustande vorhanden ist. Am letzten Backenzahne ist leider der Schmelzbeleg zugleich mit einem Theile seiner Zahnsubstanz auf der Aussenseite abgesprengt, wodurch der Zahn auf dieser Fläche sehr verunstaltet ist; dagegen hat der Schmelz sich auf der Innenseite erhalten, nur sind die Spitzen der beiden Zacken abgenützt. An der Basis des Hinterrandes vom zweiten Zacken fügt sich ein besonderer Ansatz an, wie bei den andern Arten, ohne dass jedoch, wie bei der Hyaena striata und prisca, ein innerer kleiner Zacken sich zugesellt: der Ansatz selbst ist ziemlich entwickelt und zweilappig.

| | | |
|---|---|---|
| Länge vom Alveolenrande der Schneidezähne bis zum Vorderrande des Loches auf der Innenseite des aufsteigenden Astes | 5″ | 10‴ |
| Länge der ganzen Backenzahnreihe | 3″ | 0 |

| | | |
|---|---|---|
| Länge des 1sten Backenzahns | 0" | 7''' |
| „ „ 2ten „ | 0 | 8 |
| „ „ 3ten „ | 0 | 9½ |
| „ „ 4ten „ | 0 | 11½ |
| Kieferhöhe unterhalb des 2ten Backenzahns | 1 | 9 |
| „ „ „ 4ten „ | 1 | 11 |
| Höhe des Kronenfortsatzes über der Alveolenreihe, nach der Krümmung | 3 | 9 |

Nach den gegebenen Erläuterungen ist der vorliegende Unterkiefer mit seinen Zähnen weder mit einer der lebenden Hyänenarten, noch mit der *Hyaena spelaea* und *prisca* in Uebereinstimmung gefunden worden. Hinsichtlich der Beschaffenheit des Reisszahnes würde er am nächsten der *Hyaena arvernensis* kommen, aber die Form der übrigen Backenzähne, die Höhe des Kronenfortsatzes und das Vorkommen zweier Kieferlöcher widersprechen einer Zuweisung an letztgenannte Species, die überdiess selbst nichts weniger als sicher festgestellt ist. Mit der *Hyaena Hipparionum Gerv.* kann eine Vergleichung nicht vorgenommen werden, da von dieser der Unterkiefer mit seinen Zähnen nicht bekannt ist; nach der Form ihrer obern Backenzähne auf die untern zu schliessen, ist aber ebenfalls specifische Differenz zu erwarten. Wir sehen uns daher genöthigt, nach dem fossilen Kiefer auf eine eigenthümliche Art zu schliessen, der wir den Namen *Hyaena eximia* beilegen wollen.

### 6. *Canis lupus primigenius.*

Alles, was wir von dieser Art besitzen, besteht in einem Schädelfragment (Tab. 2. Fig. 7.), das vorn am Beginn der Backenzahnreihe und hinten am Ende derselben abgebrochen ist und von seinen Zähnen nur noch die drei letzten, aber auch diese meist mehr oder minder beschädigt, erkennen lässt. Am besten erhalten ist der zweite oder hinterste Mahlzahn der rechten Seite, nur dass er seine Höcker vollständig abgewetzt hat. Während beim lebenden Wolfe, so wie beim Höhlenwolfe (Canis spelaeus) die äussere Hälfte dieses Zahnes breiter ist als die hintere, sind an diesem Schädelfragment beide Abtheilungen von gleicher Breite, was indess zum Theil von der stärkeren Abreibung der äussern Hälfte herrühren könnte. Der erste oder vordere Mahlzahn ist auf beiden Seiten vorhanden, aber nur von seinem innern Ansatze hat sich die Krone erhalten und an selbiger lässt sich keine Differenz von dem gleichnamigen Theile am ersten Mahlzahne des Wolfes oder Höhlenwolfes auffinden. Vom Reisszahne ist nur auf der rechten Seite der Wurzeltheil conservirt mit einem geringen Bruchstück von der hintern Abtheilung der Krone. Mehr lässt sich zur Charakteristik dieses Fragmentes nicht sagen, so dass nur noch einige vergleichende Maassangaben beizufügen sind.

| | C. primigen. | C. spelaeus. | C. lupus. |
|---|---|---|---|
| Querdurchmesser des hintern Mahlzahnes . | 0″ 6½‴ | 0″ 6½‴ | 0″ 5½‴ |
| „ „ vordern „ | 0 8 | 0 9 | 0 9 |
| Länge des Zahnfaches des vordern Mahlzahnes an der Aussenseite . . . | 0 6½ | 0 6½ | 0 6½ |
| Länge des Zahnfaches des Reisszahnes ebenda | 0 9⅔ | 0 10½ | 0 10½ |
| Abstand der Zahnfächer der hintern Mahlzähne von einander | 1 4 | | 1 8 |
| Abstand der Zahnfächer der vordern Mahlzähne . . . . . . . . . | 1 4½ | 1 8 | 1 8 |
| Abstand der Zahnfächer der Reisszähne am vordern Ende | 1 8 | 1 11 | 1 10½ |

Aus diesen Messungen geht hervor, dass bei geringen Schwankungen in der Grösse der Backenzähne eine erhebliche Differenz zwischen dem fossilen griechischen Schädel und dem von *Canis spelaeus* und *C. lupus* nur in der geringeren Breite des Gaumens vom ersteren besteht.

Diese Verschmälerung geht jedoch bei vorliegendem Fragmente nicht so weit, dass es mit dem Schakal sich zusammenstellen liesse, indem bei diesem der Gaumen noch weit schmäler ist, und in demselben Verhältnisse zugleich auch die sämmtlichen Zähne an Grösse abnehmen. Von einem Schakal rührt also dieses Schädelstück nicht her, sondern von einem Thiere, das sich in der Grösse mehr dem Wolfe annähert. Eine unbedingte Verbindung mit demselben ist gleichwohl wegen der Differenz in der Gaumenbreite nicht räthlich, denn es könnte hierauf selbst ein specifischer Unterschied beruhen. Da zu einer solchen Ausmittelung jedoch der ganze Schädel im wohlerhaltenen Zustande vorliegen müsste, während wir davon nur ein kleines Fragment aufweisen können, so begnügen wir uns vor der Hand damit, das letztere dem urweltlichen Wolfe (Canis lupus fossilis) anzureihen, als eine Varietät, die man mit dem Namen *Canis lupus primigenius* auf so lange bezeichnen kann, bis die Auffindung vollständigerer Ueberreste eine schärfere Bestimmung möglich machen wird.

### 7. *Machaerodus leoninus.*

Es ist kein Wunder, dass die Palaeontologen anfänglich in grosser Verlegenheit waren, welcher Gattung, ja selbst welcher Ordnung von Säugthieren sie die isolirt gefundenen, seltsamen Eckzähne zutheilen sollten, die bei einer bedeutenden Grösse durch ihre zusammengedrückte, klingenartige, zweischneidige Form mit keinem der bekannten Typen sich in eine schickliche Verbindung bringen lassen wollten, und der Widerstreit der Meinungen konnte erst dann gelöset werden, als es durch einen glücklichen Fund gelang, dieselben noch in ihrem Kiefer festsitzend anzutreffen und sich dadurch zu überzeugen, dass sie einem Thiere angehören, das nach der Zahl und Form seiner Backenzähne mit den grossen Arten des Katzengeschlechtes übereinstimmt. Indess fehlte doch bisher noch viel zu einer sichern Kenntniss dieses Thieres, ja selbst nur des wichtigsten seiner Merkmale, des Gebisses; denn wenn auch einzelne Fragmente vom Unter- und Oberkiefer mit ihren Zähnen aufgefunden worden waren, so war man doch nicht ihrer Zusammengehörigkeit versichert, und selbst dem einzigen Schädel, der bisher bekannt wurde, geht doch die ganze Unterkinnlade ab, und überdiess fehlt von ihm eine ausführliche Beschreibung. Es hat uns daher sehr erfreut, eine Vorderhälfte vom Schädel dieses Thieres vorlegen zu können, an welcher das ganze Gebiss in seiner natürlichen Verbindung, sowohl in der Ober- als Unterkinnlade, vorhanden ist.

Dieses Schnautzenstück (Tab. 3. Fig. 1.) ist gerade hinter der Backenzahnreihe senkrecht abgebrochen und war völlig in die Gesteinsmasse eingehüllt und mit derselben so innig verwachsen, dass es der ganzen Kunstfertigkeit unsers geschickten Dieners *Ditterich* bedurfte, um selbiges mit möglich geringstem Verluste an Knochenmasse aus seiner steinharten Umhüllung zu befreien, wobei es sich zeigte, dass der rechte Unterkieferast bereits einen Querbruch hatte, und ausserdem seine Backenzahnreihe an den Wurzeln abgeknickt war, so dass sich der Kiefer leicht ablösen liess, während seine Zähne in der Ausfüllungsmasse stecken blieben. Uebrigens zeigte sich die Mundöffnung geschlossen, so dass, wie gewöhnlich, die obern Backenzähne über die untern herabgriffen und mehr oder minder verdeckten.

So viel sich über die äussern Umrisse dieses Schädelstücks sagen lässt, so sieht man, dass sie im Wesentlichen mit denen des *Machaerodus megantereon* übereinstimmen, aber ein weit grösseres Thier zu erkennen geben. Wie bei diesem zeichnet sich das Kinnstück durch sein steiles Aufsteigen und durch seine platte und hohe Form aus, so dass die Reihe der Schneidezähne ein weit höheres Niveau über die der Backenzähne einnimmt als beim Löwen und Tieger. Die nothwendige Folge ist, dass auch die obern Schneidezähne höher über die obern

Backenzähne zu stehen kommen, als diess der Fall bei den grossen Arten des Katzengeschlechtes ist.

Die Zahnformel für unser fossiles Schädelfragment lautet: Vorderzähne $\frac{6}{6}$, Eckzähne $\frac{1}{1}:\frac{1}{1}$, Backenzähne $\frac{4}{3}.\frac{4}{3}$.

Die Schneidezähne des Ober- wie des Unterkiefers sind sämmtlich vorhanden und nehmen, wie gewöhnlich, von der Mitte nach Aussen an Grösse zu; der äusserste in dieser Hinsicht weit die innern übertreffend. Mit ihrer Hinterseite haften sie der Ausfüllungsmasse fest an, ihre vordere ist blosgelegt. Die allein sichtliche Vorderfläche ist stark gewölbt conisch, mit stumpfer Zuspitzung. Ob ihre Seitenkanten glatt oder gezähnelt sind, konnte bei der festen Einfügung dieser Zähne in das Gestein nicht ermittelt werden, und der mit seiner Spitze frei daliegende obere äussere Vorderzahn ist an seinen beiden Rändern so abgenützt, dass eine Zähnelung, wenn sie vorhanden war, nunmehr beseitigt ist. Da indessen am linken untern Eckzahn wegen seiner Verwachsung mit dem Gesteine auch keine Kerbung wahrzunehmen ist, während ein glücklicher Bruch des rechten untern Eckzahns eine deutliche Zähnelung auf der Innenseite aufgedeckt hat, so steht zu vermuthen, dass wenigstens die grossen äussern Vorderzähne eine ähnliche Beschaffenheit haben dürften.

Nach kurzem Abstande vom äussersten Vorderzahne folgt beiderseits der gewaltige obere Eckzahn, der zunächst die Aufmerksamkeit auf dieses seltsame Thier gelenkt hat. Er ist auf beiden Seiten in der vollen Länge seines aus dem Kiefer hervorragenden Kronentheils erhalten und zwar links ganz vollständig, rechts aber hat sich seine Spitze mit einem grossen Theil des Vorderrandes vom Uebrigen loslösen lassen, so dass man nun auch seine innere Fläche betrachten kann. Es sind diess gewaltige Zähne von gebogener Form, stark zusammengedrückt, mit zwei schneidenden Rändern, welche beide fein gekerbt und gezackt sind und zwar derartig, dass die Zähnelung der hintern Kante bis zur Einfügung des Zahnes in den Kiefer reicht, während die der vordern Kante nicht so weit hinauf sich erstreckt. Gegen die vordere Kante zu sind die Seitenflächen etwas mehr gewölbt als gegen die hintere; im Uebrigen sind sie auf beiden Seiten glatt, ohne Längsfurchen. Die Wurzel des linken Eckzahns ist bald abgebrochen; die linke zieht sich unter den Gesichtsknochen weiter fort, aber ihr Ende ist ebenfalls abgeknickt.

Gegen die mächtigen obern Eckzähne stechen die untern Eckzähne sehr ab, sowohl nach ihrer verhältnissmässig geringen Grösse, die nicht einmal der der gleichnamigen Zähne des Löwen gleichkommt, als nach ihrer Form, die wieder zu dem gewöhnlichen kegelförmigen Typus der Fleischfresser zurückkehrt. Sie haben eine kegelförmige, etwas einwärts gebogene Krone mit stark und bauchig gewölbter und dabei vollkommen glatter Aussenfläche. Am linken Eckzahne, der mit seiner innern Fläche fest der Ausfüllungsmasse anhaftet, ist keine Zähnelung an den Seitenrändern wahrzunehmen; dagegen hat, wie erwähnt, ein glücklicher Bruch die Krone des rechten untern Backenzahnes abgesprengt und dadurch dessen innere Fläche (Tab. 3. Fig. 2.) der Betrachtung zugänglich gemacht. Diese Innenfläche ist glatt und schmal, mit sanfter, kaum merklicher Wölbung längs der Mitte. Sie schneidet beiderseits mit einem scharfen Rande von der gewölbten Aussenseite ab, und beide Ränder sind auf der Innenseite nach ihrer ganzen Länge fein gekerbt. Die verhältnissmässig geringe Entwickelung der untern Eckzähne wird recht auffallend, wenn man sie in Vergleich bringt mit dem äussern obern Vorderzahn, indem dieser jenem zwar etwas in der Länge, kaum aber in der Breite nachsteht; übrigens ist er aussen flacher und nicht so bauchig gewölbt.

Nach einem merklichen Abstande folgt hinter dem obern Eckzahne der vorderste Backenzahn, ohne dass ihm der bei den meisten Katzenarten vorhandene kleine einspitzige Lückenzahn vorausgegangen wäre. Er ist nur auf der rechten Schädelseite vorhanden; auf der linken ist er zugleich mit dem hinteren Zahne weggebrochen. Seiner Form und Stellung nach entspricht jener Zahn dem zweiten obern Backenzahn des Löwen, hat auch mit diesem an der Basis der Krone dieselbe Länge, unterscheidet sich aber von letzterem sehr erheblich dadurch, dass der mittlere Zacken, obgleich noch nicht abgenützt, bedeutend kürzer ist und deshalb die seitlichen Zacken, zumal den stark entwickelten und in der Mitte stark eingekerbten hinteren, viel weniger überragt. Dagegen ist der hintere Backenzahn, der Reisszahn (Tab. 3. Fig. 3.), merklich länger als beim Löwen und dem entsprechend auch etwas höher; im Uebrigen kommt er nach seiner ganzen Form auf der Aussen- wie auf der Innenseite mit selbigem überein. — Zuletzt folgt einwärts vom hinteren Ansatz des Reisszahnes der kleine, den Katzenarten eigenthümliche, querstehende Mahlzahn, der zwar an der Basis abgebrochen ist, aber doch wenigstens seinen ovalen Umriss noch zu erkennen gibt.

Die Zahl der untern Backenzähne beträgt jedenfalls 3, nicht mehr oder weniger; diess lehrt uns deutlich der losgelöste rechte Unterkiefer, an welchem wenigstens die 3 Alveolen für diese Zähne noch im unversehrten Stande aufbewahrt sind. Auch die dazu gehörigen Kronen dieser 3 Zähne sind auf erwähnter Seite vorhanden, doch ist der erste vorn an der Basis etwas beschädigt und der letzte zum grössten Theile abgesprengt. Auf der linken Seite ist dagegen der erste untere Backenzahn vollständig aufbewahrt und dem zweiten fehlt blos der hintere Ansatz; der dritte ist aber gar nicht mehr vorhanden. Was den ersten und zweiten unteren Backenzahn anbelangt, so kommen sie im Wesentlichen mit denen des Löwen überein, nur dass ihr hinterer Ansatz deutlicher zweitheilig ist. Der letzte Backenzahn ist uns, wie gesagt, nur in seinem Wurzeltheil und einem Stück der Vorderhälfte seiner Krone aufbewahrt, daher einer vollständigen Vergleichung nicht zugänglich;

was aber von ihm übrig ist, zeigt ebenfalls auf Uebereinstimmung mit dem gleichnamigen Zahne des Löwen.

Nachstehende Maasse werden zur weiteren Erläuterung des Gesagten dienen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Entfernung des mittlern obern Schneidezahns vom vordern obern Backenzahn . . . . . | 0m, 090 | 3″ | 4‴ |
| Entfernung obigen Schneidezahns vom Hinterrande des Reisszahnes | 157 | 5 | 10 |
| Entfernung des mittlern untern Schneidezahns vom vordern untern Backenzahn | 080 | 2 | 11½ |
| Entfernung des Hinterrandes des obern Eckzahns vom vordern obern Backenzahn . . . . . . | 022 | 0 | 9⅔ |
| Entfernung des Hinterrandes des untern Eckzahns vom vordern untern Backenzahn . . . . . | 054 | 2 | 0 |
| Höhe des Unterkiefers am letzten Backenzahn . . | 040 | 1 | 5½ |
| Breite des äussern obern Vorderzahns an der Basis | 014 | 0 | 6½ |
| „ „ obern Eckzahns an der Basis . | 035 | 1 | 4 |
| Länge, gerade, der Krone desselben *) . . . | 119 | 4 | 5 |
| Dicke, grösste, ungefähr . . . . . . | 015 | 0 | 6⅔ |
| Länge des untern Eckzahns . . . . . | 029 | 1 | 1 |
| Breite an der Basis . . . . . . | 015 | 0 | 5⅔ |
| Länge des vordern obern Backenzahnes . . . | 023 | 0 | 10½ |
| „ „ obern Reisszahnes . . . . . | 042 | 1 | 6⅔ |
| „ „ Mahlzahnes . . . . . . . | 011 | 0 | 5 |
| „ „ 1sten untern Backenzahnes . . . | 021 | 0 | 9½ |
| „ „ 2ten „ „ . . . | 027 | 1 | 0 |
| „ „ 3ten „ „ . . . | 031 | 1 | 1½ |

---

*) Auf der rechten Seite ist von der Länge der Wurzel des obern Eckzahns (von den Gesichtsknochen verdeckt) noch 0m, 065 (2″ 5‴) vorhanden, und sie hat hier an ihrem abgebrochenen obern Ende noch eine Breite von 0m, 020 (9‴).

Ausser dem oben beschriebenen Schädelfragment ist noch ein einzelner oberer Eckzahn (Fig. 4.) vorhanden, der mit Ausnahme eines ganz kleinen Stücks am Wurzelende vollständig erhalten ist. Er erscheint in den hintern zwei Dritteln seiner Länge flacher als die gleichnamigen in dem Schädelfragmente, ja selbst längs der Mitte etwas ausgehöhlt, was aber offenbar nur durch den auf ihn lastenden Druck der Gesteinsmasse, welchem dieser von einer Zahnhöhle durchzogene Theil nicht genugsam Widerstand zu leisten vermochte, veranlasst worden ist. Sonst kommt er in allen Verhältnissen mit denselben Zähnen des Schädelfragmentes überein, ist an der Krone gleichmässig zweischneidig und gekerbt, wobei ebenfalls, wie bei letzteren, am äussersten Rande diese Zähnelung viel eher als am innern aufhört, damit aber auch die Schneide dieser Kante, denn indem sich die gekerbte Linie eng gabelförmig spaltet, verliert sich bald die Zähnelung auf den beiden Seitenlinien dieser Gabel, und ihr Zwischenraum bietet eine erweiterte und gewölbte, glatte Aussenfläche dar. Noch ist bemerklich zu machen, dass, wie bei den Eckzähnen des Schädelstücks, der gekerbte Randtheil gegen sein oberes Ende hin an beiden Seiten, hauptsächlich aber auf der hintern, als feiner Kamm vorragt und auf letzterer zuletzt in einer schiefen Linie absetzt. Von diesem Zahne gelten nachstehende Maassabnahmen.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Länge, gerade, des Eckzahns . . . . . | 0$^{m}$, 163 | 6″ | 0‴ |
| „ nach der äussern Curve . . . . . | 200 | 7 | 5 |
| „ „ „ innern „ . . . . . | 168 | 6 | 3 |
| „ der innern Zähnelung, in gerader Linie . | 103 | 3 | 9½ |
| „ „ äussern „ bis zur Gabelung . | 065 | 2 | 5 |
| Breite, grösste, in der Mitte . . . . . | 042 | 1 | 7 |

Ausser diesen beiden Stücken hat sich sonst von andern Ueberresten des Machaerodus nichts vorgefunden als 2 Krallenglieder, wovon das eine noch in Verbindung mit der zweiten Phalanx steht (Fig. 5.). Letztere ist eben so ausgeschweift zur Aufnahme des Krallengliedes im zurückgezogenen Zustande, wie bei den Katzen, ist aber kürzer und dabei etwas breiter als bei irgend einer der Phalangen des Löwen, und scheint der äussern Zehe des Hinterfusses angehörig. Die Krallen des Machaerodus waren daher einziehbar wie bei den Katzen.

Nachdem einmal das Vorkommen des Machaerodus in den Ablagerungen von Pikermi constatirt war, halten wir uns nunmehr auch für überzeugt, dass das aus der Sendung des Herrn Dr. *Lindermayer* uns früher zugekommene *Olecranon* (Abh. der Münchn. Akad. V, S. 375, Tab. 2, Fig. 6.) nicht, wie wir damals vermutheten, einer grossen urweltlichen Katzenart, *Felis gigantea*, sondern unserem Machaerodus zugehört. Wir mussten auf jene frühere Meinung geleitet werden, weil uns damals das Vorkommen letzterer Gattung unter den griechischen fossilen Ueberresten nicht bekannt war. Jetzt, wo diess von uns nachgewiesen ist, während zugleich auch die neue Ausgrabung keine Ueberreste einer grossen Katzenart zu Tage förderte, bleibt uns, bei der grossen Aehnlichkeit, die in der Beschaffenheit der Backenzähne und des Hinterhauptes zwischen diesen beiden Gattungen besteht, kein Zweifel, dass diese Aehnlichkeit sich nicht auch auf das übrige Knochengerüste erstrecken werde und daher fraglicher Knochen von Machaerodus abstammt und zwar von derselben Art, mit welcher wir uns hier beschäftigen. Die Grösse dieses Olecranons steht im entsprechenden Verhältnisse zu der des Schädels, denn gleichwie jenes an Länge das des Löwen übertrifft und nur von der Felis spelaea erreicht werden wird, eben so ist unser Schädel vom Machaerodus grösser als der des Löwen, und wenigstens sein Schnautzentheil (vom Hinterrande des obern Reisszahnes an bis zum Zahnfache des obern mittlern Schneidezahns gemessen) hat ganz die gleiche Länge wie bei der Felis spelaea.

Zum Schlusse fragt es sich nur noch, welcher der bisher aufgestellten Arten von Machaerodus die uns vorliegenden Ueberreste zuzuweisen seyn möchten. Die Beantwortung dieser Frage hat ihre besondern Schwierigkeiten, da diese Arten nichts weniger als scharf von einander unterschieden worden sind.

Wir wollen mit derjenigen Art beginnen, welche am weitesten von der unserigen abliegt und über die zugleich viel mehr Anhaltspunkte als über die andern uns geboten sind; diess ist der *Machaerodus megantereon* aus der Auvergne, von *Gervais* fälschlich als M. cultridens bezeichnet. Die Stücke, auf welche diese Art begründet wurde, sind ein Unterkieferfragment mit seinen 3 Backenzähnen nebst dem Eckzahne und einem Schneidezahne; ferner ein isolirtes Bruchstück des Oberkiefers mit den beiden grossen Backenzähnen, ausserdem einzelne obere Eckzähne und zuletzt noch ein ganzer Schädel mit ansitzendem Eckzahne, jedoch ohne Unterkiefer *). Nach den Angaben von *Blainville* haben im isolirten Unterkiefer die 3 untern Backenzähne die Länge von 0,011, 017, 018; im isolirten Oberkiefer sind die beiden obern Backenzähne gleich 0,015, 0,030. Er bemerkt dabei, dass die Verhältnisse der untern Backenzähne vollkommen mit denen des Parders stimmen und hiezu auch noch die des vorderen Backenzahnes passen, dagegen sei zwischen diesem und dem ihm folgenden Reisszahne in der Grösse ein so ausserordentliches Missverhältniss, wie es bei keiner der lebenden Katzenarten vorkomme. Wir müssen diese Bemerkungen auch in Bezug auf unseren griechischen Schädel bestätigen, wie diess die Abbildungen und die Messungen näher ausweisen. Der Machaerodus megantereon kommt also in den Proportionen und in der Zahl der Backenzähne mit unserem Exemplare überein; dasselbe gilt auch von der eigenthümlichen Form seiner Kinnsymphyse, aber er unterscheidet sich in zwei Stücken von letzterem: 1) seine Grösse ist ungefähr die eines Parders und steht demnach um ein Drittel der des griechischen Thieres nach, dessen Grösse die des Löwen übertrifft und der der Felis spaelaea gleichkommt; 2) die Eck- und Schneidezähne haben einen glatten Rand, während er bei unserer Art gekerbt ist. Diese beiden Merkmale sind vollkommen ausreichend, um das griechische Exemplar für eine von M. megantereon scharf geschiedene Art zu erklären.

---

*) Vergl. *Blainville's* Ostéograph. 12 fascic. p. 129. Tab. 17. — Hinsichtlich des oben erwähnten Schädels, von dem *Bravard* einen Gipsabguss und eine Zeichnung an Blainville einsandte, welche Letzterer copirte, müssen wir bemerken, dass selbige insofern unrichtig ist, dass sie den Reisszahn viel zu weit nach vorn gesetzt hat, so dass, nach der Zeichnung, als Zwischenraum zwischen ihm und dem Hinterrande des Eckzahnes nur 0,016 übrig bliebe und demnach für den vordern Backenzahn kein ausreichender Raum vorhanden wäre. Dieser Zahn ist aber, nach Blainville's Angabe, 0,025 lang und seine Entfernung vom Eckzahne beträgt noch 0,011. Hieraus geht klar die Fehlerhaftigkeit der Zeichnung hervor, und es muss deshalb auf *Gervais* verwiesen werden, der von eben diesem Schädel eine richtige Abbildung in seiner Zoologie et Paléontologie françaises tab. 7 mittheilte. Noch ist zu bemerken, dass das Grössenverhältniss dieser beiden Zähne zu einander in entschiedenem Widerspruch mit dem steht, wie es sich am hiesigen und an dem Original-Exemplare findet; auch dieser Punkt bedarf demnach einer näheren Prüfung. Der Eckzahn hat an jenem Schädel eine Länge von 0,079 in seinem Kronentheil, eine Breite von 0,020 und eine Dicke von 0,011 an der Basis.

Eine zweite Art ist als *Machaerodus cultridens* bezeichnet worden und sie ist diejenige, welche zuerst die Aufmerksamkeit der Palaeontologen auf diese urweltlichen Thiere lenkte. Sie wurde im Arnothale entdeckt, aber lediglich isolirte Eckzähne, die sowohl durch ihre enorme Grösse, als ihre zusammengedrückte zweischneidige Form die Zoologen in nicht geringe Verlegenheit setzten, welcher Gattung von Thieren sie dieselben zuschreiben sollten, indem man weder in der Fauna der Jetztzeit noch der Urwelt ein Analogon kannte. Da man am erwähnten Fundorte gleichzeitig fossile Bären-Ueberreste mit diesen paradoxen Zähnen ausgegraben hatte, so liess selbst *Cuvier* sich zur Vermuthung hinreissen, als ob letztere mit jenen zusammengehörig seyn dürften, und so entstand der *Ursus cultridens*, aus dem Andere, nach Bezugnahme auf die später entdeckte Felis megantereon (wie sie anfänglich genannt wurde), eine *Felis cultridens* machten. Auch als später in der Auvergne ebenfalls Spuren von diesen grossen Thieren gefunden wurden, konnten selbige zur Erweiterung der Kenntniss von selbigen nichts beitragen, da sie gleichmässig nur in obern Eckzähnen bestanden, unter denen einer nicht weniger als 0,165 in gerader Linie maass. In dieser Beziehung half es auch nichts, dass *Kaup* in den berühmten Knochenlagern von Eppelsheim diesen Thieren ebenfalls auf die Spur kam; es war wieder nur ein einzelner Eckzahn, der den eben angeführten an Grösse nicht nachstand. Dieser Zahn ist es, auf den Kaup die Gattung Machaerodus gründete, indess machte er sich von ihr eine sehr irrthümliche Vorstellung, indem er jenen Zahn für einen Eckzahn der Unterkinnlade ausgab. Endlich entdeckte auch *Mac Enery* in der Kentshöhle in England 3 solche Eckzähne und einen Schneidezahn, der gleichfalls demselben Thiere zugeschrieben wurde.

Die letztgenannte Entdeckung gab *Owen* *) Veranlassung, eine 3te Art als *Machaerodus latidens* zu unterscheiden. Nach Vergleichung mit dem Gipsabgusse eines solchen Eckzahnes aus dem Arnothale fand er nämlich, dass die aus der Kent'shöhle verhältnissmässig breiter und zugleich dünner oder zusammengedrückter, namentlich am Hintertheil der Krone **) sind. Der grösste dieser Zähne hatte längs der vordern Krümmung eine Länge von 6″ und an der Basis der Krone eine Breite von 1″ 2‴. Die Abbildung, welche Blainville von einem solchen Zahn aus dem Arnothale mittheilt, kann zur Bestätigung dienen, dass derselbe weit schlanker ist, als die von Letzterem und von Owen abgebildeten englischen Eckzähne. Es kommt aber noch ein Merkmal hinzu, welches nicht von Owen, wohl aber von Blainville angeführt wird; es sind nämlich die grossen Eckzähne aus dem Arnothale wie aus der Auvergne an ihren Rändern nicht gekerbt, sondern glatt und ganzrandig gleich den Eckzähnen des M. megantereon.

---

*) Hist. of Brit. foss. mamm. p. 179.

**) Es beruht nur auf einem Schreib- oder Druckfehler, dass dafür der anterior part of the crown genannt wird.

Obwohl nun Blainville auf diesen Unterschied kein Gewicht legt, sondern die genannten ganzrandigen Eckzähne mit den kerbzähnigen von Eppelsheim und der Kentshöhle unter der Species Felis cultridens zusammenfasst, so bedünkt uns doch diese Vereinigung als unstatthaft, da die Differenz zwischen den schmächtigen und ganzrandigen Eckzähnen und den breiten und kerbrandigen viel zu gross ist, als dass man nicht dadurch zur Annahme von zwei verschiedenen Arten eine volle Berechtigung hätte. Wir wollen daher der Species mit den grossen, aber glatten Eckzähnen aus der Auvergne und dem Arnothale die Bezeichnung als *M. cultridens* belassen, dagegen mit Owen die grossen, aber gekerbten Eckzähne aus England und von Eppelsheim mit dem Namen *M. latidens* bezeichnen.

Zu letzterer Gruppe gehören nun auch die griechischen Ueberreste; gleichwohl tragen wir Bedenken, sie ohne Weiteres als mit M. latidens zur nämlichen Art gehörig zu erklären, und zwar aus folgenden Gründen. Erstlich ist bei Fleischfressern die Uebereinstimmung von Eckzähnen durchaus kein Beweis, dass sie von einer und derselben Art herrühren, im Gegentheil ist es bekannt, dass ganz verschiedene Arten gleichwohl in dem Bau ihrer Eckzähne identische Formen darbieten können. Hätten wir freilich aus Griechenland nichts weiter als obere Eckzähne vorliegend, so würden wir allerdings Anstand nehmen, in ihnen eine besondere Art anerkennen zu wollen, da wir nicht im Stande wären, ausreichende Gründe hiefür aufzubringen. Etwas anders aber ist es in dem vorliegenden Falle, wo uns ein Schädel mit seinem ganzen Zahnsysteme zu Gebote steht und damit eine Menge von Anhaltspunkten zur Ermittelung der systematischen Stellung desselben gegeben sind, von denen wir in Bezug auf die englischen Funde gar keinen Gebrauch machen können. Es ist möglich, dass bei späterer Auffindung von besser erhaltenen Ueberresten in England Unterschiede in der Form und den relativen Grössenverhältnissen der übrigen Zähne sich zeigen könnten, die eine Zusammenfassung der englischen und griechischen Exemplare unter einer Art als ganz verfehlt nachweisen würden. Und in der That fehlt es nicht an Anzeichen, dass solche anderweitige Differenzen vorhanden sind.

An demselben Fundorte nämlich, von welchem die englischen obern Eckzähne herrühren, aus der Kentshöhle, ist noch ein unterer äusserer Schneidezahn zum Vorschein gekommen, der mit dem gleichnamigen des griechischen Schädelfragments gleiche Form hat, denn auch dieser hat an der Basis der Krone jederseits einen stumpfen Seitenzacken, und die Zähnelung der Ränder wird ihm wohl auch nicht abgehen. Dagegen ist der englische Zahn von einer weit robusteren kräftigeren Form, indem er wohl um ein Drittel breiter ist als der des griechischen Schädels, obgleich umgekehrt bei diesem die obern Eckzähne breiter sind als die gleichnamigen englischen.

Etwas Aehnliches zeigt sich auch bei den Eppelsheimer Funden. Mit dem grossen gesägten obern Eckzahne ist dort ein anderer isolirter Eckzahn vorgekommen, auf welchen, in Verbindung mit einem ebenfalls vereinzelten Backenzahne, *Kaup* *) seine neue Gattung *Agnotherium* begründete. Es hat aber schon *Blainville* darauf aufmerksam gemacht, dass dieser Eckzahn dem Machaerodus angehört, und zwar in dessen Unterkiefer seinen Sitz hat. Diess ist auch nach Vergleichung dieses Zahnes mit dem gleichnamigen untern Eckzähne des griechischen Schädels vollkommen richtig, nur ist der eppelsheimer Zahn, wie im vorhin erwähnten Falle, von einer weit massiveren kräftigeren Form, indem er an der Basis eine Breite von 0,022 hat, während der griechische nur 0,016 erreicht, wobei wohl zu beachten, dass der mit jenem zusammengefundene obere Eckzahn weder an Länge noch Breite den gleichnamigen griechischen übertrifft.

---

*) Descript. d'ossem. fossil. II. p. 28.

Auf diese Nachweise hin erklären wir denn die in der Kenthöhle und bei Eppelsheim gefundenen obern Eckzähne und die mit ihnen zugleich vorkommenden grossen untern Eck- ued Schneidezähne für einer und derselben Art zugehörig: dem *Machaerodus latidens*. Dagegen errichten wir für den griechischen Schädel, dessen untere Eck- und Schneidezähne höchst auffallend schwächer und kleiner, seine obern Eckzähne aber eher grösser sind als bei jenem, eine besondere Art, der wir den Namen *Machaerodus leoninus* beilegen.

So hätten wir denn für Europa 4 Arten von Machaerodus anzunehmen *); indess ist bekanntlich diese Gattung nicht auf unsern Welttheil beschränkt, sondern sie ist auch in Südasien, sowie in Süd- und Nordamerika durch Arten vertreten, auf die wir hier nicht weiter einzugehen brauchen. Obgleich demnach weit verbreitet, sind es doch bisher nur wenige Punkte, an denen Ueberreste von Machaerodus gefunden wurden, und auch an diesen Punkten nur als vereinzelte Seltenheiten.

---

*) Noch führt ***Pomel*** eine besondere Art als ***Machaerodus brevidens*** auf, die die uns nicht näher bekannt und auch von ***Gervais*** blos citirt, aber nicht beschrieben ist. ***Blainville's Felis palmidens*** scheint auch eher zu Machaerodus als zu Felis zu gehören.

## C. Nager.

Alles, was wir von dieser Ordnung vorlegen können, besteht in zwei vereinzelten Backenzähnen, die von einer und derselben Art abstammen. Die Nager gehören in den Ablagerungen von Pikermi jedenfalls zu den grossen Seltenheiten, denn wenn sie auch ihrer Kleinheit wegen beim Ausgraben hätten übersehen werden können, so doch nicht hier, wo eine Menge der eingelieferten Blöcke zertrümmert und auf ihren Knocheninhalt in der scrupulösesten Weise durchsucht wurden.

### 8. *Castor atticus.*

Zwei isolirte Backenzähne sind es, durch welche uns das Vorkommen biberartiger Thiere unter den urweltlichen Ueberresten von Pikermi angezeigt ist. Beide gehören der rechten Unterkieferhälfte an und sind auf ihrer Kaufläche bereits stark abgeführt und zwar an dem einen in der Weise, dass die Schmelzfiguren ganz undeutlich geworden sind, während sie sich an dem andern (Tab. 4. Fig. 5, 5a) deutlich darstellen. Der erstere ist vorn und hinten gewölbt und seine vordere Abtheilung ist an der Stelle, wo sie mit der hintern auf der Aussenseite des Zahnes zusammenstösst, merklich verschmälert; der andere hat eine mehr rechtseitige, vorn gerade, hinten schwach gewölbte Form. Beide sind an der Basis der Krone abgebrochen, aber an dem abgebrochenen Zahne, nach welchem unsere Abbildung gefertigt ist, sieht man noch die Ueberreste von mindestens 3 gesonderten Wurzeln. Dieser Zahn hat eine Länge von 5''' (0$^{m}$, 011) und eine Breite von 4''' (0,009). Seine Schmelzumhüllung dringt auf der Aussenseite mit einer sehr schief nach hinten gewendeten Duplicatur ein; die Schmelzleisten auf der Kaufläche bilden, mit Ausnahme der hintersten, mehr oder minder gewundene Figuren, deren detailirte Beschreibung wir uns ersparen können, da sie in der Abbildung vollkommen getreu dargestellt sind.

Dass diese Zähne von Thieren aus der Familie der Biber herrühren, gibt ihr erster Anblick unzweifelhaft zu erkennen; desto schwieriger ist es, ihre Beziehungen zu den bisher aufgestellten Arten zu ermitteln. Wir haben sie sorgfältig mit den Arten verglichen, welche *Kaup*, *Fischer*, *Jaeger*, *Owen*, *Meyer*, *Gervais* u. A. als *Castor*, *Trogontherium*, *Chalicomys*, *Palaeomys*, *Stenofiber* beschrieben und abgebildet haben, ohne sie mit den Backenzähnen von irgend einem dieser Thiere identisch zu finden. Die unterscheidenden Merkmale der griechischen Backenzähne ergeben sich aus ihrer Grösse und Form, der sehr schiefen Richtung der von der Aussenseite des Zahnes nach innen und hinten eindringenden Schmelz-Duplicatur, und aus der mehr complicirten Beschaffenheit der Schmelzfiguren auf der Kaufläche. Nun gestehen wir allerdings gern, dass es immerhin, bei so nahe verwandten Formen wie im gegenwärtigen Fall, eine missliche Sache ist, blos auf 2 Backenzähne hin eine neue Art begründen zu wollen; indess, da es uns nicht gelungen ist, sie bei einer andern unterzubringen, bleibt uns doch nichts weiter übrig, als sie mit einem besondern Namen zu bezeichnen. Hiefür haben wir den Namen *Castor atticus* gewählt, um dadurch gleich ihren Fundort anzugeben.

---

## D. Zahnlücker.

Durch die neueste Ausgrabung hat ein glücklicher Fund uns die Ueberreste eines Thieres zugeführt, dessen Vorkommen bei Pikermi uns nicht minder als das der Affen überrascht hat, und das wir unter den bekannten Gattungen keiner andern als dem *Macrotherium* zuweisen können, wenn sie nicht etwa gar eine eigenthümliche bilden dürfte.

### 9. *Macrotherium sp. indeterm.*

Die ersten Spuren von dieser Gattung wurden bekanntlich in dem tertiären Sande von Eppelsheim gefunden, und bestanden in einer Krallenphalanx, die *Cuvier* einem riesenhaften Schuppenthiere unter dem Namen *Pangolin gigantesque* zuschrieb. Eine zweite Phalanx, die später an demselben Orte ausgegraben wurde und deren hintere Gelenkfläche eine Stellung zeigte, wie sie von keinem andern Thiere bisher bekannt war, brachte *Kaup* auf die Vermuthung, dass diese seltsamen gigantischen Phalangen mit dem nicht minder sonderbar geformten Schädel des Dinotheriums zusammen gehört haben möchten. Die Auffindung zahlreicher Stücke bei Sansans im Departement du Gers belehrte indess, dass diese Vermuthung unrichtig war und dass die von Cuvier gegebene Deutung der Wahrheit am nächsten kam. Das Thier gehört nämlich den Edentaten an und zwar als eine von den bekannten wohl unterschiedene Gattung, die von *Lartet* mit dem Namen *Macrotherium* bezeichnet wurde. Leider sind die französischen Funde noch nicht in detailirten Beschreibungen erörtert, so dass wir im vorliegenden Falle auf selbige gar nicht recurriren können*), sondern uns lediglich an die von Kaup gegebene Beschreibung und Abbildung einer vereinzelten Phalanx halten müssen.

Es sind in Allem nur zwei Stücke, die uns das Vorkommen des Macrotheriums bei Pikermi anzeigen, nämlich zwei Phalangen (Tab. 4. Fig. 1 — 2. a.), die an den Enden beschädigt sind und daher keine vollständige Beschreibung zulassen. Wenn gleich beide nicht identisch mit der von Kaup abgebildeten Phalanx sind, sondern einer anderen Reihe von Zehengliedern, und jede der beiden wieder einer verschiedenen angehören, so theilen sie doch mit ihr das eminent auszeichnende Merkmal, nämlich dass die hintere Gelenkfläche nicht hinten, sondern auf der Oberseite des Zehengliedes liegt. Beide Phalangen sind übrigens nicht gleichförmig gebildet und zeigen dadurch die Verschiedenheit ihrer Stellung unter den Zehengliedern an. Die eine (Fig. 1 a, 1 b.) ist robuster und ihr Mitteltheil vor den beiden ausgehöhlten Enden der Unterseite ist horizontal; die hintere rundliche, napfförmig ausgehöhlte Gelenkfläche ist zwar hinterwärts etwas schief abfallend, nimmt aber einen grossen Raum auf der Oberseite ein. Diese Phalanx nähert sich am meisten der von Kaup abgebildeten. — Die andere Phalanx (Fig. 2 a, 2 b.) fällt nach vorn stark ab und ihre obere Gelenkfläche ist abschüssiger, die Unterseite ist der Länge nach etwas convex, der Quere nach seicht ausgeschweift und am vordern Ende für die vordere Gelenkung tief ausgehöhlt; dieses Ende ist zugleich im Vergleich zum hintern bedeutend verdünnt. Wie schon Kaup bemerklich macht, sind die hintern Gelenkflächen auf der einen Seite stärker entwickelt als auf der andern.

---

*) Es hat zwar *Gervais* in seiner Zoolog. et Paleontol. françaises tab. 43 die Abbildung der 3 Phalangen und des Mittelhandknochens einer Zehe gegeben; da er aber diese Theile in ihrer natürlichen Verbindung beliess und überdiess auf $^1/_4$ verkleinerte, so konnten sie so wenig als die etlichen Worte des Textes unserem Zwecke förderlich seyn.

Nach diesen Merkmalen wüssten wir die vorliegenden Phalangen keiner andern Gattung als Macrotherium anzureihen, vielleicht sogar derselben Art, wie der bei Eppelsheim und Sansans gefundenen, worüber freilich eine Entscheidung erst dann erfolgen kann, wenn einmal der Bau der Vorder- und Hinterfüsse vollständig bekannt seyn wird.

## E. Dickhäuter.

Unsere Hoffnung, zahlreiche Ueberreste von Dinotherien durch die Ausgrabung ausfindig zu machen, ist nicht in Erfüllung gegangen, dagegen haben sich 2 andere Gattungen: Sus und Mastodon eingestellt.

### 10. *Sus erymanthius.*

Von einem urweltlichen Schweine liegen etliche, dem Kauapparate angehörige Theile vor. Am vollständigsten unter denselben ist ein Unterkiefer, dessen Zähne auf beiden Seiten erhalten sind, während der aufsteigende Ast und der untere Rand des horizontalen Astes beiderseits abgebrochen ist. Ausserdem ist noch ein Symphysenfragment mit etlichen Schneidezähnen und der Wurzel des untern Eckzahns vorhanden, dann ein Bruchstück des Unterkiefers mit 4 wohlerhaltenen Backenzähnen und noch etliche isolirte obere und untere Schneidezähne.

Zur sichern Bestimmung am wichtigsten ist der Unterkiefer mit seinem vollständigen Gebisse (Tab. 5. Fig. 1 — 1 a.). Der erste Anblick belehrt, dass die Zähne in ihren Formen ganz und gar den Typus von Sus scrofa und den andern Arten, welche die Gattung Sus im engeren Sinne ausmachen, einhalten. An Zähnen sind überhaupt vorhanden: 6 Schneidezähne, 1 + 1 Eckzähne und 6 + 6 Backenzähne. Es fehlt demnach ein Backenzahn und zwar ist diess der erste Lückenzahn, von dem auf beiden Kieferästen keine Spur, nicht einmal Alveolen, aufzufinden sind. Die räumlichen Verhältnisse dieses Unterkiefers sind folgende:

| | | |
|---|---|---|
| Abstand des Hinterrandes des letzten Backenzahns von der Schneide der mittlern Schneidezähne | 10″ | 4‴ |
| Abstand dieser Schneiden vom hintern Symphysenwinkel | 5 | 0 |
| „ dieser Schneiden vom ersten Backenzahn | 5 | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| Abstand des ersten Backenzahnes vom Eckzahne | 1 | 10 |
| „ innerer, zwischen den beiden Eckzähnen | 1 | 5½ |
| „ äusserer „ „ „ „ | 2 | ½ |
| Breite eines Kieferastes hinter dem letzten Backenzahne | 1 | 3½ |
| Länge des letzten [6ten *)] Backenzahnes | 1 | 7½ |
| Breite des vordern Hügels desselben | 0 | 9⅓ |
| „ „ mittlern „ „ | 0 | 8½ |
| „ „ hintern „ „ | 0 | 7 |
| Länge des 5ten Backenzahns | 0 | 11 |
| Breite, hintere, | 0 | 8 |
| Länge des 4ten Backenzahnes | 0 | 8½ |
| „ „ 3ten „ | 0 | 8½ |
| „ „ 2ten „ | 0 | 8½ |
| „ „ 1sten „ | 0 | 6½ |
| Gesammtlänge der 6 Backenzähne | 5 | 1½ |

Das Oberkieferfragment enthält von den 7 Backenzähnen unseres gemeinen Schweines noch 4, nämlich den 2ten, 3ten, 4ten und 5ten, die gleich den Zähnen des Unterkiefers bereits im starken Gebrauche waren und folgende Grössenverhältnisse zeigen.

| | | |
|---|---|---|
| Länge des 2ten Zahnes | 0″′ | 7½″′ |
| Breite am hintern Theil | 0 | 4⅔ |
| Länge des 3ten Zahnes | 0 | 7½ |
| Breite am hintern Theil | 0 | 7 |
| Länge des 4ten Zahnes | 0 | 6½ |
| Breite desselben | 0 | 8½ |
| Länge des 5ten Zahnes | 0 | 9⅓ |
| Breite desselben | 0 | 9⅓ |

---

*) Um Missverständnissen vorzubeugen, soll bemerklich gemacht werden, dass die Zählung blos nach Berücksichtigung der 6 in einer Reihe befindlichen Backenzähne vorgenommen ist. Im vollständigen Gebisse, dem der, unserem Exemplare fehlende, abgerückte erste Lückenzahn noch zukommt, wäre also obiger 6ter Backenzahn der 7te und unser 1ster der 2te.

Auch von diesen Zähnen des Oberkiefers gilt es, dass sie nach dem Typus der Arten der Gattung Sus (im engeren Sinne) geformt sind, wie diess schon unsere Abbildungen ausweisen; bei der Vergleichung mit den lebenden und den andern fossilen Arten wird ohnediess noch von den Backenzähnen der uns vorliegenden griechischen Exemplare besonders gehandelt werden.

Von der Beschaffenheit der andern Zähne ist aber gleich Einiges hier zur Sprache zu bringen. Die untern Schneidezähne sind eben so horizontal vorgestreckt, wie bei den lebenden Arten und nehmen nach hinten in gleicher Weise an Länge ab.

Die Eckzähne des Unterkiefers, welche beide vorhanden sind, fallen durch ihre geringe Entwicklung sehr auf, während die starke Abnützung der Backenzähne, die alle ihre Höcker abgerieben haben und nunmehr ganz flache Kauflächen darbieten, den Beweis liefern, dass wir es hier nicht mehr mit einem jungen, sondern mit einem erwachsenen Thiere zu thun haben. Es ragen diese Eckzähne nur als kurze Stumpen hervor, die eine zusammengedrückte, unregelmässig dreiseitige, etwas einwärts gekrümmte Form haben; die beiden seitlichen Flächen gehen hinten von einer schmalen Fläche aus und stossen vorn in eine Schneide zusammen; oben ist der Zahn, der nur etwa 5‴ über den Kieferrand vorragt, flach abgestuzt. Sein Zahnfach ist sehr schwach nach aussen gewendet, so dass es fast ganz nach der Richtung des Kiefers verläuft. Dasselbe ist der Fall bei einem andern Fragment, an dem sich die beiden vordersten Schneidezähne vorfinden, nebst den beiden Alveolen für die zwei hinteren Schneidezähne und dem Eckzahn der rechten Kieferhälfte; letztere Alveole hat ungefähr eine Länge von 8—9‴.

Die geringe Entwicklung dieser Eckzähne ist aber kein specifisches Merkmal, sondern ein geschlechtliches. Man weiss nämlich, dass auch bei unsern Schweinen die Eckzähne der Weibchen denen der Männchen an Grösse beträchtlich nachstehen.

Zur Bestimmung der uns vorliegenden Ueberreste wollen wir sie zuerst mit den lebenden und dann mit den fossilen Arten der Gattung der Schweine in Vergleichung nehmen.

Zunächst kommt in Rücksicht unser Haus- und Wildschwein, *Sus scrofa*, von dem wir ohnediess wissen, dass Ueberreste von ihm gleichzeitig mit verschiedenen andern ausgestorbenen Arten vorkommen. Es ist aber gleich von vorn herein daran zu erinnern, dass wir bei derartigen Vergleichungen mit grosser Vorsicht verfahren müssen, um geringen Abweichungen in der Grösse und Form der Backenzähne keine zu grosse Bedeutung beizulegen, da auch bei unserem Wildschweine nach individuellen Eigenthümlichkeiten, insbesondere aber nach dem Grade der Abnützung, in den Formen der Zähne mancherlei Modificationen sich zeigen, die gleichwohl innerhalb des Art-Typus sich bewegen.

Was zuerst die Backenzähne, die untern wie die obern, anbelangt, so getrauen wir uns nicht einen andern Unterschied hervorzuheben, als den, dass die fossilen Zähne durchgängig grösser sind, als wir sie bei den uns vorliegenden Schädeln des Wildschweines finden. Die Schneidezähne des fossilen Kiefers erscheinen breiter und insbesondere flacher, als an unsern Exemplaren vom Wildschwein, aber das letztere Merkmal rührt blos vom Alter und der dadurch bedingten stärkeren Abnützung her, denn bei dem Symphysenfragment, dessen vorderste Schneidezähne ihr Kronenende noch besitzen, sind diese Zähne schmäler und auf ihrer innern Fläche in ähnlicher Weise ausgekehlt wie bei jüngeren Schweinen.

Als wirkliche Unterschiede des fossilen Kiefers von dem des Wildschweines betrachten wir dagegen folgende. Die Symphyse der Unter-

Kinnlade ist verhältnissmässig etwas länger, schmäler und dabei auf ihrer obern Seite viel tiefer ausgehöhlt als bei Sus scrofa. Der horizontale Ast ist auf seiner Aussenfläche fast flach, während er bei letzterer Art längs der Mitte bauchig aufgetrieben ist; dagegen ist dieser Ast bei der fossilen Kinnlade unterhalb und hinter dem letzten Backenzahn ungleich dicker und angeschwollener als beim Wildschweine, so dass er dort seine Hauptstärke erlangt. Dazu kommt nun noch der Mangel des ersten Lückenzahnes, der sich, oder doch wenigstens seine Alveole, auch bei den ältesten Schädeln, die wir vom lebenden Schweine besitzen, vorfindet. Wenn gleich mit Sicherheit anzunehmen ist, dass dieser Zahn im jüngeren Lebensalter der fossilen Art vorhanden gewesen seyn wird, so gehört doch seine Beständigkeit oder sein frühzeitiges spurloses Verschwinden zu den Merkmalen, wornach auch lebende Arten, so z. B. Sus larvatus von S. scrofa, sich von einander unterscheiden.

Wir halten uns demnach für berechtigt, zwischen der fossilen Art und Sus scrofa einen specifischen Unterschied anzuerkennen.

Eine nähere Verwandtschaft als zu Sus scrofa zeigt die fossile Art zu *Sus larvatus* in dem Umstande, dass die letztgenannte Species ebenfalls frühzeitig die vorderen Lückenzähne verliert. Die hiesige Sammlung besitzt den Schädel eines erwachsenen Maskenschweines, an dem nicht blos der erste, gleich hinter dem Eckzahne stehende Lückenzahn, im Ober- wie im Unterkiefer, spurlos verschwunden ist, sondern dasselbe gilt vom zweiten untern Lückenzahn, der ebenfalls ohne Hinterlassung einer Zahnlücke beseitigt ist, so dass demnach auf jeder Seite nur 6 obere und 5 untere Backenzähne vorhanden sind. Man weiss ferner, dass in noch höherem Lebensalter auch der zweite obere Backenzahn ausfällt, wozu bereits sich der unsers Exemplars ebenfalls anschickt, so dass alsdann jede Kieferreihe nur noch 5 Backenzähne aufzuweisen hat. In dieser Beziehung aber unterscheidet sich unser fossiler Unterkiefer, indem er, obwohl er nach der starken Abnützung seiner Zähne eine ältere Lebensstufe als die unsers Schädels von Sus larvatus anzeigt, doch den zweiten Backenzahn noch ganz unversehrt besitzt. Nehmen wir nun dazu, dass der Abstand zwischen dem dritten Backenzahne und dem Eckzahne bei der fossilen Art ungleich grösser als beim Maskenschweine ist, dass ferner letzteres unter und hinter dem letzten Backenzahne ebenfalls nicht die starke Anschwellung des horizontalen Kieferastes zeigt, und dass der hintere Ansatz des letzten Backenzahnes bei ihm bei weitem nicht so entwickelt als bei der fossilen Art ist, so werden wir nicht veranlasst werden, diese mit Sus larvatus identifiziren zu wollen.

Die übrigen lebenden Arten der Schweine, die sämmtlich Südasien angehören und in ihrem Schädel- und Zahnbaue weniger als S. larvatus sich von S. scrofa entfernen, unterscheiden sich von unserer fossilen Art durch die geringere Grösse und die Beständigkeit der vorderen Lückenzähne. Von ihnen besitzt die hiesige Sammlung nur den Schädel von *Sus vittatus,* der in denselben Stücken wie unser Wildschwein von der fossilen Art differirt.

Mit den Arten von *Phacochoerus, Babirussa* und *Dicotyles* Vergleichungen vorzunehmen, halten wir für überflüssig, da die Betrachtung der von uns gegebenen Abbildungen die Differenzen der fossilen Art von jenen auf den ersten Blick zu erkennen gibt.

Wir haben uns demnach jetzt der Vergleichung mit den fossilen Arten der Gattung Sus (in engerem Sinne) zuzuwenden.

Die erste Art, welche von den urweltlichen Schweinen aufgestellt wurde, ist *Sus priscus* von *Goldfuss* *). Es beruht indess diese Species lediglich auf einem Kinnstück, dessen Aeste da, wo sie aus einander weichen, abgebrochen sind, und dem überdiess die selbigem zugehörigen Zähne fehlen und den Zahnhöhlen selbst ihre äussere Wand abgeht. Der Länge nach würde dieses Symphysenstück mit dem unsers fossilen Unterkiefers übereinkommen: die Breite zwischen den beiden Eckzähnen würde aber bei jenem noch etwas geringer seyn. Indess ein so mangelhaftes Fragment ist nicht geeignet, um darnach über die Uebereinstimmung oder Verschiedenheit von andern Arten ein nur einigermassen sicheres Urtheil zu fällen; erwähntes Stück gewährt keine andere Berechtigung, als nach ihm auf das Vorkommen eines fossilen Ueberrestes von der Schweinsgattung in der Sundwicher Höhle zu schliessen, ohne dass jedoch irgend etwas Verlässiges über seine Stellung zu anderen Arten ermittelt werden kann. So lange nicht aus besser erhaltenen Ueberresten diese Stellung festgesetzt werden wird, kann auf diesen Sus priscus keine Rücksicht genommen werden, und es ist daher auch nicht zu rechtfertigen, dass ihm bei Aufzählung der Arten eine selbstständige Stelle im Systeme eingeräumt wird.

---

*) Nov. act academ. nat. cur. XI. 2. p. 482. tab. 56. Fig. 4. 5.

Schon besser daran sind wir mit den beiden von *Kaup* *) aufgestellten Arten aus den Tertiärablagerungen von Eppelsheim, nämlich dem *Sus antiquus* und *Sus palaeochoerus*. Ersteres beruht hauptsächlich auf einer Unterkieferhälfte, der nur die Spitzen des Gelenk- und Kronenfortsatzes, sowie die Schneidezähne abgehen; letzteres gründet sich zunächst auf ein Mittelstück vom Unterkiefer mit seinen 5 hintern Backenzähnen. Hiebei wollen wir gleich bemerklich machen, dass uns die specifische Verschiedenheit des Sus palaeochoerus von S. antiquus nicht evident geworden ist; wir möchten vielmehr geneigt seyn, in jenem nur individuelle und durch jüngeren Lebensstand bedingte Abweichungen von letzterem zu erkennen. Wie dem auch sei, zunächst wollen wir unsern fossilen Unterkiefer mit dem des Sus antiquus in Vergleich nehmen, ausserdem auch noch die Bemerkungen, welche *Blainville* *) nach einem Gipsabgusse des letzteren beibrachte, berücksichtigen und gelegentlich noch des Fragments von Sus palaeochoerus gedenken.

---

*) Description d'ossements fossiles de mammif. 2. cah. p. 8. — ***Kaup*** hat zwar nach 2 Backenzähnen noch eine 3te Art: ***Sus antediluvianus***, errichtet, die wir aber schon ihrer weit geringeren Grösse wegen hier ganz unberücksichtigt lassen können.

Als Unterschiede seines Sus antiquus von Sus scrofa bezeichnet *Kaup:* 1) seine enorme Grösse, die um 4'' die Länge und fast um die Hälfte die Kieferhöhe des Sus scrofa übertrifft, 2) die senkrechte Aufsteigung des Kronenfortsatzes, während er bei letzterer Art schief sich erhebt, und 3) die Bogenform der Symphyse, die wie bei Rhinoceros tichorhinus gebildet ist, wozu Blainville bemerkt, dass allerdings die Symphyse minder abschüssig als bei dem Wildschweine ist, die Schneidezähne mehr aufgerichtet zu seyn scheinen und die Backenzähne einfacher und minder höckertragend sind. Die Eckzähne, von welchen nur noch die Basis vorhanden ist, sind klein und dreiseitig, und ihre geringe Entwickelung zeigt nach Kaup und Blainville an, dass dieser Kiefer einem Weibchen angehörte. Die nachfolgende Angabe der relativen Grössenverhältnisse des Sus antiquus, so wie die des Sus palaeochoerus und die gleichnamigen des Sus scrofa habe ich von Kaup entlehnt und zur weiteren Vergleichung die von unserem fossilen Kiefer im Metremaasse beigefügt.

|  | S. palaeoch. | S. antiquus. | S. erymanth. | S. scrofa. |
|---|---|---|---|---|
| Länge des ganzen Kiefers |  | $0^{\mathrm{m}}$, 384 |  | $0^{\mathrm{m}}$, 286 |
| Höhe des Kiefers am letzten Backenzahn |  | 090 |  | 540 |
| Länge der Symphyse |  | 115 | $0_{\mathrm{m}}$. 108 | 095 |

---

*) Ostéograph. Nr. 22. p. 179. tab. 9.

| | S. palaeoch. | S. antiquus | S. erymanth. | S. scrofa. |
|---|---|---|---|---|
| Länge des letzten (7ten) Backenzahns . . . | $0^m$,035 | $0^m$, 049 | $0^m$, 044 | $0^m$, 038 |
| Breite der vordern Parthie | 018 | 023 | 021 | 022 |
| „ „ mittlern „ | 016 | 022 | 019 | 016 |
| „ „ hintern „ | 014 | 019 | 016 | 018 |
| Länge des 6ten Backenzahns | 021 | 030 | 025 | 021 |
| Breite, hintere, . . . | 015 | 022 | 018 | 016 |
| Länge des 5ten Backenzahns | 018 | 023 | 019 | 015 |
| Breite | 012 | 021 | | 011 |
| Länge des 4ten Backenzahns | 018 | 022 | 019 | 014 |
| Breite | 012 | 017 | | 009 |
| Länge des 3ten Backenzahns | 016 | 023 | 019 | 013 |
| „ „ 2ten „ | | 018 | 015 | 012 |
| „ „ 1ten „ | | 016 | | 008 |
| Gesammtlänge der 6 letzten Backenzähne | | 167 | 149 | 118 |
| Vom hintern Alveolenrande des Eckzahns bis zur vordern Symphysenspitze . . | | 053 | 058 | 054 |
| Breite zwischen den Eckzähnen | | 080 | 056 | 069 |

Aus diesen Maassen geht hervor, dass Sus antiquus etwas grösser als unser Sus erymanthius, Sus palaeochoerus aber etwas kleiner und ungefähr gleich gross mit Sus scrofa ist. In der Form der Zähne kommen diese drei, mit Namen unterschiedene fossile Arten mit unserem Wildschweine in den wesentlichsten Stücken überein, unterscheiden sich aber von letzterem in der viel grössern Höhe des horizontalen Kieferastes, was auch von unserem griechischen Unterkiefer gilt, dessen Höhe wenigstens zwischen dem zweiten Backenzahne und dem hintern Symphysenende vollständig sich erhalten hat. Als beachtenswerthe Differenzen zwischen dem griechischen Unterkiefer und dem des Sus antiquus wüssten wir nur die zu bezeichnen, dass bei jenem der Vorderrand des senkrechten Kieferastes so schief als bei Sus scrofa aufsteigt und dass ihm der erste Lückenzahn ganz abgeht, während er bei Sus antiquus mit zwei ziemlich starken Wurzeln erhalten ist.

Obgleich wir nun nicht verbürgen können, dass die eben angeführten Differenzen vollständig genügen, um unseren griechischen Unterkiefer unbedenklich einer von Sus antiquus verschiedenen Art zuzuweisen, so sind sie doch andrerseits auch wieder so erheblich, dass sie gegen eine unbedingte specifische Vereinigung Beider wohlbegründeten Widerspruch einlegen. Es ist deshalb jedenfalls am gerathensten, beiderlei Formen unter besonderen Namen getrennt zu halten und den Endentscheid der Zukunft zu überlassen.

Zu einem etwas mehr befriedigenden Ergebniss kommen wir bei Vergleichung des griechischen Unterkiefers mit dem von *Gervais* *) aufgestellten *Sus provincialis* aus dem Meeressande von Montpellier, obwohl von diesem nur 2 Kieferfragmente, von welchen das bessere die 5 hintern untern Backenzähne enthält und ausserdem noch die beiden hintersten Backenzähne der obern und unteren Reihe vorliegen. *Blainville* **) erklärte sich nach Ansicht der genannten Stücke für geneigt, sie dem Sus antediluvianus von Kaup, oder dem Sus arvernensis, oder noch eher dem Sus larvatus von Anjou zuzuweisen, und es scheint ihm nach Ansicht der Zähne schwierig, an ihnen nicht den Grad der Vereinfachung des Ansatzes bei den letzten Zähnen, wie er sich bei Sus larvatus zeigt, anzuerkennen.

---

*) Zoologie et Paléontolog. françaises p. 100, Tab. 3. explic.

**) A. a. O. S. 208. Tab. 9.

Mit dieser Deutung seiner Art war indess Gervais nicht einverstanden. Er bemühte sich vielmehr zu zeigen, dass in der Beschaffenheit des letzten obern Backenzahnes eine specifische Verschiedenheit zwischen Sus provincialis und Sus larvatus ermittelt werden könnte. In Bezug auf die andern Zähne von seiner fossilen Art kann er jedoch nicht verhehlen, dass sie, abgesehen von einer beträchtlicheren Grösse, viele Aehnlichkeit mit denen des Sus larvatus hätten. Dass diess aber nicht blos von den letzterwähnten Zähnen und insbesondere vom hintersten des Unterkiefers, sondern auch vom hintersten des Oberkiefers gilt, davon hat uns die Vergleichung der Blainville'schen Abbildungen mit den gleichnamigen Zähnen unseres Schädels von Sus larvatus vollständig überführt. Diese Aehnlichkeit mit dem Maskenschweine ist aber gerade der Umstand, der eine specifische Vereinigung unserer fossilen griechischen Art mit Sus provincialis ganz unzulässig macht.

Bezüglich der Verwandtschaft des Sus provincialis mit *Sus arvernensis* und den fossilen Arten von Kaup gab *Gervais* die Erklärung ab, dass er sie nicht mit Sicherheit festzustellen vermöge. Was Sus antiquus und palaeochoerus anbelangt, so können wir diess übernehmen, da bei beiden der hinterste Backenzahn nicht an den Typus von Sus larvatus, sondern an den von S. scrofa sich anschliesst, folglich entschiedene Differenz mit Sus provincialis besteht. Was wir dagegen mit dem Sus arvernensis anfangen sollen, wissen wir so wenig als Gervais. Zwar erklärte *Blainville* *), der bekanntlich nicht an dem Fehler der Artenzersplitterung litt, diesen Sus arvernensis für eine bestimmt eigenthümliche Species; da aber seine Behauptung hauptsächlich auf die Beschaffenheit der Milchzähne sich stützt und diese nach dem Altersstande die grössten Schwankungen zeigen, so bleibt uns doch noch die Selbstständigkeit dieser Art bedenklich; jedenfalls aber können wir den griechischen Unterkiefer eines erwachsenen Thiers nicht mit einem Individuum, das noch mit dem Milchgebisse versehen, also sehr jung ist, in nähere Beziehung bringen.

---

*) A. a. O. S. 178.

So kommen wir zuletzt an den von *Marcel de Serres* *) aufgestellten *Sus priscus* (nicht zu verwechseln mit dem von *Goldfuss* benannten Sus priscus), und hier zum erstenmale bietet sich uns ein vollständiges Material, nämlich ein ganzer wohlerhaltener Schädel dar, zugleich mit vielen andern Stücken. Marcel de Serres hält es für gewiss, dass dieser Schädel sich weit mehr dem des Maskenschweines als des gemeinen Wildschweines annähert und daher mit letzterem nicht confundirt werden könne. Auch *Gervais* ist der Meinung, dass dieser Schädel sowohl nach seinem Totalumrisse als nach der Beschaffenheit der Zähne mehr Verwandtschaft mit Sus larvatus als mit Sus scrofa habe. Im Widerspruche hiermit erklärte dagegen *Blainville*, dass eine solche Annäherung des gedachten fossilen Schädels an das Maskenschwein gar nicht bestehe, sondern dass er in allen Stücken in vollständiger Uebereinstimmung mit dem Schädel eines sehr grossen einheimischen Ebers sich zeige. Wir müssen dieser Erklärung nach sorgfältiger Vergleichung der von Marcel gegebenen Beschreibung und Abbildungen seines Sus priscus mit den Schädeln von Sus scrofa und larvatus vollkommen beitreten, und können uns die abweichende Meinung der angeführten beiden Palaeontologen nur daraus erklären, dass ihnen die Selbstansicht eines Schädels des Maskenschweines nicht vergönnt war und dass sie sich deshalb von den eigenthümlichen Merkmalen desselben eine falsche Vorstellung gebildet hatten. Der Sus priscus von

---

*) Recherch. snt les ossem. humatil. des cavernes de Lunel-Viel par *Marcel de Serres*, *Dubreuil* et *Jeanjean*. 1839, p. 134, tab. 11.

Marcel de Serres ist demnach als Sus scrofa fossilis zu bezeichnen *), und was wir früher zur Unterscheidung unseres griechischen fossilen Schweines von dem lebenden Wildschweine beigebracht haben, gilt also auch vollständig in Bezug auf Sus priscus aus den Höhlen von Lunel-Viel.

Auf eine Vergleichung mit den fossilen Schweinsüberresten aus den Sivalikbergen können wir zur Zeit nicht eingehen, da selbige erst genauer erörtert werden müssen. *Harlan's* Sus americanus ist in neuerer Zeit als eigne Gattung erkannt worden und schliesst sich damit von selbst von unserer Betrachtung aus.

Nach dem Vorstehenden halten wir uns demnach für berechtigt, in den uns vorliegenden griechischen Ueberresten eines Schweines eine

---

*) Um nicht die Nominalarten sich vermehren zu lassen, wird es gut seyn, hier noch auf einen andern Irrthum von *Marcel de Serres* aufmerksam zu machen. Indem er nämlich in seiner Beschreibung des oben angeführten Schädels sagt, dass im Oberkieferbeine über der Wurzel des obern Eckzahns eine Leiste hervorrage und darüber, aber durch einen Kanal getrennt, ein rauher, aussen convexer Höcker sich finde, bemerkt er, dass an einem andern Schädel aus der Höhle von Lunel-Viel dieser Höcker nicht vorhanden sei und dass dessen Abwesenheit eine andere, dem Wildschweine verwandte Art anzuzeigen schiene. Wir haben hiegegen zu erwähnen, dass die in der hiesigen Sammlung aufgestellten Schädel von dem bei uns einheimischen Wildschweine bald mit, bald ohne solchen Höcker sind, derselbe also keinen specifischen Unterschied begründen kann. Wir wollen dabei bemerken, dass auch der von einem im wilden Zustande erlegten Thiere herrührende Schädel des Sus larvatus unserer Sammlung eines solchen Höckers entbehrt, und dass sich bei ihm auf den Nasenbeinen auch nicht die Rauhigheiten finden, welche nach den französischen Angaben und Abbildungen daselbst vorkommen.

eigenthümliche Art zu vermuthen, die in nächster Verwandtschaft mit Sus antiquus steht. Wir haben ihr den Namen *Sus erymanthius* beigelegt, um damit an den durch Herkules Thaten berühmt gewordenen erymanthischen Eber der griechischen Mythologie zu erinnern und zugleich den Hypothesen des älteren *Geoffroy Saint-Hilaire* *), der in den aus dem Alterthume uns zugekommenen fantastischen Darstellungen den famosen erymanthischen Eber erkennen und als eine ausgestorbene Art nachweisen wollte, eine einigermassen sichrere Grundlage, als sie jene artistischen Fictionen darbieten, gewähren zu können. Damit soll freilich keineswegs gesagt werden, dass wir für die specifische Identität jenes weltberühmten Ebers mit unserem Sus erymanthius einstehen möchten.

### 11. *Rhinoceros Schleiermacheri.*

Schon in der Sendung, welche uns durch Herrn Dr. *Lindermayer* zu Theil wurde, befanden sich 2 Unterkieferstücke, welche nach der Bildung ihrer Backenzähne, und das eine auch nach der Form des Kieferastes, in Uebereinstimmung mit *Rhinoceros Schleiermacheri* von Eppelsheim waren. Die neue Ausgrabung hat uns nun abermals verschiedene Ueberreste von einem urweltlichen Nashorne zugeführt, unter denen ein Schädelfragment das bedeutendste ist.

Dieses Fragment besteht in dem Mitteltheil eines Schädels, an dem das ganze Hinterhaupt und die Nasenbeine nebst dem Zwischenkiefer abgebrochen sind; zugleich fehlt auch der Unterkiefer. Ueber die Form des annoch erhaltenen Schädeltheils lässt sich nichts Sicheres sagen, da derselbe durch den Druck stark gelitten hat; dagegen haben sich die beiden Aeste des Oberkiefers in ihrer vorderen Erstreckung sehr gut erhalten. Jeder von ihnen hat noch die 4 ersten Backenzähne im vollkommenen Zustande, und ausserdem nicht sonderlich abgenützt, aufzuweisen; hinter ihnen liegt der 5te Zahn noch in seinem Fache eingeschlossen, aber bereits so vollständig ausgebildet, dass er wohl eben im Durchbruche begriffen war. Daraus lässt sich nun auch die Altersstufe des Thieres, mit dessen Schädel wir uns hier beschäftigen, bestimmen. Man weiss nämlich, dass beim Nashorn die 4 vordern Backenzähne Wechselzähne sind und dass diese erst dann gewechselt werden, wann der erste der bleibenden Backenzähne, d. h. der 5te in der Zahnreihe, zum Vorschein gekommen ist. Wir haben demnach den Schädel eines jungen Thieres vor uns, der eben deshalb, weil er noch nicht gehörig consolidirt war, unter dem Drucke der Gesteinsmasse, die ihn einhüllte, eine Aenderung seiner Formen erlitt.

---

*) Expéd. de Morée. Zool. III. p. 46.

Wir glauben uns einer detailirten Beschreibung dieser Backenzähne entheben zu können, wenn wir versichern, dass wir zwischen ihnen und den gleichnamigen des *Rhinoceros incisivus* und *Rh. Schleiermacheri* keinen nur einigermassen erheblichen Unterschied finden, und dass sie zunächst auf letztere Art hinweisen, indem am 2ten, 3ten und 4ten Backenzahne blos der vordere Rand, aber nicht der innere, von einem Wulste an der Basis der Krone eingesäumt ist. Obwohl wir nun freilich von diesem Schädelfragmente gar keine Auskunft über die Beschaffenheit seiner Nasenhöhle, Schneidezähne und Hörnerbewaffnung geben können, so ist doch die Form der Backenzähne so charakteristisch, dass wir keinen Anstand nehmen, selbiges dem Rhinoceros Schleiermacheri zuzutheilen, auf welche Art uns schon die früher acquirirten Unterkieferfragmente hingewiesen hatten. Zur Vervollständigung unserer Angaben wollen wir blos noch einige Ausmessungen beifügen.

| | | |
|---|---|---|
| Gesammtlänge der 4 ersten Backenzähne . . . . . . . | 5″ | 2‴ |
| Länge des 1sten Backenzahns . . . . . . . . . | 0 | 11½ |
| „ „ 2ten „ . | 1 | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| Länge des 3ten Backenzahns | 1 | 5½ |
| „ „ 4ten | 1 | 8 |
| „ „ 5ten „ | 1 | 11 |

Von den Knochen der Gliedmassen sind mehrere neue zugekommen, von denen indess nur einige hier in nähere Erörterung kommen sollen.

Vom *Oberarmknochen* sind 2 Exemplare vorhanden; an dem einen ist das untere Ende, an dem andern das obere abgebrochen. Beide sind offenbar einer und derselben Art angehörig, und das mit dem wohlerhaltenen obern Ende zeigt alle die Eigenthümlichkeiten, welche schon früher an dem uns durch Herrn Dr. Lindermayer zugekommenen Exemplare bemerklich gemacht worden sind *). Wir bedauern, dass uns zu umfassenderen Vergleichungen in diesem wie in den folgenden Fällen die Mittel fehlen, indem die palaeontologische Sammlung nur von dem Rhinoceros tichorhinus, nicht aber von Rh. incisivus und Rh. Schleiermacheri den Oberarmknochen und andere Theile der Gliedmassen besitzt. In der Grösse passen beide Fragmente zu demjenigen, das von uns (am unten angeführten Orte) abgebildet wurde.

Der *Oberschenkelknochen* ist in 2 Fragmenten repräsentirt: das eine ist blos ein Mittelstück mit dem dritten Trochanter, das andere stellt die beiden untern Drittel des Knochens dar, indem es gleich oberhalb des erwähnten Trochanters abgebrochen ist. Mit dem Femur von Rh. Schleiermacheri, wie er von *Kaup* auf Tab. XIII. Fig. 5. abgebildet ist, verglichen, erscheint es uns, dass der dritte Trochanter bei unserem Exemplare weiter herabreicht als bei jenem. Es ist diess derselbe Fall bei dem von Herrn Dr. Lindermayer überschickten Fragmente der untern Femurhälfte.

---

*) Abh. unserer Akadem. V. S. 357. Tab. 3. Fig. 1, 2.

Von unserem neuen Exemplare haben wir nachstehende Messungen verzeichnet und fügen die von Kaup angegebenen bei.

| | Eigene Messung. | Nach Kaup. |
|---|---|---|
| Breite zwischen den untern Gelenkköpfen . . | 0m, 150 | 0m, 153 |
| Durchmesser, vorn-hinterer, des äussern Gelenkkopfs | 128 | 140 |
| „ „ „ „ innern „ | 150 | 160 |
| Vom untern Rande des dritten Trochanters bis zum untern Rande des äussern Gelenkkopfs . . . | 202 | |
| Geringste Breite unterhalb des dritten Trochanters | 085 | |

Noch sind ein abgebrochenes unteres Ende vom *Schienbeine* und mehrere einzelne *Fussknochen* sowohl von der vordern als hintern Extremität, zum Theil von sehr grossen Individuen, vorhanden, deren genauere Beschreibung indess nur dann ein Interesse gewähren würde, wenn wir sie mit den uns noch fehlenden gleichnamigen Theilen der andern fossilen Arten in unmittelbare Vergleichung bringen könnten, wozu wir indess dermalen nicht in den Stand gesetzt sind.

### 12. *Mastodon.*

In der Beschreibung der durch Herrn Dr. *Lindermayer* überschickten fossilen Ueberreste handelte ein besonderes Kapitel *) von einigen zweifelhaften Ueberresten grosser Dickhäuter, indem die Fragmente eines Humerus und eines Femurs zwar eine grosse Aehnlichkeit mit den gleichnamigen Knochen vom Elephanten und Mastodon darboten, aber doch auch wieder Verschiedenheiten zeigten, so dass, da keine Zähne von diesen beiden Thieren, wohl aber vom Dinotherium zugleich mit vorkamen, der Vermuthung Raum gegeben werden konnte, ob nicht etwa gar die gedachten Ueberreste von letzterer Gattung herrühren möchten. Diese Vermuthung ist durch die neue Ausgrabung jedoch widerlegt worden, indem sie ausser mehreren Fussknochen einen Humerus und einen Femur zu Tage förderten, die den Charakter von Mastodon in entschiedener Weise zu erkennen geben.

---

*) Abh. d. bayer. Akad. V. S. 361.

Der neu acquirirte *Oberarmknochen* ist gleich dem früheren *) nur fragmentarisch, aber doch ist ungleich mehr von ihm übrig geblieben, indem zwar auch wie bei letzterem das ganze obere Ende fehlt, dagegen das untere zum grössten Theil vorhanden ist, da nur der äussere Rand desselben mehr oder minder beschädigt ist. Mit dem Humerus des Mammuths (Elephas primigenius) zusammengehalten, ergibt sich gleich augenfällig, dass der griechische Knochen nach dem nämlichen Typus in den Hauptstücken geformt ist. Die hauptsächlichsten Unterschiede, die sich an dem griechischen Fragmente noch wahrnehmen lassen, bestehen darin, dass die Grube zur Aufnahme des Olecranons tiefer ausgehöhlt und dass, wie am Lindermayer'schen Fragmente, die vom äussern Gelenkknorren ausgehende Leiste viel dicker und gerundeter ist als beim Mammuth; diess sind aber gerade Differenzen, durch welche der Humerus des Mastodons sich von dem des Elephanten unterscheidet. Ein anderer Unterschied ist nur ein zufälliger. Gegen das obere Ende wird nämlich dieses Fragment viel breiter und dabei weit flacher und dünner, als diess beim Elephanten der Fall ist, so dass dadurch dieser Knochen ein ganz fremdartiges Ansehen annimmt. Indess die Längsrisse, welche diesen obern Theil durchziehen, geben gleich zu erkennen, dass derselbe seine flache und breite Form nur in Folge des gewaltigen Druckes, welchen dieser innerlich weit ausgehöhlte Knochen bei seiner

---

*) Abgebildet a. a. O. Tab. 2, Fig. 5.

Einlagerung in die auf ihm ruhende Gesteinsmasse zu erleiden hatte, erlangt hat. Aus demselben Grunde hat auch das von uns schon früher beschriebene und abgebildete Humerusfragment eine Verdrückung erlitten, welche uns damals bedenklich machte, es ohne Vorbehalt dem Mastodon zuzuweisen. An Grösse steht übrigens das neue Fragment beträchtlich dem eben besprochenen nach.

Dem *Oberschenkelknochen* fehlt blos der obere Kopf, sonst ist er sehr gut erhalten: mit der Ausnahme, dass auch bei ihm das obere Ende flach gedrückt worden ist. Vom Femur des Mastodon giganteum macht *Cuvier* *) die Bemerkung, dass er breiter ist als der des Elephanten, selbst des fossilen, und dass er in seinem untern Theil von vorn nach hinten mehr abgeplattet ist, weil der Kanal für die Kniescheibe kürzer ist. Von derselben Art, sowie von Mastodon angustidens gibt *Blainville* **) an, dass der Femur robuster ist als beim Elephanten, der dritte Trochanter markirter und unterhalb der Mitte von der ganzen Länge befindlich, die Gelenkköpfe minder ungleich und die Gelenkfläche minder aufsteigend und weniger schief. Alle diese Merkmale finden wir auch bei dem griechischen Femur, hinsichtlich dessen wir den grossen Vortheil haben, dass wir ihn mit einem gleichlangen und ebenfalls nur am obern Ende mangelhaften Oberschenkelknochen des Elephas primigenius unserer Sammlung in Vergleich bringen können. Die Unterschiede von diesem sind sehr deutlich ausgeprägt, und wir haben hiermit den Beweis, dass der colossale griechische Femur wirklich der Gattung Mastodon zuzuweisen ist. Obwohl verstümmelt hat er noch eine Länge von fast 2½'. Die grösste Breite am untern Kopf beträgt 8'' 5''', die Dicke am äussern Condylus (von vorn nach hinten) 7'' 6'''.

---

*) Recherch. 4o. édit. II. p. 316.

**) Ostéograph. livrais. 16. p. 273, 283.

Während uns bisher auch nicht einmal ein Fragment von einem Zahne dieser Gattung zugekommen ist, haben wir jetzt 11 ganze Knochen aus der Hand und dem Fusse vor uns liegen, fast alle in vollständiger Erhaltung, und dazu noch das untere Gelenkende des Radius von der linken Hand. Von der rechten Hand besitzen wir das os naviculare, triquetrum, multangulum minus und hamatum, von der linken das os capitatum; vom linken Hinterfusse das os naviculare, die drei ossa cuneiformia und den Mittelfussknochen der vierten Zehe. Die Knochen der Hand- und Fusswurzel stimmen, nach sorgfältiger Vergleichung mit dem in der hiesigen Anatomie aufgestellten Skelete des afrikanischen Elephanten, mit den gleichnamigen Knochen des letzteren im Wesentlichen überein, sind aber durchgängig beträchtlich grösser. So z. B. hält das Kahnbein der Hand im grössten Durchmesser 4″ 5‴, das des Hinterfusses 5″ 6‴.

So bestimmt aber auch alle die hier aufgezählten Knochen das Vorkommen des Mastodons in den Ablagerungen von Pikermi zu erkennen geben, so sind sie doch an und für sich nicht ausreichend, um darnach die Art festzusetzen. Es sind in neuerer Zeit aus den Ueberresten von Mastodon sehr viele Arten errichtet worden *), die hauptsächlich auf die Unterschiede im Zahnbaue begründet wurden, also auf Theile, die uns vollständig abgehen, und wir sind hiemit ausser Stande gesetzt, die zur Feststellung der Species nöthigen Vergleichungen vorzunehmen. Würde freilich *Blainville's* Reduction der zahlreichen Arten auf vier, nämlich 1) auf *Mastodon angustidens* aus der alten Welt, 2) *M. Hum-*

---

*) *John C. Warren* zählt in seinem prachtvollen Werke: „Description of a Sceleton of the Mastodon giganteus“, ausser 5 Arten Tetracaulodon. 23 Arten von Mastodon auf, unter denen ihm jedoch nur 6 sicher erscheinen: M. giganteum, Humboldti, angustidens, longirostre, sivalense und latidens. — *Gervais* führt für Frankreich 5 Arten an.

*boldti* aus Südamerika, 3) *M. giganteum* aus Nordamerika und 4) *M. tapiroides* aus Europa, sich rechtfertigen lassen, so würde uns die Wahl nicht sehr schwer fallen. Es schliessen sich alsdann die beiden amerikanischen Arten von selbst aus, und von den beiden europäischen ist M. tapiroides nicht blos sehr selten, sondern zugleich auch so zweifelhaft, dass nur noch M. angustidens übrig bliebe, dem dann die angeführten fossilen griechischen Knochen von selbst zufallen würden. In so lang, bis sowohl durch Auffindung wohlerhaltener Kiefer mit ihren Zähnen, als auch durch genauere Abgrenzung der in neuerer Zeit angenommenen europäischen Arten eine sichere Entscheidung möglich wird, dürfte es als zulässig erscheinen, unsere fossilen griechischen Knochen einstweilen bei *Mastodon angustidens* unterzubringen.

## F. Einhufer.

Von dieser Ordnung hat die neue Ausgrabung ein überaus reiches Material geliefert, so dass wir jetzt so ziemlich alle Theile des Skelets besitzen.

### 13. *Hippotherium gracile var.) mediterraneum.*

#### a. Schädel.

Zur Ergänzung der früher *) gegebenen Beschreibung des Schädels sind wir jetzt durch einige neuere Stücke in den Stand gesetzt, folgende nicht ganz unwesentliche Bemerkungen nachzuliefern.

---

*) Abhandl. d. II. Cl. d. k. Ak. d. W. V, 2.

Der fast vollständig erhaltene Schädel, welcher die erste Beschreibung möglich machte, zeigt, verglichen mit den Schädeln der jetzt noch vorhandenen Pferdearten, eine ganz auffallende seitliche Zusammendrükkung des Stirn- und Nasenwurzeltheiles. Es war zu vermuthen, dass diese Bildung nur zufällig, das heisst eine erst nach dem Tode des Thieres durch Quetschung des Schädels entstandene sei. Folgende Ausmessungen an zwei weiteren Stücken, welche zwar etwas verschoben, aber nicht seitlich zusammengedrückt sind, beweisen, dass das Hippotherium, was die Breite des Nasenwurzeltheiles und die Spannung von einem oberen Augenhöhlenrande zum anderen betrifft, einen den jetzt lebenden Pferdearten analogen Vorderschädel gehabt habe.

| | Hippoth. | E. Caball. | E. Quagga. | E. Asin. |
|---|---|---|---|---|
| Breite der Nasenbeine über dem Foramen infraorbitale . . . | 2″ 3‴ | 2″ 0‴ | 1″ 11‴ | 1″ 10‴ |
| Grösste Breite derselben nahe der Wurzel . . . . . . | 4 0 | 4 2 | 4 4 | 3 3 |
| Von der Mitte des einen oberen Orbitalrandes bis zum anderen | 5 0 | 6 1 | 5 6 | 5 3 |

Die eigenthümliche Einsenkung auf der Wange (S. 338 a. a. O.) wird auch durch unser neues Material constatirt. An der Bildung ihres oberen Randes nehmen die Nasenbeine Antheil; ausserdem liegt sie ganz in dem Oberkieferbeine vor der Fossa maxillaris. Ihre Länge beträgt 3″, Breite 1″ 6‴, Tiefe 7‴; der hintere Theil des äusseren Randes, der hintere und der innere Rand sind überhangend, d. h. die Grube zieht sich unter dieselben zurück und erreicht an ihrem hinteren Ende die grösste Tiefe; nach vorn und aussen verläuft sie ziemlich eben bis an den Limbus alveolaris der vordersten Backenzähne.

An dem vorderen Flügel des Oberkieferbeines bemerkt man ebenfalls eine beträchtliche Einsenkung; der Quagga-Schädel zeigt dieselbe auch, aber ohne erhabene Ränder, während bei Pferd und Esel an dieser Stelle nur eine Verflachung wahrzunehmen ist.

Gebisse und einzelne Zähne von Individuen verschiedener Altersklassen erlauben noch folgende Nachträge. Der aus der Alveole herausragende Theil der Schneidezähne beider Kiefer ist weder so lang noch so breit wie bei den jetzt lebenden Arten; besonders schmächtig sind die des Unterkiefers, auch bei erwachsenen Hengsten. Es fand sich kein Oberkiefer, an welchem der Entwickelungsgrad der Eckzähne eine Vermuthung hinsichtlich des Geschlechtes erlaubte, wohl aber Unterkiefer unzweifelhaft von beiden Geschlechtern. Beim Hengste nämlich sind die unteren Eckzähne massiver und conischer als die oberen, und die Hohlkehlen der inneren Seite fast ausgefüllt; bei der Stute hingegen treten sie wenig hervor mit einer dünnen cylindrischen Krone, die sich unmittelbar an den äusseren Schneidezahn anlegt.

An der oberen Backenzahnreihe eines nach der Analogie unseres Hauspferdes einjährigen (d. i. mit den drei ersten Backenzähnen versehenen) Thieres fand sich, und zwar beiderseits, noch jener eigentlich erste, aber sehr bald ausfallende Wolfszahn (Tab. 5. Fig. 2). Er ist an der Krone 6''' lang von vorn nach hinten, und 4''' breit; nach vorn und aussen hat er einen spitzigen Höcker, die innere Hälfte zeigt gewundene Schmelzfalten wie die übrigen. Er legt sich an die innere Seite der Spitze des vordersten Backenzahnes in der Art an, dass er mit etwa einem Drittel über denselben hervorsteht; wahrscheinlich wird er von ihm erst auf die Seite geschoben*). Die Höhe der Krone über dem Alveolarrande ist dieselbe wie die der Spitze des ersten grossen Backenzahnes. An den zwei ersten unteren Backenzähnen des Milchgebisses (Fig. 5), selten an hinteren und gewechselten, ist an der Aussenseite der Krone beinahe in der Mitte ein von dem allgemeinen Schmelzbleche ganz isolirter Cylinder als kleines Höckerchen aus der Rindensubstanz herausragend.

---

*) Einzeln abgebildet bei *Gervais* Zool. et Paléont. franç. pl. XIX. Fig. 1.

*Gervais* (l. c. p. 66) sucht das zu Cucuron im Departement de Vaucluse vorkommende urweltliche Pferd, *Hipparion Christol*, von *Kaup's Hippotherium* zu trennen, und hebt als unterscheidendes Merkmal hervor, dass die oberen Backenzähne des Hipparion weniger zusammengesetzte Windungen und weniger tiefe Krümmungen der Schmelzbleche auf der Kaufläche zeigen. Wir haben zwar keine Zähne von Cucuron zur Vergleichung mit denen von Eppelsheim, von welch letzteren wir viele besitzen, finden aber den erwähnten Unterschied schon zwischen den Zähnen von Eppelsheim (Fig. 3) und von Pikermi (Fig. 4). Zu bemerken ist jedoch, dass der grösste Theil der ersteren wie ausgefressen erscheint: die Rindensubstanz ist mehr oder weniger verloren gegangen, so dass die Schmelzbleche ungewöhnlich und wie uns scheint unnatürlich stark hervortreten, dabei aber allerdings viel complicirter und unregelmässiger sich darstellen. Das Merkmal, worauf Gervais seine neue Art, *Hipparion prostylum*, gründet, findet sich auch an den Zähnen von Eppelsheim und Pikermi, nämlich ein entweder abgesondert oder in geringer Verbindung mit dem übrigen Schmelzbleche stehendes Säulchen an dem vorderen äusseren Winkel der unteren Kauzähne. Ob die einfachere und regelmässigere Faltung der oberen Backenzähne so viel Gewicht hat und so constant ist, dass darauf eine besondere Art gegründet werden kann, lassen wir dahingestellt seyn; jedenfalls ist das Pferd von Pikermi mit dem von Cucuron identisch, und beide unterscheiden sich gleichmässig von der Eppelsheimer Art. Wir wollen jene beiden als *Hippotherium gracile var.) mediterraneum* bezeichnen.

Dieselben Maasse der bleibenden Backenzähne, wie sie früher gegeben wurden, finden sich an vier neuen Schädeln; wir fügen nun Maasse des Milchgebisses bei, und zur Vergleichung die der gleichnamigen gewechselten Zähne.

| | Milchgeb. | | Gewechselt. | |
|---|---|---|---|---|
| Länge der oberen Backenzahnreihe (1—3) . . | 3″ | 8‴ | 3″ | 0‴ |
| „ „ unteren „ „ . . | 3 | 3 | 2 | 11 |
| „ des 1sten oberen Backenzahnes . . . | 1 | 5 | 1 | 2 |
| „ „ 2ten „ „ . . . | 1 | 1 | 0 | 11 |
| „ „ 3ten „ „ . . . | 1 | 2 | 0 | 11 |
| „ „ 1sten unteren „ . . . | 1 | 2 | 1 | 1 |
| „ „ 2ten „ „ . . . | 1 | 0 | 0 | 11 |
| „ „ 3ten „ „ . . . | 1 | 1 | 0 | 11 |

### b. Rumpf.

Weniger gut als Schädel- und Röhrenknochen haben sich Wirbel, Rippen und Schalenknochen erhalten. Die grössere Porosität und der Gefässreichthum einerseits, die geringe Widerstandskraft gegen ungleichmässigen Druck andererseits mag daran Schuld seyn; im Ganzen aber sind diese Skelettheile selbst in unverhältnissmässig geringer Anzahl zu den übrigen an den ausgebeuteten Stellen abgelagert: sie wurden wahrscheinlich als leichtere Körper noch weiter fortgeführt oder zerstossen.

An dem Atlas ist die breite ebene Articulationsfläche für den Epistropheus auffallend; die Seitenflügel nicht bedeutend; Gelenkgrube für die Condyli sehr tief. Der ganze Bau gedrungen und solid: besonders stark entwickelt zeigt sich das Tuberculum anterius.

Der Epistropheus und die nächsten Halswirbel erscheinen ganz so in die Länge gezogen, wie es der Pferdegattung eigenthümlich ist. Dagegen nehmen die Rückenwirbel wieder bedeutend ab und sind nur durch die Grösse der Gelenkgruben für die Rippen auffallend. An den Lendenwirbelkörpern ist die untere Mittelkante oder Schneide stärker hervorstehend als im Pferdegeschlecht.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Länge | des Atlas | 2″ | 11‴ |
| „ | „ Epistropheus | 5 | 4 |
| „ | eines mittleren Rückenwirbels | 1 | 5 |
| „ | „ Lendenwirbels | 1 | 8 |
| „ | der ersten Rippe | 6 | 4 |
| „ | des Schulterblattes | 9 | 3 |

### c. Glieder.

Der grösste Theil der die vordere und hintere Extremität bildenden Knochen des Hippotherium ist von so vollkommen gleicher Bildung mit den entsprechenden des Pferdegeschlechtes, dass wir uns bei ihnen auf einfache Maassangaben beschränken können; es ist nur Metacarpus und Metatarsus einer näheren Betrachtung zu unterziehen, um so mehr, da uns ziemlich vollständige Unterfüsse, in ihrer ursprünglichen Verbindung gefunden, vorliegen.

Analog den Griffelbeinen der Gattung Equus findet sich zu beiden Seiten des grossen Metacarpus- und Metatarsusknochens (Tab. 6. Fig. 1.) des Hippotherium je ein accessorischer, welcher der Art gebogen ist, dass sein unteres Ende gerade seitlich, seine Mitte und oberes Ende aber an die hintere Fläche des Mittelknochens sich anlegt. Ihre Articulation mit Carpus und Tarsus ist wie bei dem Pferde. Auch darin stimmen sie mit den gewöhnlichen Griffelbeinen überein, dass am Vorderfuss der innere, am Hinterfuss der äussere obere Kopf der stärkere ist. Aber während bei Equus diese accessorischen Knochen in dem unteren Drittheil des Mittelknochens und an seiner hinteren Fläche mit einer geringen Anschwellung endigen, findet man, wie schon Kaup (Nov. Act. nat. cur. Tom. XVII, 1, pag. 178) entdeckt hat, bei Hippotherium eine Verlängerung derselben, die beinahe das untere Ende des Mittelknochens erreicht und sich an die Seite des Gelenkkopfes anlegt mit einer nach hinten gewendeten abgerundeten Anschwellung, an welche augenscheinlich noch ein kahnförmig ausgeschweiftes Knöchelchen befestigt war. Solche von der Gestalt von Sesambeinchen wurden zahlreich, jedoch vereinzelt gefunden, aber keine phalangenähnliche. Und so muss denn die Frage, ob das Hippotherium an jedem Fusse noch zwei rudimentäre Zehen gehabt habe, noch immer unentschieden bleiben, obwohl die Form des untern Endes der gedachten Griffelbeine die Anfügung solcher rudimentären Anhängsel sehr wahrscheinlich macht.

| | | |
|---|---|---|
| Länge des Humerus | 9″ | 7‴ |
| Vom obern Gelenkkopf desselben bis zum vorderen Tuberculum | 3 | 6 |
| Unterer Gelenkkopf desselben von vorn nach hinten | 2 | 7 |
| „ „ von einer Seite zur andern | 2 | 9 |
| Breite des Radius, oberes Ende | 2 | 11 |
| „ „ „ unteres „ | 2 | 4 |
| Höhe der beiden Reihen des Carpus | 1 | 7 |
| Länge des mittleren Metacarpusknochens | 7 | 10 |
| „ „ inneren „ | 7 | 0 |
| „ der drei Phalangen des Vorderfusses | 4 | 3 |
| „ des Femur | 12 | 11 |
| „ der Tibia | 12 | 0 |
| „ des Tarsus (mit Calcaneus) | 4 | 10 |
| „ „ mittleren Metatarsusknochens | 8 | 10 |
| „ „ äusseren „ | 8 | 3 |
| „ der drei Phalangen des Hinterfusses | 5 | 0 |

## G. Wiederkäuer.

Auch von dieser Ordnung hat die neue Ausgrabung eine ansehnliche Zahl von Ueberresten geliefert: Hörner, Zähne, Schädelstücke und andere Theile des Knochengerüstes. Indem aber alle diese Stücke vereinzelt und durch einander gefunden wurden, stossen wir auf die grosse Schwierigkeit, die disjecta membra einer und derselben Art nach ihrer natürlichen Verbindung wieder zusammen zu finden. Besitzen wir gleich mehrere Schädelfragmente, denen noch die Hörner aufsitzen, so ermangeln jenen doch alle Zähne; sind uns nunmehr wohl ganze Gaumenstücke und vollständige Unterkieferhälften mit allen ihren Backenzähnen zugegangen, so sind doch die Unterkiefer mit den Oberkiefern aus ihrer Zusammenfügung gelöst worden. Wir können daher an diesen Ueberresten nicht mehr ersehen, welcherlei Sorte von Zähnen mit den Hörnern, ja nicht einmal, welcherlei Zähne der Unterkinnlade mit denen der obern zusammengehörig waren. Nun zeigen aber die verschiedenen Gattungen der Wiederkäuer gerade in der Beschaffenheit der Backenzähne so viele Uebereinstimmung und überdiess bietet die grosse Familie der Antilopen in dieser Beziehung so viele Uebergänge in andere Gattungen dar, dass die Herstellung der Arten aus diesem Gewirre zu einer sehr schwierigen und nicht immer zu einem befriedigenden Resultate führenden Arbeit wird. Dazu kommt, dass auch im übrigen Skelete eine grosse Verwandtschaft der Gattungen untereinander gefunden wird und dass die vorkommenden Verschiedenheiten unter den lebenden Formen selbst erst nur für eine kleine Anzahl genau erörtert worden sind, während zugleich die hiesige Skeletsammlung nicht so reichhaltig ist, dass wir diesem Mangel befriedigend abhelfen könnten. Bei dieser Durcheinandermengung der verschiedenartigsten Ueberreste befinden wir uns in einem Falle, der den Botanikern bei Bestimmung fossiler Pflanzenreste so häufig aufstösst, dass ihnen Früchte, Blätter und Stämme vereinzelt vorkommen und sie demnach in Gefahr gerathen, Ungehöriges zu vereinigen, Zusammengehöriges zu trennen. Um so viel als möglich diesem Missstande zu entgehen, werden wir jetzt gleich im Voraus die Differenzen in der Beschaffenheit der Zähne auseinandersetzen, die Unterscheidung der Arten aber zunächst auf die Formen der Hörner, als die sichersten Anhaltspunkte, begründen und dabei versuchen, die Zahnformen und die characteristischen Knochen der Gliedmassen an selbige zu vertheilen.

Bei Bestimmung der Lindermayer'schen Sendung *) sahen wir uns hinsichtlich des Gebisses fast blos auf Zähne des Unterkiefers beschränkt, von oberen waren nur einzelne, aber meist mehr oder minder beschädigte, vorhanden; jetzt sind wir mit Zähnen von beiden Kiefern reichlich versehen worden. Indem wir auf die in der angeführten Abhandlung gegebenen Erörterungen über die Unterschiede der Backenzähne bei den Wiederkäuern verweisen, wollen wir mit der Sortirung der des Unterkiefers beginnen.

Zwei Unterkieferfragmente besitzen noch ihre ganze Reihe von Backenzähnen, welche zusammen bei dem grösseren Exemplare (Tab. 7, Fig. 1.) einen Raum von 4'' 7''' einnehmen, also ungefähr so viel als bei einem Edelhirsche. Diese Zähne (hieher auch Fig. 2, 3) kommen in allen Stücken mit der Zahnreihe überein, welche in der Beschreibung der Lindermayer'schen Sendung auf Tab. 4, Fig. 1 abgebildet wurde, nur dass letztere von einem etwas kleineren Individuum herrührte. Die Säulchen zwischen den Pfeilern der drei hintern Backenzähne sind so hoch wie beim Axishirschen, und man wäre demnach berechtigt, aus ihnen auf die Gattung der Hirsche zu schliessen, wie es in solchem Falle

---

*) Abh. der bayer. Akadem. V, S. 366.

*Cuvier* zu thun pflegte, wenn man jetzt nicht wüsste, dass auch gewisse Antilopen mit solchen versehen sind. Von dieser ersten Sorte unterer Backenzähne besitzen wir noch mehrere, die keiner besonderen Erwähnung bedürfen.

Eine zweite Sorte bilden diejenigen Zähne des Unterkiefers, welche von der vorigen nur durch weit geringere Grösse abweichen, obwohl sie den Zahnwechsel überstanden haben und dem bleibenden Gebisse angehören. An einem derartigen Unterkiefer, an dem blos der vorderste Zahn ausgefallen ist, während seine beiden Fächer geblieben sind, misst die Zahnreihe 2″ 7½‴; hieher gehört die Abbildung in der Abhandlung über die Lindermayer'sche Sendung, Tab. 4, Fig. 3. Da zwischen dieser kleinen und der grossen Sorte Mittelglieder vorliegen, wird jene doch wohl nur junge Exemplare von der grossen Sorte anzeigen.

Dagegen könnte eine dritte Sorte (Tab. 7, Fig. 4), die auch bereits a. a. O. (Tab. 4, Fig. 2) abgebildet wurde, eine besondere Art kundgeben. Die Gesammtreihe der Backenzähne beträgt höchstens 2½″, kommt also in der Länge mit der vorigen Sorte überein, unterscheidet sich aber dadurch, dass die Zähne nicht so comprimirt, sondern dicker und ihre Pfeiler bauchiger sind; die Säulchen zwischen den letzteren sind aber ebenfalls vorhanden.

Eine vierte Sorte unterer Zähne könnte vielleicht der Zahn anzeigen, der uns schon bei der ersten, im Jahre 1838 gemachten Acquisition zukam und in der ersten Abhandlung *) auf Tab. 1, Fig. 8 abgebildet wurde. Er gleicht in der Grösse und der zusammengedrückten und doch scharf prismatischen Form der ersten Sorte, nur mit dem

---

*) A. a. O. III. S. 169.

Unterschiede, dass ihm das Säulchen oder an dessen Stelle ein kleiner Zacken ganz abgeht. Da es jedoch nur ein einziger Zahn ist, dem dieser Mangel zukommt, so könnte letzterer zufällig seyn, wie denn auch bei den lebenden Hirscharten in dieser Beziehung Schwankungen gefunden werden *).

Die oberen Backenzähne bietet in ihrer Gesammtheit das Gaumenstück dar (Tab. 8, Fig. 1), welches die beiden Reihen enthält. Alle Zähne sind bereits stark abgeführt, was ein ganz erwachsenes Thier anzeigt. Die beiden ersten Lückenzähne sind sehr entwickelt und länger (von vorn nach hinten) als breit (von aussen nach innen); die vier folgenden sind breiter als lang, doch nehmen die hintern an Länge zu. Die Pfeiler sind sehr bauchig gewölbt und glatt, haben aber kein accessorisches Säulchen oder Spitzchen zwischen sich. Kurz vor dem Zusammentreffen der innern Wandungen der beiden Pfeiler von den 3 letzten Zähnen zeigt sich auf der Kaufläche ein kleiner isolirter Schmelzcylinder. Die Gesammtlänge der Backenzahnreihe beträgt 3″ 9‴. Wegen Mangels des Säulchens dürfte man diese Zähne zunächst auf Bockthiere (Schafe und Ziegen), so wie auf Antilopen beziehen; von ersteren sind sie indess durch ansehnlichere Grösse, die relativ geringere Länge der 3 hintern Zähne und die beträchtlich grössere der beiden vordersten weit verschieden; wir werden mit ihnen demnach zunächst auf die artenreiche Gattung der Antilopen verwiesen.

Eine zweite Sorte von obern Backenzähnen (Tab. 7, Fig. 5) kommt mit der ersten in Form und Grösse überein, aber die Zacken zwischen

---

*) So gibt z. B *Owen* vom Damhirsch an, dass seinen obern Backenzähnen das Säulchen fehle, während es bei einem uns eben vorliegenden Schädel von dieser Art sehr stark an allen 3 hintern Zähnen entwickelt ist. Dagegen hat an einem Schädel des Edelhirsches unter allen 3 hintern Zähnen lediglich der hinterste im linken Unterkiefer ein winziges Spitzchen.

den Pfeilern der 3 letzten Zähne stellen sich bereits ein. An den abgebildeten, welche bis tief hinab abgerieben sind, sieht man zwischen den beiden Pfeilern des letzten Zahns nur noch zwei Wülste an der Basis; an den beiden vorhergehenden Zähnen sind die Zacken lediglich als der Innenwand des hintern Pfeilers angedrückte Schmelzringe noch wahrnehmbar. An minder abgenützten Backenzähnen sind diese Zacken besser erhalten.

Als dritte Sorte oberer Backenzähne bezeichnen wir die auf Tab. 7, Fig. 6 abgebildeten, welche die ganze rechte Reihe darstellen. Sie sind bereits von der Abnützung ergriffen, wenn auch nicht in dem Grade wie die vorhergehenden, und geben dadurch zu erkennen, dass sie dem Maximum ihrer Grösse wenigstens nicht mehr sehr ferne stehen. Sie gehören daher einer besondern und weit kleinern Art an als jene, kommen übrigens in ihrer Form mit ihnen überein, sind in ihrer untern Hälfte eben so angeschwollen und in ihrer obern eben so comprimirt als selbige. Die Säulchen zwischen den Pfeilern der 3 hintern Backenzähne sind stark entwickelt. Die ganze Länge der Backenzahnreihe beträgt nur 2″ 6‴.

Zwischen dieser kleinsten und der grössten Sorte finden sich, wie wir es auch bei den untern Zähnen gesehen haben, Mittelgrössen, die theils jüngeren Thieren der letzteren Sorte angehören mögen, theils eine besondere Art anzeigen könnten. Die meisten haben die accessorischen Zacken an den drei letzten Backenzähnen, die nur etlichen fehlen oder blos als Rudimente angedeutet sind.

Zum Schlusse ist bemerklich zu machen, dass ausser den oben erwähnten Zahnsorten durch die neueste Ausgrabung noch eine von ihnen ganz verschiedene zum Vorschein gekommen ist, die aber mit solcher

Bestimmtheit auf die Rindergattung hinweist, dass wir sie gleich bei Charakteristik der letzteren in Betracht ziehen wollen.

### 14. *Antilope Lindermayeri.*

Wenn die Beschaffenheit des Gebisses zunächst auf das häufige Vorkommen von Hirschen schliessen liess, so haben die zugleich mit aufgefundenen Hörner diese Vermuthung nicht bestätigt, denn so zahlreich letztere auch sind, so ist doch nicht ein einziges darunter, das einen Hirsch anzeigt, vielmehr gehören sie mit wenig Ausnahmen den Antilopen an *).

Von der *Antilope Lindermayeri*, die bei ihrer Aufstellung nur auf wenige und stark defecte Fragmente von den die Hornscheiden ausfüllenden Stirnzapfen begründet werden konnte, haben wir nunmehr unter manchen stark beschädigten Stücken auch zwei erlangt, denen nur wenig von der Spitze fehlt; wie bei allen andern Hörnern sind die Hornscheiden gänzlich verloren gegangen. Das grösste Exemplar von diesen Stirnzapfen (Tab. 8, Fig. 2) hat eine Länge von 8″ und an der Basis einen Durchmesser von beiläufig 1″ 7‴. Sie sind gerade, im Umfange rundlich, und von zwei entgegengesetzten Punkten der Basis aus zieht sich je ein Wulst in die Höhe, der bis er zur Spitze gelangt gerade einen vollständigen spiralförmigen Umgang um den Zapfen gemacht hat, daher von der Seite gesehen drei spiralig aufsteigende erhabene Falten zum Vorschein kommen. Solche Form der Stirnzapfen kommt, wie schon früher bemerklich gemacht wurde, nur bei den Antilopen vor, und die

---

*) Auch die von Dr. *G. Jäger* (Würtemb. Jahreshefte V, S. 124) angeführten „hirschartigen Wiederkäuer“, die ebenfalls von Pikermi herrühren, werden ohne Zweifel Antilopen seyn.

Zutheilung der gewundenen Stirnzapfen an diese Gattung kann nicht die geringste Bedenklichkeit haben.

Etwas Anderes ist es mit der Ausscheidung der vorliegenden Zähne und Knochen für diese Art. Zuvörderst ist zu bemerken, dass, wie schon in der Beschreibung der Lindermayer'schen Sendung nachgewiesen wurde, die Säulchen oder Zacken zwischen den Pfeilern der drei hintern Backenzähne keinen Grund zur Ausschliessung der Antilopen abgeben können, indem auch unter den lebenden Arten dieser Gattung solche vorkommen, die mit ähnlichen Anhängseln versehen sind. Zudem sind jetzt auch unsere griechischen urweltlichen Antilopen nicht mehr die einzigen, welchen jene Auszeichnung zusteht, indem seitdem *Gervais* *) gezeigt hat, dass die aus pliocenen Ablagerungen bei Montpellier herstammende *Antilope recticornis* ebenfalls solche accessorische Säulchen an ihren hintern Backenzähnen besitzt. Da wir nun die Grösse unserer Antilope Lindermayeri nach der massiven Form der Hörnerzapfen, sowie nach den Schädelfragmenten mit der unsers Edelhirsches vergleichen dürfen, und da ferner diese Zapfen unter den uns früher und jetzt zugekommenen fossilen griechischen Ueberresten häufig vorhanden sind, so werden wir wohl nicht fehl greifen, wenn wir mit ihnen und den Schädelfragmenten die grosse Sorte von Backenzähnen, deren drei hinterste mit Säulchen versehen sind, in Verbindung bringen.

Ein Oberschenkelknochen von schlanker zierlicher Gestalt und 11'' Länge würde nach seiner Grösse und Form zu dieser Art passen. Dasselbe gilt von der untern Hälfte eines Oberarmknochens.

---

*) Zoolog. et Paléontolog. franç. Tab. 7. Fig. 5—11.

### 15. *Antilope brevicornis* = *A. capricornis.*

Die Umänderung des Namens von *Antilope capricornis* in *A. brevicornis* haben wir vorgenommen, weil denn doch die Hörner dieser Antilope nicht die eigentliche Ziegenform besitzen und nunmehr bei Pikermi eine Species mit wirklichen Ziegenhörnern entdeckt worden ist. Auch die neue Ausgrabung hat uns wieder eine ziemliche Anzahl von Hörnerzapfen der A. brevicornis geliefert, welche mit den früher beschriebenen übereinstimmen. Es sind darunter stärkere und schwächere, aber alle haben die gleiche Form, indem sie etwas nach hinten gekrümmt, im Umfange rundlich und von Längsrunzeln durchzogen sind. An Grösse steht diese Antilope der vorhergehenden beträchtlich nach, und diess ist auch der Grund, weshalb wir vermuthen, dass ihr die Zähne der kleinsten Sorte (Tab. 7, Fig. 4 und 6) angehört haben dürften. Ein Femur von 4″ 9‴, so wie einige der kleinsten Fussknochen möchten ihr ebenfalls zuzuweisen seyn.

### 16. *Antilope speciosa.*

Weil keine Regel ohne Ausnahme ist, so wollen wir uns auch erlauben, eine Antilopenart aufzustellen, von der uns keine Hörner vorliegen und mithin der sichere Anhaltspunkt zur Begründung derselben abgeht. Was uns den Muth gibt zur Aufstellung dieser neuen Art ist das auf Tab. 8, Fig. 1 abgebildete Gaumenstück mit den beiden vollzähligen Backenzahnreihen. Diese Backenzähne unterscheiden sich, wie schon erwähnt, von allen übrigen dadurch, dass ihnen die Säulchen oder Zacken zwischen den innern Pfeilern ganz abgehen, so dass sie in dieser Beziehung mit der bei den lebenden Antilopen gewöhnlichen Form übereinkommen. Der Gaumen zeichnet sich aus durch ungewöhnliche Breite, indem sie zwischen den hintersten Backenzähnen 2″ und zwischen den vordersten 1″ 4½‴ beträgt.

Diese ansehnliche Breite des Gaumens weist uns auf ein Schädelfragment hin, dem mit den Hörnern zugleich die ganze Knochendecke der Stirn- und hintern Nasengegend abgesprengt ist. Es ist auch sonst gewaltig verstümmelt und insbesondere ist es zu bedauern, dass die beiden Oberkieferäste zugleich mit allen Zähnen abgebrochen sind, so dass man nunmehr im Ungewissen über die Beschaffenheit der letztern bleibt. Dieses Schädelfragment reicht von der Hinterhauptsleiste bis nahe gegen die Vorderspitze der Nasenbeine und misst in dieser Erstreckung beinahe 9″. Die Mitte der Hinterhauptsleiste liegt von der Mitte des obern Randes der rechten Augenhöhle um 5½″ entfernt. Die Stirnbreite zwischen der Mitte der beiden Augenhöhlen beträgt ungefähr 5″, die Breite zwischen den hintern äussern Wandungen beider Oberkiefer 4″. Letztere Dimension hält bei dem Gaumenstück, auf das wir die Antilope speciosa begründen, 3½″, was kein grosser Unterschied von der gleichnamigen des Schädelfragmentes ist.

Ob übrigens in der That beide Stücke von Thieren einer und derselben Art herrühren, ob überhaupt die Beschaffenheit der Zähne und des Gaumens, der uns von der A. Lindermayeri unbekannt ist, ein Recht gibt, darauf eine neue Species zu begründen, bleibt allerdings problematisch. Den Schein, als ob damit eine besondere Art angezeigt werden könnte, hat es allerdings, und so mag denn der anscheinlichen Species provisorisch der Name *Antilope speciosa* eingeräumt werden.

### 17. *Capra amalthea.*

Eine sehr merkwürdige Form von Hörnerzapfen hat die neueste Ausgrabung in 3 Exemplaren zu Tage gefördert, welche sämmtlich noch einen Theil der Hirnschale, auf der sie sassen, mittragen. Das eine ist nur ein kurzes Stück von der Basis; die beiden andern aber, von denen das grössere schon in der Gesteinsmasse in zwei Stücke gebrochen war, haben sich fast bis zur Spitze vollständig erhalten. Diese Hörner (Tab. 6, Fig. 2) kommen in ihrer dreiseitigen, zusammengedrückten Form ganz mit denen der eigentlichen Ziegen überein. Sie sind an den Seiten abgeplattet, auf der innern ganz flach, auf der äussern etwas gewölbt, nach hinten sind sie verdickt und nach vorn laufen sie in eine stumpfschneidige Kante aus; in ihrem Verlaufe richten sie sich von der Basis an zuerst etwas vorwärts, von der Mitte krümmen sie sich, indem sie sich zugleich immer mehr verschmälern, etwas rückwärts und machen dabei in der Mitte eine leichte Schwenkung nach aussen. Ihre Oberfläche ist unregelmässig gerunzelt.

| | I. | II. |
|---|---|---|
| Ganze Länge in gerader Linie fast | 9'' 0''' | 9'' 6''' |
| Breite an der Basis, auf der flachen Seite gemessen | 2 6 | 2 7 |
| Dicke, hintere, an der Basis ungefähr | 1 3 | 1 5 |

Der Beschaffenheit der Hörner gemäss ist der Charakter des Thieres, dem sie angehörten, entschieden ziegenartig, und wir tragen deshalb kein Bedenken, obwohl uns die Bildung der Backenzähne nicht bekannt ist, dasselbe mit den Ziegen zusammenzustellen, zumal da unter den ziegenartigen Formen der Antilopen doch keine gefunden wird, die mit dieser in einer engern Beziehung stünde. Wir wollen sie als das älteste antediluvianische Glied ihrer Familie mit dem dem Alterthume entlehnten Namen *Capra amalthea* bezeichnen, zur Erinnerung an die Ziege, mit deren Milch Jupiter gesäugt wurde.

### 18. *Bos marathonius.*

So wenig als von Ziegen waren bisher fossile Ueberreste von Rindern aus den Tertiärablagerungen bekannt, und die Auffindung derselben durch die neueste Ausgrabung bei Pikermi ist für die Palaeontologie eine wichtige Thatsache. Das Vorkommen einer urweltlichen Rinderart aus der Tertiärzeit ist uns aber durch wohlerhaltene Ueberrreste vom Gebisse und mehreren Knochen der Gliedmassen dargethan; Schädel oder abgesprengte Hörner haben sich nicht gefunden.

Ganze Reihen von *Zähnen* besitzen wir nicht, sondern sie sind meist vereinzelt oder doch nur zu zwei und drei mit einander vereinigt, und was das Seltsame ist, sie stammen alle von jungen Thieren ab, indem sie entweder dem Milchgebisse angehören, oder doch als bleibende Zähne, bei ihren fast unversehrten Kronen, noch keine längere Zeit in Function gewesen wären.

Von oberen Backenzähnen liegen uns die vier ersten, vielleicht auch noch der fünfte vor; die drei ersten lediglich als Milchzähne. Man weiss, dass bei den Rindern, wie bei allen Wiederkäuern, die beiden ersten ächten Backenzähne (der 4te und 5te in der Reihe) bereits ausbrechen, ehe noch die 3 vor ihnen stehenden Milchzähne gewechselt worden sind, ferner dass das Ausbrechen des 4ten Backenzahns noch vor Ablauf des ersten Jahres, das des 5ten aber erst nach dem zweiten Jahre und das des 6ten nach dem vierten erfolgt.

Der erste obere Milchbackenzahn ist uns lediglich durch einen einzelnen Zahn angezeigt. Vom zweiten besitzen wir zwei isolirte Exemplare und dann noch zwei andere, von denen das eine mit dem 3ten Milchbackenzahne (Tab. 8, Fig. 3, 3 a.) und ein grösseres Kieferfragment, an dem der 2te Milchzahn mit dem 3ten Milchzahne und dem ersten bleibenden Backenzahne, dem 4ten in der Reihe, in Verbindung steht. Aus der unversehrten Beschaffenheit der Kronen, deren Pfeiler noch sämmtlich in scharfe Schneiden endigen, lässt sich schliessen, dass die Thiere, von denen die erwähnten Zähne herrühren, wenig älter als ein Jahr gewesen seyn mochten; in der Abbildung, welche *Cuvier* *) von den obern Milchbackenzähnen gibt, hat die Abnützung derselben bereits sich weit mehr merklich gemacht. An allen diesen Zähnen ist das Säulchen zwischen den innern Pfeilern sehr breit und bauchig mit stumpfer Zuspitzung und erreicht die Höhe der letzteren. Der 2te Milchbackenzahn unterscheidet sich von dem 3ten, wie gewöhnlich, sehr auffallend dadurch, dass der vordern schmälern Hälfte noch ein schmaler Pfeiler angefügt ist. Der 2te Milchbackenzahn hat eine Länge von 1'' 5''', der dritte von 12½'''.

Von unteren Backenzähnen besitzen wir nur die 2ten und 3ten Milchzähne, theils einzeln, theils in Verbindung mit einander; sie sind noch sehr wenig entwickelt und angegriffen und dabei stark comprimirt. Auch bei ihnen reichen die Säulchen bis zur Höhe der Pfeiler hinauf.

An nennenswerthen Knochen der *Gliedmassen* sind hier aufzuführen die untere Hälfte eines Humerus und eines Mittelhandknochens; dann ein vollständiges Schienbein, zugleich mit einem andern, dem blos das obere Ende fehlt, während ihm am untern Ende noch das Sprungbein mit dem Würfelbein in der Gesteinsmasse in ihrer natürlichen Verbindung angefügt waren; beide letztgenannte Knochen sind nunmehr aus der umhüllenden Masse ausgelöst worden. So wichtig aber auch diese Knochen sind, um durch sie das gleichzeitige Vorkommen des Rindes mit Affen, Hyänen und andern Thieren in den Ablagerungen von Pikermi zur Evidenz zu bringen, so sind sie doch nicht ausreichend, um die Art, von der sie herstammen, mit Sicherheit festzustellen. Bekanntlich kam *Cuvier* nach Vergleichung einer Menge Knochen von fossilen und lebenden Ochsenarten zum Resultate, dass vereinzelte Knochen ohne Beigabe eines Schädels sich zu sehr gleichen, um feste Charaktere zur Unterscheidung der Arten darzubieten. Wir stehen daher gleich davon ab, eine solche Arbeit durchführen zu wollen, zumal uns überdiess ausreichende Vergleichungsmittel abgehen, und begnügen uns nur mit der allgemeinen Erklärung, dass die genannten fossilen Knochen an Grösse denen des *Bos primigenius* und *Bos priscus* nicht nachstehen *), und dass sie durch ihre schlankeren Formen sich mehr denen des letzteren als des ersteren anzunähern scheinen. So weit wir im Stande sind, wollen wir in nachstehender Tabelle Maasse angeben und zur Vergleichung die von *Bojanus* an dem lebenden Wisent (Bos Bonasus s. Bison) bestimmten beifügen.

---

*) Recherch. sur les ossem. foss. tab. 162 fig. 7 der Octavausgabe.

| | Griechische Ueberreste. | Bos Bonasus. |
|---|---|---|
| Breite des Oberarmbeins am untern Ende . . | 3″ 11‴ | 3″ 6‴ |
| „ „ Mittelhandknochens am untern Ende . | 3 0 | |
| Länge des Schienbeins . . . . . . . | 20 6 | 16 6 |
| Obere Breite . . . . . . . . | 5 9 | 4 6 |
| Untere „ . . . . . . . . | 4 0 | 2 8 |
| Länge (Höhe) des Sprungbeins an der Aussenseite | 4 1 | 2 10 |
| „ „ „ „ „ „ Innenseite | 3 8 | 2 10 |
| Grösste untere Breite desselben . . . . . | 2 7 | 2 1 |
| Breite des Würfelbeins . . . . . . . | 3 3 | 2 6 |

Die fossilen griechischen Ochsenknochen sind demnach um ein Anschnliches grösser als die eines sechsjährigen Bisons, von welchem Bojanus seine Maasse abgenommen hatte. Ob sie einer der bekannten Arten oder einer neuen eigenthümlichen angehören, ist eine Frage, die

---

*) Die von *Cuvier* gemessenen fossilen Ochsenknochen haben meist eine geringere Grösse.

sich, so lange nicht ein gut erhaltener Schädel aufgefunden wird, mit keiner Sicherheit beantworten lässt. Da jedoch bei den lebenden Arten das Säulchen zwischen den Pfeilern der Backenzähne des Milch- oder des noch unangegriffenen bleibenden Gebisses nicht bis zum Niveau der Kaufläche hinaufreicht, wie es bei den fossilen Zähnen der Fall ist, so könnte vielleicht darauf eine specifische Eigenthümlichkeit beruhen, wozu noch der erhebliche Umstand kommt, dass in der Regel die dem Tertiärgebiete zuständigen Arten von den in den Diluvialgebilden aufbewahrten verschieden sind, so dass es höchst wahrscheinlich ist, dass diess auch im vorliegenden Falle stattfinden wird. Deshalb und um diese ältesten colossalen Ueberreste der Rindergattung mit einem bestimmten Ausdrucke bezeichnen zu können, wollen wir ihnen einen besonderen Namen beilegen und zwar als *Bos marathonius,* ein Name, der schon in den alten griechischen Sagen einem gigantischen Stiere, an dem Herkules und Theseus ihre Heldenkraft erprobten, gegeben wurde, und der in denselben Gegenden lebte, aus welchen die fossilen Ueberreste herstammen. Wenn wir in dieser Weise die dem Mythenkreise angehörigen Thiere in unserer urweltlichen Fauna wieder in Erinnerung bringen, so hoffen wir jedenfalls eine bessere Berechtigung dazu zu haben als *Linné,* der auf kleine, harmlose Reptilien die Namen gräulicher Ungethüme, der Drachen und Basilisken, übertrug.

---

## II. Vögel.

Es ist nur ein kleines Knöchelchen, durch welches uns unter den Ablagerungen von Pikermi das Vorkommen von Ueberresten von Vögeln angezeigt ist; indess ist selbiges ein so charakteristisch geformter Theil, dass seine Zuweisung an diese Klasse gar keinem Zweifel unterliegen kann. Dieses Knöchelchen nämlich ist das erste Glied des Mittelfingers der Hand (Tab. 8, Fig. 4) von wenig über 7 Linien Länge, also von einem Vogel ungefähr von der Grösse eines mittelmässigen Huhnes herrührend und in allen wesentlichen Stücken mit der gleichnamigen Phalanx eines solchen übereinstimmend. So unbedeutend dieses Knöchelchen an und für sich ist, so ist es doch als der einzige Repräsentant einer ganzen Klasse unter den fossilen Vorkommnissen von Pikermi von palaeontologischer Wichtigkeit.

Von allen andern Thierklassen haben sich in den genannten Ablagerungen keine Spuren gefunden.

## Nachtrag von Dr. Wagner.

Nur wenige Tage früher als ich (in unserer Klassensitzung vom 11. Febr. l. J.) die Ehre hatte, in meinem und meines Collegen, Herrn Prof. Dr. Roth's, Namen unsere vorliegende Abhandlung der k. Akademie zu überreichen und bei dieser Gelegenheit einen kurzen Bericht über deren Inhalt zu erstatten *), trug auch Herr Prof. *Duvernoy* in der Sitzung der pariser Akademie vom 6. Februar das Ergebniss seiner Untersuchungen über die ihm kurz vorher von demselben Fundorte, nämlich von Pikermi, zugekommenen fossilen Säugthier-Ueberreste vor **).

---

*) Münchn. gel. Anzeig. XXXVIII. Nr. 42. — Wie ich eben aus dem Journal *l'Institut* Nr. 1058, ersehe, hat Herr Prof. *Duvernoy* die Güte gehabt, der pariser Akademie in ihrer Sitzung vom 10. April über diesen Bericht zu referiren.

**) Compt. rendus. XXXVIII. Nr. 6.

Da unsere beiderseitigen Bestimmungen ganz unabhängig von einander vorgenommen wurden, so können sie sich gegenseitig zur Controle und zugleich zur Ergänzung dienen. Ich will daher nachträglich noch das Verzeichniss der von Herrrn Duvernoy aufgezählten Arten beifügen und hie und da mit einigen Bemerkungen begleiten. Es sind aber von ihm folgende Arten aufgeführt:

1) Der *Höhlenbär;* von diesem ist uns hier keine Spur vorgekommen.

2) Der *fossile Elephant,* nach einzelnen Fussknochen bestimmt. Wahrscheinlich werden diese Knochen derselben Art zugehören, die wir als *Mastodon* bezeichnet haben, weil uns der in unserer Sammlung befindliche Humerus und Femur mehr auf letztere Gattung als auf die des Elephanten hinzuweisen schien. Sichere Entscheidung wird wohl erst die Auffindung von Backenzähnen bringen können.

3) *Rhinoceros tichorhinus;* ein Fragment eines vorletzten obern Backenzahnes, ein Humerus, Femur, Tibia, Fersen- und Sprungbein. — Nach den obern Zähnen unsers Schädel-Fragmentes gehört dieses evident nicht zu Rh. tichorhinus, sondern stimmt ganz mit dem weit hiervon verschiedenen Rh. Schleiermacheri, womit freilich Herrn Duvernoy's Bestimmung keineswegs in Frage gestellt werden soll. Auffallend ist es allerdings, dass demnach beide, gewöhnlich zwei verschiedenen Zeitperioden zugerechnete Arten bei Pikermi gemeinsam gefunden würden.

4) *Hippotherium.*

5) *Giraffe;* ein zweiter oberer Backenzahn und ein Mittelfussknochen. Diese interessante Entdeckung hat mich bestimmt, nochmals alle Zähne von unsern griechischen fossilen Wiederkäuern durchzusehen,

aber keiner stimmte weder in der Grösse noch in den Formen mit dem Gebisse der Giraffe überein *).

6. *Antilope.* Herr Duvernoy scheint damals noch nicht mit meiner zweiten Abhandlung über die fossilen griechischen Säugthier-Ueberreste bekannt gewesen zu seyn, da er bei Bestimmung der Antilopen darauf keine Rücksicht nimmt. Nach Fragmenten von spiralig gewundenen Hörnern vermuthet er zwei Arten; beide werden jedoch mit unserer *Antilope Lindermayeri* identisch seyn. Auch nach Zähnen schliesst er auf 2 Arten.

7) *Ochs;* aus einem Sprungbein erkannt.

8) *Grosser Tardigrad, verwandt mit Macrotherium,* vielleicht sogar zu derselben Gattung gehörig; die Belege sind Fragmente vom Humerus, Femur und Schienbein. — Diese Angabe hat uns sehr erfreut, weil sie uns darüber beruhigt, dass wir, in allerdings etwas kecker Weise, die uns von Pikermi zugekommenen seltsamen Phalangen an die Gattung Macrotherium verwiesen haben.

Wenn uns einmal die ausführliche Beschreibung dieser Ueberreste von Herrn Duvernoy vorliegen wird, gedenken wir an einem andern Orte auf dieselben zurückzukommen.

---

*) Zur Vergleichung habe ich benutzt den Schädel einer jungen Giraffe in hiesiger Sammlung, dessen 3 erste Zähne im Ober- wie im Unterkiefer noch dem Milchgebisse angehören, hinter denen sich dann der 4te als der erste der bleibenden findet, während der 5te eben erst im Durchbruche begriffen ist. Ausserdem habe ich noch die schönen Abbildungen von *D'Alton* (Nov. act. acad. nat. cur. XII, 1 tab. 36) und von *Owen* (Odontogr. tab. 134, fig. 7) beigezogen.

## Erklärung der Abbildungen.

(Alle Abbildungen sind mit wenig Ausnahmen, die jedesmal angegeben sind, in natürlicher Grösse gehalten.

---

### *Tab.* 1.

Fig. 1—6. Schädelfragmente und Zähne von ***Mesopithecus pentelicus.***

1. Der Gesichtstheil, an der Nasenöffnung stark beschädigt.
2. Unterkieferfragment, mit dem Eckzahn und den beiden Lückenzähnen des Milchgebisses, dahinter die beiden ersten Backenzähne.
3. Ein anderes Unterkieferfragment, von oben gesehen, mit dem letzten Milch-Lückenzahn, den darauf folgenden beiden bleibenden Backenzähnen und dem letzten, der aber noch in seiner Alveole eingeschlossen und durch Druck umgelegt ist.

4. 5. Der obere Eckzahn in 2 Ansichten.

6. Der untere Eckzahn mit 3 Schneidezähnen.

Fig. 7—8. ***Mesopithecus major.***

7—7. a. Unterkiefer mit seinen Zähnen.

8. Obere Zahnreihe.

### *Tab.* 2.

Fig. 1. 2. Unterkiefer von ***Gulo primigenius.***

Fig. 3—5. Unterkiefer von ***Ictitherium viverrinum.***

Fig. 6. Unterkiefer der ***Hyaena eximia.***

Fig. 7. Gaumentheil von ***Canis lupus primigenius.***

### *Tab.* 3.

***Machaerodus leoninus.***

1. Der ganze Vorderschädel.
2. Der untere Eckzahn von der Innenseite gesehen, um seine Kerbung an den Rändern zu zeigen.

3. Der obere Reisszahn von der Innenseite; zugleich sieht man vor seinem hinteren Rande die Alveole des querliegenden kleinen Mahlzahnes.
4. Ein einzelner oberer Eckzahn, nebendaran ein Durchschnitt desselben.
5. Ein Krallenglied noch in natürlicher Verbindung mit seiner zweiten Phalanx, auf welche es sich zurückgezogen hat.

### *Tab.* 4.

Fig. 1—2. a. Phalangen von *Macrotherium.*
1. obere, 1. a. seitliche Ansicht der einen Phalanx.
2. obere, 2. a. seitliche Ansicht der andern.

Fig. 3. Ein unterer Backenzahn aus der rechten Unterkieferhälfte vom *Castor atticus.*

### *Tab.* 5.

Fig. 1, 1. a. Die Zahnreihe des linken Unterkiefers von *Sus erymanthius fem.* und zwar, weil das Format nicht ausreichte, in 2 Abtheilungen: 1. die ganze Backenzahnreihe, 1. a. das Vordertheil des Gebisses vom ersten Backenzahn bis zu den Schneidezähnen darstellend.

Fig. 2. 4. 5. Zähne des *Hippotherium* von Pikermi.
2. Der erste obere grosse Backenzahn mit dem hinfälligen Wolfszahne.
4. Ein oberer Backenzahn.
5. Milch-Backenzähne des Unterkiefers.

Fig. 3. Ein oberer Backenzahn von Eppelsheim.

### *Tab.* 6.

Fig. 1. Mittelfussknochen des *Hippotherium* in natürlicher Verbindung mit seinen beiden Griffelbeinen, von denen indess bei der Seitenansicht nur der eine sichtlich ist.

Fig. 2. Hornzapfen der *Capra amalthea.*

### *Tab.* 7.

Backenzähne von *Antilopen.*

Fig. 1. Unterkiefer mit allen Backenzähnen von der *Antilope Lindermayeri.*

Fig. 2. 3. Unterkiefer und Fragment derselben Art mit den 4 vordersten Backenzähnen; 2 von der Innenseite, 3 von der Aussenseite gesehen.

Fig. 4. Untere, Fig. 6. obere Backenzahnreihe von der kleinsten Art von Antilopen, wahrscheinlich *Antilope brevicornis.*

Fig. 5. Die 3 letzten obern Backenzähne, wahrscheinlich von der *Antilope Lindermayeri.*

## *Tab.* 8.

Fig. 1. Gaumentheil von der *Antilope speciosa* mit den beiden Backenzahnreihen, die absichtlich etwas mehr nach aussen geneigt gezeichnet wurden, um zugleich ihre innere Wandung deutlich darstellen zu können.

Fig. 2. Hornzapfen der *Antilope Lindermayeri* in vollständiger Grösse.

Fig. 3. Zweiter und dritter oberer Milch-Backenzahn des ***Bos marathonius*** von der Innenseite.

3. a. Dieselben von der Aussenseite.

Fig. 4. Erste Phalanx des Mittelfingers aus der Hand eines Vogels.

Abbildung und Beschreibung

des

# Universal-Vibrations-Photometers

vom

**Conservator Dr. Schafhäutl.**
ord. Mitglied der k. Akademie der Wissenschaften.

---

# Abbildung und Beschreibung
des
# Universal-Vibrations-Photometers
vom
## *Conservator Dr. Schafhäutl.*

Viel früher stellte sich das Bedürfniss heraus, einen Massstab für die Lichtstärke leuchtender Körper als für die Stärke des Schalles zu erhalten. Seitdem sich Gelehrte mit Astronomie beschäftigten und Sterne beschrieben, waren sie genöthigt, die Lichtstärke der verschiedenen Sterne wenigstens dem Augenmasse nach anzugeben, und nach dem Eindruck, welchen die grössere oder geringere Lichtintensität der Sterne auf der Retina des Auges hervorbrachte, theilte man die Fixsterne auch in Sterne von verschiedenen Grössen.

Gerade die Astronomie, welche eines messenden Instrumentes für die verschiedenen Lichtstärken der Sterne seit Jahrhunderten nöthig hatte, eines Instrumentes, das in Beziehung auf Schärfe der Messung wenigstens einigermassen mit der Ausbildung der übrigen astronomischen Messwerkzeuge gleichen Schritt hielt — dachte zuletzt an die Construction eines solchen Instrumentes.

Es war der Physiker Wollaston der erste, der ein Photometer auf rein physikalische Prinzipien gegründet, herstellte, welches erlaubte, zwei

Lichtquellen oder wenigstens die hinter optischen Linsen entstandenen Bilder dieser Lichtquellen mit einander messend zu vergleichen.

Wollaston nämlich verglich das Licht der Sonne mit dem einer Kerzenflamme dadurch, dass er das von einer Quecksilberkugel reflectirte Sonnenbild durch ein Fernrohr mit einem Auge betrachtete, die Flamme der Kerze hingegen durch eine Convexlinse mit dem andern Auge, und dann durch Veränderung der Abstände der Linse vom Auge beide Bilder gleichhell zu machen suchte.

Steinheil's Prismen-Photometer beruht auf ähnlicher Grundlage. Es verwandelt Sterne verschiedener Grösse durch Verstellung der Objectivhälften des Photometers in gleich helle Scheiben, und berechnet dann aus diesen und dem Durchmesser der Scheiben die relativen Intensitäten des Lichtes der Sterne.

Steinheil's Construction liefert unstreitig das vollendetste und für delicate Messungen am bessten passende Instrument. Indessen kann es seiner Construction nach nur zur Vergleichung der Lichtstärke selbstleuchtender entfernter oder wenigstens stark beleuchteter Körper dienen.

Ritchie hatte schon früher ein Photometer im Allgemeinen nach demselben Prinzipe vergeschlagen. Anstatt jedoch die Lichtquellen unmittelbar mit einander zu vergleichen und sie in so verschiedenen Entfernungen aufs Auge wirken zu lassen, dass beide Lichtquellen eine gleiche Intensität zu erhalten schienen, wählte er zu diesem Zwecke das von zwei Flächen reflectirte Licht dieser Lichtquellen.

Talbots Photometer beruht auf einem ähnlichen Prinzipe.

Bunsen wählte zur Vergleichung zweier Lichtquellen eine Papierfläche, von welcher das Licht der einen Lichtquelle an einer Stelle reflectirt, das der andern Lichtquelle an einer andern Stelle zu gleicher Zeit durchgelassen wurde.

Auch hier wird die Entfernung des Papieres von beiden Lichtquellen so lange verändert, bis das reflectirte und durchgelassene Licht einander gleich erscheinen.

Durch alle diese Instrumente lässt sich nur reflectirtes Licht einer Lichtquelle durch Vergleichung mittelst des Augenmasses bestimmen, und die Schärfe dieser Bestimmung hängt also lediglich von einer sehr unsicheren Schätzung ab.

An derselben Unsicherheit innerhalb gewisser Grenzen leidet Rumfords Photometer. Es soll die relative Intensität zweier Lichtquellen messen durch Vergleichung zweier Schatten auf von den Lichtquellen beleuchtetem weissem Grunde. Allein alle künstlichen Lichter von verschiedenen Intensitäten werfen verschieden gefärbte Schatten, so, dass eine eigentliche scharfe Vergleichung nicht mehr wohl möglich ist, und wenn sie auch möglich wäre, immer deshalb unsicher sein muss, weil wir zur Vergleichung der Intensitäten beider Schatten keinen andern Massstab haben, als unser Gefühl, oder auch die Fertigkeit unseres Geistes, die Grade des Eindruckes zweier Schatten auf unsern Gesichtssinn richtig mit einander zu vergleichen.

Da indessen das Licht neben seiner Erleuchtung und Sichtbarmachung von Gegenständen im Raume auch noch durch Erwärmung und chemische Wirkung nicht allein sichtbare, sondern auch messbare Veränderungen in gewissen Körpern hervorbringt, welche im Allgemeinen stets wieder nach Belieben in demselben Grade hervorgerufen werden können; so sind uns durch eben diese Eigenschaften des Lichtes weitere

Anhaltspunkte zur Construction von Photometern gegeben, welche sich jedoch auch nur unter gewissen Umständen anwenden lassen und noch weniger sichere Resultate geben.

Johann Herschel hat z. B. Bromsilber auf Papier gestrichen, als photometrische Substanz angewandt; aber auf dieses wirkt nur Tageslicht allein, von künstlichem, directem oder reflectirtem Lichte wird es nicht afficirt.

Als vor etwa 17 Jahren vom englischen Parlamente die Aufgabe gestellt wurde, Photometrische Messungen zwischen dem sogenannten Bude-Licht und gewöhnlichen Gasflammen anzustellen, versagten alle die damals bekannten Photometer ihren Dienst.

In einem Gespräche mit dem englischen Ingenieur Parkes zu London über diesen Umstand, fiel mir ein Instrument bei, das ich damals schon vor 13 Jahren zu München construirt hatte, um die Dauer eines Lichteindruckes auf das Auge zu messen; ferner dass, da diese Dauer eines Lichteindruckes in einem gewissen Verhältnisse mit der Intensität des Lichtstrahles stehen muss, diese Dauer eines Lichteindruckes zugleich auch als Mass dienen könnte, die Intensität oder Stärke eines Lichteindruckes zu bestimmen. Wenn die Empfindung von Licht auf der Retina unsers Auges durch Wellenschläge des Aethers auf diese Retina entsteht, so müssen sich diese Wellenschläge in der Hauptsache nach den Gesetzen der Wellenbewegung in elastischen Medien richten, so, dass, wenn z. B. der Eindruck von einer gewissen Farbe auf unser Auge durch eine in einem bestimmten Zeitraume erfolgende Anzahl von Wellenschlägen bestimmt wird — die Intensität dieser Farbe von der Amplitüde der Schwingungen der Aethertheilchen abhängen muss.

Nun steht aber die Intensität der Undulationen aller gasförmigen Medien sowohl, als die des Aethers im Verhältnisse des Quadrats der absoluten Geschwindigkeit eines Aethermoleculs, oder des Quadrates der Amplitüde dieser Schwingungen.

Wir haben alle Gründe für uns, anzunehmen, dass jede Lichtwelle nach dem Gesetze der vis viva dieser schwingenden Molecule eine ähnliche schwingende Bewegung in den Nerven der Netzhaut unsers Auges hervorbringe*).

Die Grösse dieser schwingenden Bewegung hängt natürlich von der Grösse der Originalgeschwindigkeit der Aetherteilchen ab, und sobald wir diese Originalgeschwindigkeit auf irgend eine Weise messen können, haben wir auch das Mass der Intensität der Lichtwelle.

Es ist kaum möglich, eine Messung dieser Geschwindigkeit direct zu machen; aber da die Zeit, in der ein oscillirender Körper zur Ruhe kömmt, hauptsächlich im Verhältnisse zu der Amplitüde der Oscillationen eines vibrirenden Körpers, und also zur Geschwindigkeit desselben steht, so könnten wir, wenn wir nur im Stande wären, die Zeit zu messen, in welcher der schwingende Nerve wieder zur Ruhe kömmt, oder die Zeit zwischen dem Anfangen und Aufhören des Lichteindrucks im Auge, — gar wohl auf die Grösse der Originalgeschwindigkeit der anregenden Molecule des Aethers schliessen. Nun handelt es sich hier aber um eine rein mechanische Frage: Die Nerven der Retina verhalten sich, wie ein ruhender, widerstehender fester Körper einem bewegten gegenüber; und da sich nach längst bekannten Gesetzen der Widerstand eines solchen gestossenen Körpers verhält, wie die Quadrate der Geschwindigkeiten des stossenden Körpers, so wird die Intensität der Welle oder des Stosses sich verhalten, wie das Quadrat der Grösse der Amplitüde und also auch der Dauer einer Vibration oder eines Lichteindruckes auf die Retina.

---

*) *J. F. W. Herschel* on Light. London 4°. 1839. 578.

Die Hauptaufgabe ist also, unter diesen Umständen die Dauer solch eines Lichteindruckes auf die Retina so genau als möglich zu messen. Da die Zeit dieser Dauer sehr klein ist, so reichen unsere gewöhnlichen Mess- und Zählapparate nicht mehr hin.

Aimé construirte vor einigen Jahren für diesen Zweck gleichfalls einen Apparat, dessen Resultate zuverlässiger waren, als die bis dahin zu diesem Zwecke construirten. Er bediente sich nämlich zweier Scheiben aus Pappe, die sich an derselben Achse, doch nach entgegengesetzten Richtungen drehten. Die erste Scheibe war bloss mit einem Loche durchbohrt, die zweite hatte mehrere gleichweit von einander abstehende. Aus der Coincidenz dieser Löcher, der Dauer einer Revolution und dem Abstande der Löcher der zweiten Scheibe von einander, ward dann die Dauer eines Lichteindruckes berechnet. Aus diesen Angaben ist zu ersehen, dass man mit dieser Construction nur bedingte und annähernde Resultate erhalten konnte.

Schon damals, als ich vor 30 Jahren den Plan zu meinem ersten Instrumente entwarf, überzeugt, dass man bei Messung so kleiner Zeiträume nie ein beachtungswerthes Resultat erhalten würde, wenn die Maschine, die den Eindruck im Auge erregt, und diejenige, welche die Zeit seines Anfanges und Endes misst, von einander abgesondert, oder nicht eine und dieselbe wären, wählte ich ein einfaches Pendel, dessen Schwingungen mir die Zeit angaben, während dessen Linse den zu messenden Lichteindruck im Auge erregte. Die obigen schwierigen Messungen fielen hier ganz weg, und von der Maschine selbst war weiter nichts abzulesen, als die Länge des Pendels.

Da einfache Pendel von solcher Kürze nicht wohl zu construiren waren, die schnell genug vibrirten, um so kleine Zeiträume zu messen, so wählte ich statt der Pendelstange eine *Stahlfeder*, Taf. I. et II. fig. a, die an ihrem untern Ende befestigt, an ihrem obern Ende statt der Linse einen rectangulären Schirm aus dünnem, geschwärztem Kupferbleche trägt (b), der in der Mitte von einer rectangulären Oeffnung von bekannter Grösse durchbrochen ist.

Das erste Instrument dieser Art, welches ich noch in England construirte, habe ich an unserer Akademie in einer Sitzung der mathematisch physikalischen Klasse im Jahre 1843 vorgezeigt und in den Bulletins derselben vom 28. Juli 1843 pag. 388 beschrieben. Da indessen das Instrument nicht durch Zeichnungen erläutert war, so musste bei der Beschreibung desselben Manches in's Dunkel gehüllt bleiben. Als Erstling hatte es überdiess noch manche Unvollkommenheiten. Es wurde mittelst einer Zwinge an einen Tisch angeschraubt; ebenso waren die Hauptheile zu schwach gebaut, so dass die Schwingungen der Feder, wenn sie kurz wurde, auch das Instrument in Schwingungen versetzte.

Bei dem Instrumente, welches ich gegenwärtig in einer detaillirten Zeichnung vorlege und das sich seit einigen Jahren durch den Gebrauch auch in Hinsicht auf Festigkeit bewährt hat ist:

die Länge der freien Feder = 438$^{\text{mm}}$
die Breite der Feder 8,0$^{\text{mm}}$
die Dicke der Feder 0,6$^{\text{mm}}$

Schwingt die Feder mit ganzer Länge, so lassen sich ihre Schwingungen, auch ohne durch den aufgesteckten Schirm b verlangsamt zu seyn, noch recht gut zählen.

Die Feder ohne Schirm macht als Mittel aus zahlreichen Beobachtungen gewonnen, 159 doppelte Schläge in der Minute bei 16° Reaum.

Jeder der Schirme wiegt 3,765 Gramm, und durch dieses aufgesteckte

Gewicht werden die Federschwingungen auf 120 Doppelschläge oder 240 einfache verlangsamt.

Die Vibrationen der verkürzten Feder kann man ebenso leicht bestimmen, da man die Schwingungen, wenn auch nicht mehr sehen, doch dagegen hören kann.

Ist die Feder bis auf 10 Grade verkürzt worden, so macht sie ohne Schirm

698,46 Schläge = $\bar{f}$,
mit dem Schirm 440 Schläge = a.

Der Ton der Feder wird also bei dieser Länge durch den Schirm um das musikalische Intervall einer Sexte vertieft.

Die Zahl für das Verhältniss der Verlangsamung der Schwingungen durch den Schirm ist bei 10 Federlänge 0,3701, bei 100 Federlänge 0,244.

Man sieht also, dass, je kürzer die Feder wird, der Schirm desto mehr retardirend auf die Schwingungen wirkt.

Die Oeffnungen oder Schlitze in den Schirmen bilden Parallelogramme mit der langen Seite vertikal gestellt.

Die Oeffnungen in den Schiebern sind kreisrund.

Oeffnung der Schirme:

| Nro. I. | Nro. II. | Nro. III. | Nro. IV. |
|---|---|---|---|
| $0{,}5^{\mathrm{mm}}$ | $1{,}0^{\mathrm{mm}}$ | $1{,}5^{\mathrm{mm}}$ | $2{,}3^{\mathrm{mm}}$ |

Die Feder ist natürlich mit ihrem untern Ende fest eingeschraubt in eine kurze Zwinge Tb. II. fig. c, die rechtwinklig an einer cylindrischen vertikalen Säule d befestigt ist, welche parallel mit der Feder und von gleicher Höhe mit derselben ist. In die vertikale Säule d ist an ihrer hintern, der Feder entgegengesetzten Seite ein Zahnrechen e eingelassen; die Säule selbst aber von einer Hülse f dicht umschlossen, die vermittelst eines in ihr angebrachten horizontalen, in den Zahnrechen eingreifenden Getriebes ohne zu wanken auf und nieder bewegt werden kann, ähnlich der Vorrichtung an manchen Mikroskopen, welche den Objectträger oder die Bühne regulirt.

Statt des Objectträgers ist bei meinem Apparate die Zwinge Tf. II. fig. h angebracht, welche die vibrirende Feder fest umschliesst, aber doch so, dass sie sich an ihr auf- und niederschieben lässt, ohne indess der Feder den geringsten Spielraum zu verstatten.

Dazu ist nothwendig, dass die breiten Seiten der Feder einander vollkommen parallel sind, oder dass die Feder durchaus gleich dick sei.

Um aber namentlich bei verkürzter Feder mittelst dieser Zwinge die Feder so fest als möglich zu fassen, sind in der Deckplatte die zwei Schräubchen hi hi angebracht, von welchen man die zwei obern nur etwas anziehen darf, um die Feder so fest als möglich zu fassen; wäre dieses nicht der Fall, so würden die Schwingungen der Feder höchst unvollständig seyn.

Diese Zwinge bestimmt die eigentliche Länge der Feder, welche also nach Gefallen verkürzt werden kann, um innerhalb einer gewissen Grenze jede mögliche Anzahl von Schwingungen hervorzubringen.

Die eine Seite der vertikalen cylindrischen Säule, welche den Zahnrechen trägt, ist in 100 Theile getheilt, und die sich an ihr auf- und niederschiebende Hülse f trägt einen Nonius, vermittelst dessen noch ein Tausendtheil der Federlänge leicht bestimmt werden kann. Kennt man dann einmal genau die Zahl der Schwingungen, welche die Feder in ihrer ganzen Länge in einer Sekunde macht, so lässt sich natürlich die Zahl der Schwingungen, die sie bei jeder beliebigen Verkürzung machen wird, leicht berechnen.

Die vertikale cylindrische Säule mit dem Zahnrechen trägt an ihrem obern Ende eine horizontale, von Diopten k geschlossene Röhre Tf. II. ffg. i in solcher Höhe, dass der Schlitz in dem Schirme b der vibrirenden Feder während jeder Vibration die Axe dieser Diopternröhre einmal schneiden muss. Gesetzt nun, wir bringen das Auge an das Ocular-Diopter unserer horizontalen Röhre (i), so wird, so lange die Feder in Ruhe ist, der schwarze Schirm das Eindringen jedes Lichtstrahles in unser Auge durch die Diopter verhindern.

Bringen wir jedoch die Feder in Schwingungen von einer dem Diameter des Schirmes angemessenen Amplitüde (die Schwingungsamplitüde der Feder ist in der Tafel I. der Deutlichkeit halber viel zu gross gezeichnet), so wird, indem die Oeffnung im Schirme die Axe der Dioptern schneidet, während der Zeit dieses Schneidens einem Lichtstrahlenbündel verstattet, in unser Auge zu dringen, das heisst, einen *Lichteindruck* auf der Retina unsers Auges hervorbringen, der sogleich wieder verschwindet und erst wieder erneuert wird, wenn die Oeffnung im Schirme der Feder beim zweiten Theil ihrer Schwingung in der entgegengesetzten Richtung die Achse der Diopternröhre i schneidet.

Die Zeit, die zwischen zwei solchen Lichteindrücken verfliesst, ist gleich der Dauer einer Schwingung, die aus der Länge der vibrirenden Feder leicht berechnet werden kann.

Jeder dieser Strahlenbündel nun, der die Retina in dem Momente trifft, in welchem die Schirmöffnung die Achse der Diopternröhre schneidet, wird auf der Retina Schwingungen hervorrufen, die mit der Schwingungs-

Amplitüde der Originalwelle in einem bestimmten Verhältnisse stehen und fortdauern, wenn die erregende Original-Ursache bereits zu wirken aufgehört hat, die aber desto länger dauern werden, je grösser die Gewalt des ersten Eindrucks der Lichtwelle oder des Strahlenbündels war.

Dauert der erste Eindruck auf der Retina länger, oder so lange fort, bis der zweite Lichteindruck auf der Retina bei der zweiten Schwingung des Pendels oder der Feder erfolgt, so wird der Lichteindruck im Auge fortzudauern scheinen, so lange die Feder mit dem Schirme schwingt, trotz des regelmässigen Aufhörens der erregenden Ursache; dauert hingegen der Lichteindruck nicht bis zum Beginne des nächsten Lichteindruckes der nächsten Schwingung, so wird zwischen den mit jeder Schwingung correspondirenden Lichteindrücken ein dunkles Intervall folgen, oder der Lichteindruck wird wenigstens an Intensität abnehmen und wieder zur vollen Intensität steigen mit der zurückkehrenden Schwingung des Schirmes, das heisst: das leuchtende Bild wird zu zittern scheinen. In beiden Fällen haben wir noch kein Maas der Dauer des leuchtenden oder des dunkeln Intervalls. Gesetzt nun, wir haben die Schwingungen unsrer Feder in so weit verlangsamt, dass wir ein dunkles Intervall zwischen zwei leuchtenden Eindrücken, oder überhaupt ein Zittern des Lichtbildes bemerken, so dürfen wir nur mittels des Getriebes die Feder so lange behutsam verkürzen, daher die Zahl der Schwingungen der Feder vermehren, bis kein dunkles Intervall zwischen zwei leuchtenden Eindrücken bemerkt wird, d. h. bis die Dauer eines Lichteindruckes so lange anhält, bis der zweite erfolgt, oder bis das *leuchtende Bild ruhig im Auge erscheint.* In diesem Falle ist natürlich die Dauer einer solchen Federschwingung der Dauer des Lichteindrucks gleich.

Da wir jede beliebige Länge der Feder mittel unsrer Vorrichtung sehr genau messen können, so lässt sich auch die Anzahl der Schwingungen sehr leicht daraus berechnen; — denn diese Schwingungen werden sich umgekehrt verhalten, wie die *Quadrate der Federlängen,* und wenn wir also die bekannte Anzahl der Schwingungen der ganzen unverkürzten Feder in einer Sekunde mit dem Buchstaben n bezeichnen, die ganze Länge der Feder selbst mit L, die vermittels des Nonius abgelesene Länge der Feder hingegen mit l, die Anzahl der Schwingungen die der Federlänge l entsprechen mit N; so haben wir den Ausdruck $N = \frac{nL^2}{l^2}$, oder wenn wir die ursprüngliche Länge der Feder = 1 annehmen, so wird der Ausdruck noch einfacher. $N = \frac{n}{l^2}$.

In meinem vorliegenden Instrumente habe ich, wie schon vorher erwähnt wurde, die Zahl der Schwingungen der unverkürzten Feder, eine Anzahl, die sich noch sehr wohl zählen lässt, auf 4 Schwingungen in einer Sekunde bestimmt.

Nennen wir ferner die gesuchte Zeit der Dauer einer Vibration S, so ergiebt sich der Ausdruck $S = \frac{l^2}{n}$, der uns also auch die Zeit der Dauer eines Lichteindruckes gibt.

Oben aber haben wir gefunden, dass das Quadrat der Dauer eines Lichteindruckes auf der Retina gleich sei der Intensität dieses Lichtstrahls, oder wenn wir die Intensität des Lichtstrahls mit J bezeichnen, so haben wir $J = \frac{L^4}{n^2}$; bezeichnen wir die Intensität eines andern Lichtstrahlenbündels mit i, die entsprechende Länge der Feder mit l, so haben wir dafür wieder $i = \frac{l^4}{n^2}$; und wenn wir diese beiden Ausdrücke mit einander vergleichen, so ergibt sich das Verhältniss $\frac{J}{i} = \frac{L^4}{l^2}$.

Wir erhalten auf diese Weise ein Maass für den absoluten Glanz eines Gegenstandes, er mag nun keinen scheinbaren Durchmesser haben, wie z. B. die *Sterne,* oder einen merklichen Durchmesser besitzen, wie z. B. die Sonne, Kerzen oder Gasflammen oder auch beleuchtete Flächen.

Es kömmt jedoch viel häufiger bei photometrischen Aufgaben eine andere Frage zu erörtern, nämlich: Wie verhält sich die scheinbare Helligkeit eines leuchtenden Objects zu einer andern, das ist: wie viel Licht von gewisser Intensität sendet ein leuchtender Körper im Vergleiche mit einem andern leuchtenden Körper von verschiedener Area und Entfernung in unser Auge? Nun die scheinbare Helligkeit eines Gegenstandes ist nach *Herschel**) der Quotient der absoluten Helligkeit, dividirt durch das Quadrat seiner Entfernung vom Auge.

Die absolute Helligkeit aber eines Gegenstandes ist bekanntlich gleich dem Produkte aus dem absoluten Glanze und der Area des Gegenstandes.

Bezeichnen wir demnach, wie vorher, die grösste relative Länge der Feder mit L, die kleine mit l,
den der grössten Federlänge entsprechenden Durchmesser des Objekts oder auch unserer Schirme mit $\Delta$, den der kleinen Federlänge entsprechenden Durchmesser des Objekts mit $\delta$; die dem Buchstaben $\Delta$ entsprechende Distanz des Objekts vom Auge, oder in unserer Maschine die Länge der Ocularröhre mit $\Delta$ und die dem $\delta$ entsprechende Distanz des Objekts mit $\lambda$, so verwandelt sich unsere oben angegebene einfache zweite Formel $\frac{L}{l}$ in $\frac{L^4 \Delta^2 d^2}{l^4 \lambda^2 \Delta^2}$.

---

*) J. F. W. Herschel on light. 34.

Steht nun auch die erleuchtete Oberfläche nicht senkrecht gegen die Achse unsers Auges, oder steht die erleuchtete Oberfläche nicht senkrecht auf der Achse des leuchtenden Körpers, so entsteht aus unserer obigen Formel, da sich die Helligkeit schief beleuchteter Flächen verhält wie der Sinus des Beleuchtungswinkels zum Radius $\frac{L^4 \Lambda^2 d^2 \mathrm{Rad}}{l^4 \lambda^2 \Delta^2 \mathrm{Sin.\,a.}}$

Die Construktion unsers Photometers jedoch erlaubt uns noch auf einem andern Wege zu dem eben gedachten Resultate zu kommen, der demnach als Kontrole für die oben angegebenen Experimente dienen kann.

Der schwarze Schirm b, den unsere Feder trägt, dient uns im obigen Falle, während der Schwingung der Feder jedes andere Licht vom Auge abzuhalten, als das durch die kleine Oeffnung des Schirms fallende. Die Amplitüden der Schwingungen des Schirmes dürfen also in diesem Falle nie so gross werden, dass irgend eine der Seiten des Schirmes über die Oeffnung der Dioptern hinausschwingt. Denken wir uns nun die kleine Oeffnung des Schirmes weg, und bewegen die Feder aus ihrer Ruhe so weit seitwärts, dass der Rand des Schirmes gerade die Oeffnung der Ocularröhre frei lässt, so werden wir natürlich dem Lichte von dieser Seite hin Zutritt zu unserm verstatten. Ueberlassen wir nun die Feder sich selbst, so wird der Schirm, während er sich vor der Oeffnung der Ocularröhre vorüberbewegt, jeden Lichteindruck abhalten, bis sein entgegengesetzter Rand die Oeffnung der Ocularröhre wieder verlassen hat.

Indem wir desshalb während einer Vibration der Feder nach der obigen ersten Methode nur einen Lichteindruck im Auge erhalten, empfangen wir hier zwei, und wir können desshalb auf diese Weise noch eine Zahl von Lichteindrücken im Auge erregen, welche die Feder vermöge ihrer ersten einfachen Schwingungszahl nicht mehr geben könnte. Wir verkürzen natürlich auch hier die Originallänge der Feder so lange, bis das Bild im Auge ruhig erscheint.

Was wir aber auf diese letzte Weise zu messen haben, ist nicht, wie in unserer ersten Methode, die Dauer eines Lichteindruckes, sondern vielmehr *die Dauer des dunkeln Intervalles zwischen zwei Lichteindrücken, oder die Zeit, die der schwarze Schirm nöthig hat, bis er mit seinem ganzen Durchmesser die Achse der Ocularröhre passirt hat.* Die Zeit jedoch, die er dazu nöthig hat, wird von seinem Durchmesser und der Amplitude einer Federschwingung abhängen, da der Durchmesser des Schirms selbst immer einen Theil des Bogenstückes oder der Sehne des Bogenstückes bildet, das der doppelten Amplitude der Schwingung gleich ist. Wenn wir desshalb die Länge des Schwingungsbogens mit y bezeichnen, den Diameter des Schirmes mit d, so erhalten wir, wenn wir wie früher $\frac{l^2}{n}$ die Dauer einer Schwingung nennen, nun $\frac{dl^2}{yn}$ für die mittlere Dauer der Verfinsterung, oder die mittlere Fortdauer des Lichteindruckes, also auch

$$\frac{1}{2}\left(\frac{l^2}{n} - \frac{dl^2}{ny}\right) = \frac{ly^2 - dl^2}{2ny}$$

für die mittlere Zeit, die dem Lichte gegönnt ist, einen Eindruck auf die Retina unsers Auges hervorzubringen, indem bei dieser Weise der Lichteindruck mit jeder Schwingung zweimal erneuert wird, zu beiden Seiten des Schirmes nämlich.

Nun ist aber die Fortdauer eines Lichteindruckes $= \frac{dl^2}{ny}$, also die Intensität gleich dem Quadrate dieses Eindrucks $(\frac{dl^2}{ny})^2$.

Nennen wir die Intensität eines andern Lichtstrahles bei einer andern Pendellänge L, so haben wir $(\frac{dL^2}{ny})^2$. Bei Vergleichung dieser beiden Quantitäten finden wir auch hier wieder das schon einmal eingeführte Gesetz: *dass sich die Intensitäten wie die vierten Potenzen der verschiedenen Pendel-Längen verhalten.*

So weit lässt sich die Theorie meines Instrumentes ohne alles Experiment vorherbestimmen. Bei seiner wirklichen Anwendung ergeben sich aber zwei Umstände, die man, vorzüglich was den letzteren von beiden betrifft, nicht so leicht vorhergesehen haben würde. Betrachten wir nämlich durch unser Photometer während der Schwingung der Feder z. B. eine gefärbte Fläche, und haben wir dann das Bild im Auge durch Verkürzung der Feder zur Ruhe gebracht, so wird, wenn sich die Amplitude der Schwingungen vermindert, plötzlich eine Zeit eintreten, in welcher das Licht der beleuchteten Fläche auffallend zunimmt, und zuletzt das wie von einem leichten Nebel umschleierte Bild der Fläche selbst so deutlich wird, dass wir die kleinsten Merkmale auf der Scheibe unterscheiden können. Wenn wir die näheren Umstände während der Erzeugung eines Lichteindruckes im Auge betrachten, wird uns die Ursache dieser Erscheinung sogleich klarer werden.

Der Lichteindruck im Auge wird nur erzeugt, während die kleine Oeffnung des Schirmes die Achse der Ocularröhre schneidet. Da diese Oeffnung selbst eine Grösse ist, so wird eine grössere Zeit vonnöthen seyn, bis die Oeffnung nicht allein die Achse der Ocularröhre, sondern auch die ganze Oeffnung der Ocularröhre passirt hat. Diese Zeit hängt aber lediglich von der Amplitude der Federschwingungen ab; denn wenn wir die Federschwingung in allen Amplituden innerhalb der Grenze ihrer Elastizität für isochronisch annehmen, so muss natürlich die Oeffnung des Schirmes bei einem grossen Schwingungsbogen in kürzerer Zeit die Achse unserer Ocularröhre schneiden als bei einem kleinen Schwingungsbogen. Da also bei einem kleinen Schwingungsbogen die Schirmöffnung länger vor unserm Auge verweilt, und also auch die Lichtwelle Zeit hat, länger auf unser Auge zu wirken, so lässt sich aus der grössern Deutlichkeit der beobachteten Bilder bei längerer Dauer des

Lichteindruckes schliessen, dass um ein deutliches Bild auf der Netzhaut des Auges zu erzeugen, den Lichtwellen eine gewisse Zeit verstattet werden müsse, auf unser Auge zu wirken, welche auch schon Aimé bei seinen Experimenten zu bestimmen suchte.

Diese erforderliche Dauer eines Lichteindruckes zum deutlichen Sehen bei meinem Instrumente auszumitteln, ist nichts weiter nöthig, als eine Vorrichtung anzubringen, welche die Amplitude einer Schwingung misst. Sie besteht bei meinem Instrumente aus einem horizontalen, an der cylindrisch vertikalen Säule d dicht unter dem hintern Ende der Ocularröhre angebrachten Querstück (Tf. I. fig. 1 m l n o und fig. 4 im vergrösserten Maassstabe). In der breiten Nute desselben bewegen sich, schwalbenschwanzartig eingelassen, zwei Schieber m, deren jeder an dem Ende, womit er den andern Schieber berührt, ein Streifchen von Elfenbein n trägt. Das eine dieser vertikal stehenden, sich aber horizontal verschiebenden Elfenbeinstreifchen n wird mit seinem Rande so gestellt, dass es mit dem Rande des Schirmes, den die Feder trägt, in der Ruhe coincidirt; das andere Streifchen $n^1$ wird so weit hinausgerückt, dass es mit dem Rande des bewegten Schirmes in seiner *grössten Elongation* coincidirt; ein am ersten Streifchen angebrachter Nonius misst die Distanz zwischen den Rändern der beiden Streifchen und also auch die halbe Sehne des Schwingungsbogens. Die Formel, die wir oben für die Dauer eines Lichteindruckes, nach der zweiten Weise unser Instrument zu gebrauchen, angegeben haben, dient uns auch hier wieder, wenn wir statt den Durchmesser des Schirmes d′ den Durchmesser der Oeffnung im Schirme d setzen, zu dem wir noch den Durchmesser der Oeffnung der Ocularröhre D addiren müssen, da die Oeffnung im Schirme eben so viele Zeit braucht, sich vor der Oeffnung der Ocularröhre vorüber zu bewegen; desshalb wird die ursprüngliche Formel $\frac{d'l^2}{ny}$ verwandelt in $\frac{(d+D)\,l^2}{ny}$ die mittlere Zeit ausdrücken, welche für eine beliebige Art von Lichtwellen nöthig ist, ein deutliches Bild auf der Netzhaut unsers Auges hervorbringen. Ein zweiter, nicht vorauszusehender Umstand ist folgender:

Wir haben so eben gesehen, dass das Lichtbild, wenn sich die Amplitude der Schwingungen verkürzt, plötzlich heller und zuletzt vollkommen deutlich zu werden beginne. Wir werden aber auch zu gleicher Zeit bemerken, dass das früher *ruhige Bild* wieder *zu zittern anfängt.*

Um es auch bis zum letzten Momente ruhig zu machen, muss die Feder bedeutend verkürzt werden, so, dass z. B. die Federlänge 0,25, als das Bild des reflektirten Weiss ruhig geworden war, bis auf 0,1256 verkürzt weerden musste, um es auch bis zum letzten Augenblicke ruhig zu erhalten.

Aus diesen Beobachtungen geht hervor, dass der Eindruck der Lichtwelle da, wo sie das Auge mit ihrer vollen Stärke affizirt, nicht, wie man erwarten sollte, länger anhaltend, sondern vielmehr von kürzerer Dauer ist; dass ferner unter allen Verhältnissen das von einer *weissen* Scheibe zurückgeworfene Sonnenlicht einen Eindruck von kürzester Dauer; Indigoblau hingegen von längster Dauer im Auge hervorruft, oder, dass bei Lichtstrahlen unter denselben Verhältnissen auf unser Auge einwirkend, die Zeit der sekundären Vibrationen oder der Dauer des Lichteindruckes auf unsere Netzhaut im Verhältniss mit der *Anzahl der Schwingungen* einer farbigen *Lichtwelle stehe.*

Es offenbart sich hier eine merkwürdige Verwandtschaft und wieder ein merkwürdiger Gegensatz der Lichtwellen mit den Tonwellen. Während z. B. die am geschwindesten vibrirenden Tonwellen das Ohr am meisten affiziren, affiziren im Gegentheile die am geschwindesten vibrirenden Lichtwellen das Auge am wenigsten; während die am langsamsten vibrirenden Lichtwellen, z. B. das Roth, auf die Retina am stärksten wirken, gleichsam als wäre auch hier verhältnissmässig Zeit nöthig, um den

Sehenerven am stärksten zu affiziren. Was ferner die Deutlichkeit des Bildes betrifft, so scheint, wie beim Schalle, dazu eine sehr zusammengesetzte Welle nöthig zu sein; denn ich habe schon früher durch Experimente bewiesen, dass z. B. die Basssaite eines Flügels Schwingungs-Amplituden von einer Linie haben könne, ohne dass ein Ton vernehmbar wäre, während dieselbe Saite ohne messbare Schwingungsamplituden den möglichst stärksten Ton hervorbringen könne, was nicht von der Gewalt, die die Saite angreift, abhängt; sondern von der Kraft, mit der die einzelnen Parthien einer solchen Saite in Bewegung gesetzt werden.

Diess Verhalten gibt uns zugleich einen Massstab der Zeit, welche die Aetherschwingungen brauchen, um sich in ihren complicirtesten Formen vollständig auf der Netzhaut des Auges abzudrücken, oder auch ein Mass der Schnelligkeit, mit welcher die Seele im Stande ist, diese Schwingungen in sich aufzunehmen und sich ihrer bewusst zu werden.

Da nämlich die Geschwindigkeit des Lichtes im Vergleiche mit der Zeit, in welcher das Licht durch die Oeffnung des Schirmes auf das Auge wirken kann, unendlich gross ist, so kann die Undeutlichkeit des durch einen zu schnell vorübergehenden Lichteindruck auf der Retina erzeugten Bildes nicht davon herrühren, dass das Licht nicht Zeit genug hat, durch die natürlich nur während eines kurzen Momentes freie Oeffnung des Oculars zu dringen.

Es muss desshalb die Ursache in der Trägheit der Nerven der Netzhaut gesucht werden, welche eine bestimmte messbare Zeit erfordern, um von einem Lichtbilde so affizirt zu werden, dass die Seele ein vollständig klares Bild des Gegenstandes erhalte, von welchem das Licht durch die Ocularröhre ins Auge gelangt.

Wird dem Lichtwellencomplex nicht Zeit gelassen, sich in allen seinen Nuançen vollständig auf der Netzhaut abzudrücken, so entsteht nur ein flüchtiges, unklares, verwischtes und desshalb undeutliches Bild. So gibt, um eine gewisse ähnliche Erscheinung aus der Akustik anzuführen, eine tiefe Orgelpfeife aus der 16füssigen oder noch besser 32füssigen Octave, wenn angetreten und staccato angespielt, (d. h. wenn der Clavis so rasch als möglich niedergedrückt und eben so schnell wieder losgelassen wird), nur einen unklaren eben so verwischten Ton, als der Lichteindruck, der zu rasch vorübergeht, ein unklares verschleiertes Bild erzeugt.

Die Ursache, dass das Bild, wenn es heller wird, dann neuerdings zu zittern anfängt, wird uns klar werden, wenn wir die Art und Weise beobachten, in welcher der Lichteindruck entsteht, den der sich rasch an dem Diopter vorüberbewegende Schirm in unserm Auge erzeugt.

Dieser Lichteindruck repräsentirt eigentlich eine Welle oder eine Pendelschwingung, welche von Null beginnt, dann allmälig ihre grösste Stärke erreicht und wieder ebenso abnehmend mit Null verschwindet.

Der Lichteindruck zuerst = Null ist im nächsten Momente unendlich klein; er wächst so fort, bis er seine grösste Stärke erreicht hat, während die Oeffnung des Schirmes und des Diopters einander decken; hierauf nimmt er in eben dem Verhältnisse wieder ab, wie er zugenommen, und wird = Null, wenn der eine Rand des Schlitzes im Schirme den ihm entgegengesetzten im Diopter gedeckt hat.

Die grösste Helligkeit und Deutlichkeit des Bildes wird also nur in einem einzigen Augenblicke statt finden, wenn nämlich die Oeffnung des Schirmes und Diopters einander decken, er nimmt also nur den kleinsten Theil der Dauer ein, welche während des Vorüberganges der Schirmöffnung vor dem Diopter dem Lichtbilde vergönnt ist, sich auf der Retina wieder zu erzeugen. Es wird aber dieser Moment des Wellenbauches möchte ich sagen, wie ein Stoss zweier Schallwellen wirken, welche mit ihren Schwingungszeiten nahe zusammenfallen.

Je mehr wir uns aber diesem Momente höchster Deutlichkeit nähern, indem wir durch Verkürzung der Feder die Dauer des Lichtwellencomplexes verlängern, desto mehr wird diese zunehmende Deutlichkeit des Bildes gegen den vorausgehenden Moment, wo der Lichteindruck von Null angefangen, sich erst erzeugt, so wie gegen den nachfolgenden, wo er ebenso rasch wieder zu Null verlischt, contrastiren, und sich also auch durch eine Art von Zittern des scharf begrenzten, immer deutlicher (als Ganzes) werdenden Bildes bemerkbar machen.

Es wird also die Feder immer mehr und mehr verkürzt werden müssen: erstens um die undeutlichen aber äusserst kurz andauernden Lichtbildereindrücke rasch wiederkehren zu machen, in eben dem Verhältnisse aber auch zugleich die Dauer des Eindruckes dieser Lichtwellenbilder zu vermehren, indem die rasch schwingende kürzere Feder auch kleinere Elongationen macht, so dass wir also durch Verkürzung der Feder zwei Zwecke zugleich erreichen:

1) Vermehrung der Dauer jedes einzelnen Lichteindruckes;
2) schnellere Aufeinanderfolge der deutlichen Lichteindrücke.

In der am Ende dieser Abhandlung sich findenden Tabelle ergiebt sich die Zeit der Dauer eines Lichtbildeindruckes, um ein deutliches Bild auf der Retina des Auges zu erzeugen, welche Zeitdauer ebenso das Mass der Schnelligkeit seyn dürfte, mit welcher sich Bilder, von Gegenständen ausser uns erzeugt, in unserer Seele abzuspiegeln vermögen.

# Vom
# Gebrauche des Instrumentes.

Das Instrument soll während des Gebrauches so fest als möglich stehen, da sich die Schwingungen der Feder, wenn diese einmal kurz wird, dem ganzen Stative mittheilen. Zu diesem Endzweck ist die vertikale Säule d auf der mit Blei eingegossenen Platte p eines Dreifusses festgeschraubt, dessen 3 bewegliche Füsse eine sehr grosse Basis überspannen, wenn sie auseinandergeschlagsn sind.

Bewegliche, leuchtende sowohl als beleuchtete Gegenstände, z. B. Kerzenflammen, farbige Scheiben, deren Lichtintensität gemessen werden soll, müssen in die Achse der Diopternröhre in die Sehweite des Auges gebracht werden, also in eine Entfernung von 6—8 Zoll von dem vordern Theile der kürzern Ocularröhre i.

Um also directes Licht z. B. einer Kerzenflamme und von Scheiben reflektirtes Licht in die Achse der Diopterröhre bringen, und sie in der Achse erhaltend dem Diopter näherrücken, oder von demselhen entfernen zu können, ist der eigentliche Object- oder Lichtträger q angebracht, der sich mittelst der retangulären federnden Hülse r an der horizontalen messingnen Zunge r¹ horizontal verschieben lässt. In diese Zunge ist eine Scala gravirt, um vermittelst derselben den Abstand des zu betrachtenden Gegenstandes von dem Auge genau messen zu können.

In dem eigentlichen Träger q schiebt sich, der nöthigen Verkürzung oder Verlängerung halber, ein cylindrischer Stab s wie in einer

Hülse auf und nieder und lässt sich vermittelst des durchbohrten Schraubenknopfes $q_1$ der Säule q in jeder beliebigen Höhe fest stellen.

Dieser cylindrische Stab 5 trägt erstens an seinem obern Ende einen geschwärzten Ring mit Rückenklappe t zur Aufnahme von Blättchen etwa mit den zu prüfenden Farben bedeckt; der Ring selbst aber an seinem höchsten Punkte eine Hülse u, in welcher sich ein prismatischer Stab v vertikal auf die Fläche der zu prüfenden Scheiben hin- und herschiebt, der an seinem einen Ende eine geschwärzte durchbohrte Metallscheibe w, parallel mit der zu prüfenden farbigen Scheibe trägt, um durch sie als Diaphragma das Gesichtsfeld der Diopterröhre zu begrenzen oder auch durch ihre Oeffnung unmittelbares oder reflectirtes Licht unter bestimmten Winkeln auf die zu prüfenden Scheiben fallen zu lassen. An dem cylindrischen Theile des eben beschriebenen Stabes s bewegen sich noch zwei vermittelst Druckschrauben festzustellende Hülsen auf und nieder, a und y, welche horizontale prismatische Arme tragen, mit eben solchen Hülsen versehen, wovon die eine dazu bestimmt ist, einen sehr kurzen Kerzenhalter z zu tragen; die andere a einen schwarzen grossen Schirm um jedes fremde Licht vom Auge selbst abzuhalten. Der oberste dieser beiden Arme x, der den Leuchter trägt, ist auch noch in entgegengesetzter Richtung etwa einen Zoll lang verlängert, dann vertikal niedergebogen, wo seine Schneide x i sich auf dem Rande eines getheilten Kreisbogens $\beta$ bewegt, der auf die untere Schraubenhülse y befestigt ist, wodurch sich der Winkel, welchen die beiden horizontalen Arme x et y mit der Achse der Diopterröhre machen, auch bei einer dreizölligen vertikalen Entfernung von einander noch recht gut messen lässt, wodurch also das Complement des Neigungswinkels gemessen wird, unter welchem das Licht auf die zu prüfende Scheibe fällt.

Ich bediene mich ferner *zweier* Diopterröhren. Die eine kurze i ist 35$^{mm}$ lang, und trägt an ihren beiden Enden in horizontalen Schlitzen

$\gamma$ fig. 5. die zwei Schieber k k, welche durch federnde Ringe an jeder beliebigen Stelle ihrer Länge festgehalten werden. Diese Röhre i ist für Gegenstände bestimmt, deren scheinbare Helligkeit gemessen werden soll, und welche desshalb den Dioptern näher, nämlich in die Sehweite des Auges gebracht werden müssen, Für Gegenstände am Himmel oder überhaupt von grosser Entfernung bediene ich mich einer zweiten Röhre fig. 6, die noch eine Auszugsröhre $\delta$ in sich enthält. So kurz als möglich ist sie 4 Zoll 3,6''' pariser Mass lang, lässt sich aber auf 7 Zoll verlängern; diese 3 Zoll, um welche sich die Röhre verlängern lässt, mit ihren Unterabtheilungen in Linien, sind auf die eine Seite der Auszugsröhre $\delta$ eingravirt, so dass die Röhrenlänge bloss abgelesen zu werden braucht.

Mittelst des Halsbandes $\varepsilon$ wird sie an der vertikalen Säule d anstatt der kürzeren Diopterröhre i angeschraubt.

Als Diopter selbst bediene ich mich vier Schieber aus geschwärztem Messing, wovon einer in natürlicher Grösse Tf. I. fig. 2. gezeichnet ist, deren jeder vier Circularausschnitte enthält von nachstehenden Durchmessern

*I. et II. mit kleinen Oeffnungen:*
0,5$^{mm}$ 0,9$^{mm}$ 1,5$^{mm}$ 1,7$^{mm}$
*III. et IV. mit grossen Oeffnungen:*
2,3$^{mm}$ 2,6$^{mm}$ 3$^{mm}$ 4$^{mm}$

alle in etwa $\frac{1}{2}$ Zoll betragenden Entfernungen von einander.

Um Kerzenflammen, Gasflammen, oder Argandsche Flammen mit einander zu vergleichen, bediene ich mich noch eines anderen Schiebers Tf. I. fig. 3. aus zwei übereinandergleitenden Lamellen, welche in der Mitte mit rectangulären einander völlig gleichen Oeffnungen versehen sind; die vertikalen Ränder $\lambda$ $\mu$ dieser rectangulären Oeffnungen sind von innen zugeschärft und können durch Verschiebung der beiden Theile $\zeta$ et $\eta$ des Diopters mit einander so in Berührung gebracht werden, dass kein Lichtstrahl zwischen ihnen durchdringen kann.

Entfernt man mittelst der Mikrometerschraube e diese Ränder ein wenig von einander, so bildet sich ein Schlitz zwischen ihnen, dessen Weite ein an der unteren Schieberplatte angebrachter Nonius $\pi$ angibt. Es wird dann zuerst ein Schieber mit einem Circularausschnitte in den vordern Theil der Diopterröhre gebracht, der gerade die Flamme ihrer Höhe nach einschliesst. Hierauf wird der Schieber mit dem vertikalen Schlitze in das andere Ende der Diopterröhre gebracht, und die Oeffnung des Schlitzes so lange vergrössert, bis er die Flamme von der Seite her einschliesst, so dass sie vollkommen deutlich und hell erscheint. Man erhält auf diese Weise die Masse für die Grösse der zu messenden Flamme.

Die grössten Oeffnungen in den Schiebern sowohl als in den Schirmen gehören für Gegenstände, welche an dem Träger g angebracht und also in die Sehweite des Auges kommen müssen. In den Ring legt man, wie schon gesagt, weisse oder mit Farben bedeckte Scheiben, und um fremdes Licht vom Auge abzuhalten, wird, wenn nöthig, das Diaphragma w herabgedreht und in die nöthige Entfernung vom Auge gebracht. Für Gegenstände am Himmel, sei es bei Tag oder Nacht, taugen die grössern Diopteröffnungen nicht, hiezu gehören die kleinsten; die allerkleinste ist für die Sonne.

Durch Anwendung verschiedener Diopteröffnungen auch an den beiden Enden der Röhre, durch Verlängerung oder Verkürzung der letzteren, durch Näherung oder Entfernung des zu beobachtenden Gegenstandes selbst wird man bald jeden Gegenstand innerhalb des Bereiches unseres Instrumentes zu bringen im Stande seyn.

Zur Beobachtung von Gegenständen am Himmel muss das Instrument parallaktisch aufgestellt werden, was auf die übliche Weise nicht angeht, da die Federschwingungen sich dem ganzen Instrumente und Gestelle mittheilen.

Ich konstruirte mir dazu folgende Vorrichtung: Auf einer gegen 11 Zoll im Durchmesser haltenden und gegen 2 Zoll dicken, steinernen horizontalen Scheibe, die in der Mitte sich um einen Zapfen dreht und an der Peripherie noch auf Friktionsrollen läuft, sind zwei vertikale parallele Wände in einer Entfernung von etwa 5 Zollen von einander errichtet, in ihrem Hauptschnitt ein oben etwas abgestumpftes, etwas mehr als rechtwinkeliges Dreieck darstellend.

Jeder der abgestumpften Scheitel des Dreieckes trägt ein starkes Charniertheil, in welches der Charniertheil eines andern rectangulären Brettes passt, welches Brett, nahe von der Länge des Photometers, vermöge dieser Charnieren und einer Stellschraube mit seiner Fläche in jedem beliebigen Vertikal- oder Höhenkreise auf- und nieder bewegt werden kann. Dieses Brett trägt in seiner Längenachse am obern sowohl als untern Theile zwei Klemmschrauben, welche die vertikale gezähnte Säule des Photometers so nahe als möglich an ihren beiden Enden fassen und festhalten.

Die horizontale Steinplatte gibt also natürlich die horizontale Bewegung, das Längenstück, das an seinem untern Ende mittelst vertikaler Charnieren an den Wänden befestigt ist, gibt die Vertikalbewegung. Das Instrument steht so, während die Feder vibrirt, hinreichend fest, um Beobachtungen mit Sicherheit anzustellen.

Bei allen Messungen in Bezug auf Federlängen setzen wir die ganze Federlänge = 1 und geben die respectiven Längen in Bruchtheilen an.

Wir haben demnach für die Dauer eines Lichteindruckes im Auge $= S = \frac{l^2}{n}$, wo n constant ist und die schon oben angedeutete und für jedes Instrument bereits gefundene Schwingungszahl der ganzen Federlänge in Sekunden anzeigt.

$\frac{L^4}{l^4}$ gibt das Verhältniss der Intensitäten von $\frac{J}{i}$.

$\frac{L^4\ \Lambda^2\ \delta^2}{l^4\ \lambda^2\ \Delta^2}$ ist die Formel für die scheinbare Helligkeit von Gegenständen.

$\Delta$ ist der, der grösseren Federlänge entsprechende Durchmesser des Objekts, der Schirme, oder auch der Schieberöffnung.

$\delta$ ist der der kleinern Federlänge entsprechende Durchmesser des Objekts, oder der Schieberöffnung.

$\Lambda$ ist die der Grösse L entsprechende Distanz des Objekts. $\lambda$ die dem kleinen l entsprechende Distanz des Objekts, beide von der dem Schirme am nächsten liegenden Diopter an gerechnet.

Um $\Delta$ mit $\delta$ vergleichen zu können, welche beide zur Vergleichung des Durchmessers des Objekts dienen, muss, wenn zwei verschiedene Röhrenlängen gebraucht werden, die grösste auf die kleinste reduzirt werden: wobei natürlich, wenn a die kleine Röhrenlänge, B die grössere, d den Diameter des Diopters bedeutet, die eigentlich in Rechnung zu ziehende Oeffnung $d' = \frac{ad}{B}$ seyn wird.

Auf gleiche Weise muss die Area des rectangulären Schlitzes auf eine circuläre reducirt werden, um ihren Durchmesser finden zu können.

Fällt endlich noch bei reflectirtem Lichte das Licht schief auf, so wird die ursprüngliche Formel endlich in $\frac{L^4 \Lambda^2 \delta^2 \mathrm{Rad}}{l+\lambda^2 \Delta^2 \mathrm{Sin.\,a}}$ verwandelt, wobei Sin. a der Neigungswinkel des Lichtstrahles zur Fläche ist.

## Bestimmung der Dauer eines Lichteindruckes.

Bei allen diesen Berechnungen, wo es gilt, die Dauer eines Lichteindruckes oder einer Verfinsterung zu messen, haben wir der Kürze halber die mittlere Geschwindigkeit angenommen, mit welcher der Schirm den mittleren Theil des Bogenstückes durchschneidet. In der Wirklichkeit dagegen ist die Geschwindigkeit eines Pendels in seiner grössten Elongation vom Ruhepunkte $= 0$ und in der Mitte des Schwingungsbogens am grössten. Da sich jedoch bei jeder Pendelbewegung die Zeiten, in welchen gewisse Bogenstücke durchlaufen werden, wie die Wurzeln aus den Räumen verhalten, so wird sich, wenn wir mit T die Zeit einer halben einfachen Schwingung bezeichnen; mit t hingegen die Zeit, die das Pendel braucht, das Bogenstück y weniger dem Halbmesser der Oeffnung oder des Schirmes zu durchlaufen, natürlich die Zeit $=$d, die der Halbmesser der Oeffnung oder des Schirmes nöthig hat, die Achse der Diopterröhre zu schneiden, aus der Differenz $T - t$ ergeben. Wenn wir ferner den halben Schwingungsbogen mit y bezeichnen, — mit D den Durchmesser der grösseren Schirmöffnung oder des Schirmes selbst; mit d die Oeffnung des Diopters, so ergeben sich die Räume $= y - \frac{D}{2}$ und desshalb die Zeiten T gleich der halben Schwingungszeit $\frac{l^2}{2n}$, wie wir oben gesehen, woraus sich $t = \frac{l^2\sqrt{2y - D}}{4n\sqrt{y}}$ ergibt, und desshalb die eigentliche Geschwindigkeit $= \mathfrak{D} =$

$$T - t = \frac{l^2}{2n} - \frac{l^2\sqrt{2y - (D + d)}}{4n\sqrt{y}}$$

gleich der halben Dauer eines Lichteindruckes, wenn die Oeffnung im Schirme die Achse schneidet.

Ist nach der zweiten Art der Schirm selbst statt der Oeffnung des Schirms angenommen, so erhält die Formel eine etwas andere Gestalt; denn hier kömmt es darauf an, das Intervall zu messen zwischen der Achse der Diopterröhre und dem innersten Rande des Schirms bei seiner grössten Elongation; also einen Zeitraum, der vor der Verfinsterung selbst eintritt.

Hier muss die Differenz zwischen dem ganzen Durchmesser des Schirms und dem ganzen Bogenstücke y genommen werden, nämlich y—D, weil diese ganze Differenz innerhalb der ersten Hälfte des Bogenstückes fällt, welches das schwingende Pendel beschreibt, und zwar in dem Anfang der Bewegung. Eben so muss statt der Summe D+d natürlich die Differenz D—d in der Formel gesetzt werden.

Wir erhalten desshalb für t oder die Zeit, die den Lichtwellen gegönnt ist, ein deutliches Bild auf der Retina hervorzubringen

$$t = \frac{l^2 \sqrt{y - (D - d)}}{2n \sqrt{y}}$$

## Ueber die Sicherheit und Feinheit der Resultate, welche durch dieses Instrument erhalten werden können.

Man könnte gegen die Verlässigkeit dieses Instrumentes einwenden, dass wenigstens die feinern Resultate von der Beschaffenheit des Sehorganes selbst abhängen könnten und desshalb durch die verschiedenen Augen, welche sich des Instrumentes bedienen, auch verschiedene Resultate bei ein und derselben Messung erhalten würden.

Allein die Erfahrung hat gelehrt, dass dieses nicht der Fall sey, und theoretisch lässt sich auch voraus sehen, dass obige Einwürfe nicht begründet seyn können.

Das Auge hat nämlich bei Messung der verschiedenen Lichtintensitäten nicht ein indifferentes Merkmal zu beobachten, nicht die Qualitäten zweier Gegenstände in voller Ruhe neben einander zu vergleichen, wie das bei Vergleichung von zwei Scheiben von scheinbar gleicher Helligkeit geschehen muss. Im Gegentheil hat das Auge den Uebergang von Ruhe und Bewegung und zwar zur überaus raschen zitternden Bewegung oder umgekehrt wahrzunehmen, ein Uebergang, der keinem nur einigermassen gesunden Auge entgeht, so wie z. B. das Zucken auch des schwächsten Blitzes von gesunden und kranken Augen in derselben Weise wahrgenommen wird.

Um nur ein Beispiel von der Feinheit der durch das Instrument zu bemerkenden und zu messenden Unterschiede zu geben, will ich hier zum Schlusse dieser Abhandlung noch ein Experiment mit diesem Instrumente anführen.

Es wurde die Flamme einer Wachskerze in die gehörige Sehweite des kurzen Diopters gebracht und die Feder so lange verkürzt, bis die Flamme vollkommen ruhig wurde.

Die Flamme war unter jedem Versuche
bei 0,1 ruhig;
bei 0,105 fieng sie merkbar zu vibriren an.

Daraus ergibt sich 0,00281 Sekunde als die Dauer einer Vibration; für 0,105 erhalten wir aber nach obiger Formel 0,00256 Sekunde.

Wir messen daher noch 0,0052 einer Sekunde mit voller Sicherheit.

## Einige zusammengestellte Experimente

über die verschiedenen Lichtintensitäten der leuchtenden und strahlenden Gegenstände.

|  | Federlängen; die ganze = 1,0000 log. n' = 0,63347 |  |  |  |  |  |  |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  | Doppelter Eindruck | Einfacher Eindruck | Vollkommene Ruhe. | Fortdauer des Eindruckes in Sekunden $\frac{l^2}{n}$ | Intensität $\frac{L^4 \text{Rad}}{l^4 \text{Sin. a.}}$ mit der Sonne verglichen | $2\left(\frac{l^2}{2n} - \frac{l^2\sqrt{y-(D+d)}}{4n\sqrt{y}}\right)$ Nöthige Dauer des ersten Lichteindruckes, um eine deutliche Empfindung im Auge zu machen. | Scheinbare Helligkeit der verschiedenen Objekte $\frac{L^4 . \Delta^2 \delta^2 \text{Rad}}{l^4 \lambda^2 \Delta^2 \text{Sin.a.}}$ |
|  | I | K | L | n |  |  |  |
| Sonne. Aus Beobachtungen im u. nahe d. Meridian $\Delta = 0{,}00967''$. $\Delta$ = mittlere Entfernung der ☉ von der ♁ = 20,666,800 geogr. Meilen. | 0,88 | 0,75 | 0,3525 | 0,028896 |  |  |  |
| Mond Opposition $\delta = 0{,}0099063''$ $\lambda$ = mittlere Entfernung d. Mondes von der Erde — 51812,8 geogr. Ml. |  | 0,3075 | 0,16 | 0,0059534 | 1:23,559 |  | 1:3,933500 |
| Stearinkerze $\delta = 0{,}0713$. $\lambda = 9''$ |  | 0,2400 | 0,1125 | 0,0029432 | 1:96,39 |  | 1: 3725'''' 000000''' 000000'' 000000' 000000 (der gefundene Log. ist: 27,57113618) |
| Sonnenlicht, direkt von Weiss reflektirt, Reflexionswinkel 72° |  | 0,3500 | 0,1758 | 0,0071906 | 1:16,1490 mit dem Winkel 1:16,9800 |  |  |
| Himmelblau |  | 0,2800 | 0,1633 | 0,0062017 | 1:21,7110 |  |  |
| Weiss reflektirt Reflexionswk. 60° $\delta = 0{,}095$. $\lambda = 4{,}5''$ |  |  | 0,1625 | 0,0061408 | 1:22,1430 |  | 1:1,6607 als Verhältniss zur Stearinkerze. |
| Grün |  |  | 0,1750 | 0,0057322 | 1:25,4120 |  | 1:1,4471 |
| Gelb |  |  | 0,1825 | 0,0077455 | 1:13,9180 |  | 1:2,6429 |
| Roth |  |  | 0,2100 | 0,010250 | 1:7,9388 |  | 1:4,6321 |
| Blau. Wurde deutl. m. y = 0,25'' |  |  | 0,2500 | 0,0134550 | 1:4,6149 | 0,005962 | 1:7,9606 |

Über

# Phonometrie,

## nebst Beschreibung
## eines
## zur Messung der Intensität des Schalles erfundenen Instrumentes.

vom

**Conservator Dr. Schafhäutl,**

ord. Mitgliede der k. Akademie der Wissenschaften.

# Über
# Phonometrie,
nebst Beschreibung eines zur
# Messung der Intensität des Schalles
erfundenen Instrumentes,
vom
### *Conservator Dr. Schafhäutl.*

Die Wirkungen von unwägbaren Agentien, welche in allen oder auch nur einigen Körpern sichtbare und darum in der Regel auch messbare Veränderungen hervorbringen, lassen sich, wenn auch nicht absolut, doch immer relativ mit hinreichender Genauigkeit bestimmen.

So hat die Eigenschaft der Wärme, Körper in allen drei Formen ihrer Aggregatzustände auszudehnen, zur Construktion unserer Thermometer oder Thermoskope Veranlassung gegeben.

Schwieriger wird die Aufgabe schon beim Lichte. Das Licht wirkt auf manche Körper ein, indem es zugleich Wärme entwickelt. Es wirkt auf organische Gebilde und einige chemische Verbindungen. Allein alle diese Wirkungen sind in ihren Erscheinungen so unbestimmt, so langsam eintretend, von so mancherlei mitwirkenden Nebenursachen begleitet, dass man bei der messenden Vergleichung dieser Wirkung höchst unzuverlässige Resultate erhält, aus welchen sich nur indirekt und auf mancherlei Umwegen auf die eigentliche Grösse der Wirkung schliessen lässt, welche der Intensität des Lichtes allein zuzuschreiben ist.

Noch schlimmer ist es mit dem Schalle. Seine Wirkungen beschränken sich im eigentlichsten Sinne bloss auf ein Sinnesorgan — das Ohr. Dass bei heftigem Schalle feste Körper zittern, stark musikalische Töne andere Körper gleichfalls in Vibration versetzen, kann hier gar nicht in Betracht gezogen werden; denn diese Miterzitterungen finden nicht immer, sondern nur unter gewissen Umständen statt, und lassen sich, wenn sie auch durch den Schall hervorgerufen wurden, nie nur mit einiger Sicherheit messen, da die Ortsveränderung der den Schall erzeugenden schwingenden Molecule innerhalb so äusserst kleiner Grenzen vorgeht, und die Schwingungen selbst so ausserordentlich schnell aufeinanderfolgen, dass sie auch durch unsere feinsten Instrumente nur hie und da oder gar nicht mehr wahrnehmbar oder messbar gemacht werden können, obwohl kein Zweifel ist, dass jeder Schall in jedem Körper verhältnissmässige Molecularbewegungen hervorrufen muss. Es fehlen uns jedoch bis jetzt noch die Mittel, diese Molecularbewegungen auch nur bemerkbar zu machen. Vielleicht dass es gelingt, durch Hilfe des Mikroskops und des polarisirten Lichtes diese Bewegungen nicht allein bemerkbar, sondern auch messbar zu machen.

Auch unter diesen Umständen würde es uns bloss möglich seyn, die relative Stärke der Intensität irgend einer Schallgrösse zu bestimmen, indem wir ihre Grösse mit der einer andern Schallquantität zu vergleichen suchen. Dazu können wir jedoch auch gelangen, wenn wir uns des Organs selbst, das zur Perception des Schalles geschaffen ist, des Gehörwerkzeuges bedienen, und die relative Quantität der Wirkung zu bestimmen suchen, mittelst welcher zwei Schallgrössen unser Ohr afficiren.

Der Schall selbst ist an und für sich nichts weniger als eine so einfache Wellenbewegung, wie man sich gewöhnlich vorzustellen pflegt;

beinahe jeder Schall ist ein Complex oder eine Summe mehrerer oft sehr eigenthümlicher Vibrationsweisen, und ist es um so mehr, wenn diese Vibrationsweisen dauernd durch bestimmte Zeitgrössen als musikalischer Ton erscheinen, wie ich schon an einem andern Orte dargethan.

Das Ohr hat vor dem Auge noch den Vorzug, dass es mehrere zugleich existirende Schallcomplexgrössen wohl von einander unterscheiden kann. Aber eben dieser Vorzug ist es, der die messende Vergleichung zweier Schallgrössen mit bedeutenden Schwierigkeiten umgibt.

Wollen wir von Messung des Schalles sprechen, so können wir hier nur die Messung der Intensität dieser Schallcomplexgrössen im Auge haben, d. h., die Messung der Kraft, mit welcher die vibrirenden Molecule das Tympanum des Gehörwerkzeuges berühren. Während die Tonhöhe von der Zahl der Vibrationen der Molecule eines elastischen Körpers innerhalb einer bestimmten Zeit abhängt, welche leichter gemessen werden kann, hängt die Intensität des Schalles von der Elongationsweite der oscillirenden Molecule ab, und nur die Stärke des Stosses oder vielmehr das Schwingungsmoment, durch die Elongation des oscillirenden Molecules verursacht, ist es, welche wir als Schallintensität zu messen unternehmen können.

Es bieten sich uns desshalb bei Ausführung dieser messenden Vergleichung vorzüglich zwei Anhaltspunkte dar, die wir nun näher betrachten wollen.

Der erste Anhaltspunkt wäre:

Wenn eine Schallgrösse in ihrer vollen Entwicklung dauernd existirt, während die zweite Schallgrösse sich gerade dem Ohre bemerkbar macht.

Der zweite Umstand wäre [illegible]

Wenn diese eben berührte zweite Schallgrösse so an Intensität zugenommen hat, dass sie die erste dem Ohre unvernehmbar macht.

Das arithmetische Mittel aus der Summe beider Momente bestimmte dann die Gränze, wo beide verglichenen Schallgrössen an Intensität einander gleich sind.

Um diese zwei angegebenen Verhältnisse auf irgend eine Weise als Grundlage zu Vergleichungen und Messungen brauchen zu können, müssen wir im Stande seyn, eine Schallgrösse nicht nur willkürlich unter immer gleichen Umständen erzeugen, sondern sie auch innerhalb gewisser Grenzen und nach einem gewissen Gesetze quantitativ verändern zu können.

Die Erzeugung einer solchen Schallgrösse unter obigen Umständen ist mit nicht unbedeutenden praktischen Schwierigkeiten verknüpft.

Wir können musikalische Töne innerhalb gewisser Grenzen von verschiedener Stärke erzeugen; indessen diese verschiedenen Grade von Stärke nach einem bestimmten Gesetze hervorzurufen, das uns also auch vergönnt, diese verschiedenen Grade der Stärke in verhältnissmässiger Beziehung zu einander in Mass und Zahl auszudrücken, das bietet grosse Schwierigkeiten dar.

Unter den musikalischen Instrumenten sind es die Bogeninstrumente allein, welche, und zwar innerhalb sehr weiter Grenzen, die Schallquantität ihrer Töne in voller Gewalt haben.

Diese Grenzen messend zu bestimmen, dazu gehört, dass der Bogen von einer Maschine geführt werde; aber eben dadurch hört alle Sicherheit in Hinsicht auf eine messende Vergleichung einzelner Tonquantitäten wieder auf; denn die zu erzeugende Tonquantität hängt nicht allein von der Grösse der Bewegung oder der Stärke der angewandten Kraft, sondern noch überdiess von der Beschaffenheit der Oberfläche der Haare des Bogens ab, von der Temperatur und dem hygrometrischen Zustande der Luft; lauter Grössen, welche, wenn sie sollten mit in Rechnung gezogen werden, die Erlangung eines sichern Resultates beinahe zur Unmöglichkeit steigern.

Eine bessere Aussicht scheint sich uns bei Anwendung von Windinstrumenten zu eröffnen; allein auch von ihrer Anwendung ist bei näherer Untersuchung sehr wenig zu erwarten.

Labialpfeifen vertragen überhaupt gar keine Veränderung in der Spannung des Windes, durch welche allein veränderte Schallquantitäten erzeugt werden könnten, ohne ihre Tonhöhe zu verändern oder gar in einen Aliquottheil ihrer vibrirenden Luftsäule überzuschlagen.

Zungenwerke mit durchschlagenden Zungen sind daher die einzigen, welche innerhalb gewisser Grenzen mit veränderter Spannung des Windes auch ihre Tonquantität verändern, ohne dass dabei die Tonhöhe selbst eine andere wird.

Aber auch diese Unveränderlichkeit der Tonhöhe liegt erstens immer zwischen sehr engen Grenzen; dazu wird noch zweitens die Hervorrufung des Tones selbst, namentlich bei seinem Entstehen von Umständen abhängig, welche die Verlässigkeit einer feineren Messung wieder beinahe ganz vernichten.

Die Spannung der Luft in dem Apparate, welcher zum Anblasen dieser Zungenpfeifen dient, lässt sich zwar mittelst des Manometers hinlänglich genau messen; dagegen setzen sich der Handhabung des Apparates zur Erzielung bestimmter durch Messung vergleichbarer Wirkungen so grosse Hindernisse entgegen, dass auch er zur Erzielung des oben angegebenen Effektes nicht zu gebrauchen ist; denn abgesehen davon, dass die erste Ansprache der Zungenpfeife nicht immer im genauen Verhältnisse mit der Spannung des die Zunge in Schwingung versetzenden Luftstromes steht, ist zur grössern oder geringern, das Schallquantum bedingenden Compression der Luft eine Kraft vonnöthen, die nicht allein genau messbar, sondern auch der zartesten Modificationen fähig seyn muss. Gewichte oder Federkräfte sind die einzigen Mittel, welche wir zu einer beliebigen Compression der Luft in den Gebläsemaschinen anwenden können.

Allein die Wirkung dieser Art von Potenzen auf das Gebläse innerhalb sehr enger Grenzen beliebig, das heisst nach Mass und Zahl, verändern zu können, dazu reichen unsere mechanischen Hülfsmittel nicht mehr aus.

Benützbar wäre also blos das Princip der krustischen Instrumente.

Der Ton wird bei dieser Art von Instrumenten nur durch Schlag oder Stoss hervorgebracht, und mit der Stärke dieses Schlages oder Stosses steht auch die Tonquantität in einem geraden Verhältnisse.

Die Regulirung der Stärke dieses Schlages in seinen feinsten Nuancen steht vollkommen in unserer Macht, wenn wir uns zur Erzeugung dieses Stosses jener bekannten stets gleichförmig wirkenden Naturkraft bedienen, welche in jedem sich selbst überlassenen freien Körper eine gleichförmig beschleunigte Bewegung erzeugt, nämlich der Schwerkraft.

Von der Zeit, während welcher wir diese Kraft auf irgend einen festen freien Körper, dessen wir uns zur Hervorbringung eines Stosses bedienen wollen, wirken lassen, hängt natürlich die Gewalt des Stosses und also auch das Schallquantum ab, so dass wir in dieser Weise das einfachste und sicherste Mittel besitzen, Ton- und Schallgrössen in jeder beliebigen messbaren und vergleichbaren Stärke zu erzeugen, von dem Momente an, in welchem der Schall gerade anfängt dem Gehörorgane vernehmlich zu werden, bis zu dem Punkte, wo er alle andern Schallgrössen deckt.

Um ein solches Instrument nun nach dem oben angegebenen Prinzipe für akustische Zwecke zu construiren, ist erstens nöthig: ein leicht in Schwingung zu versetzender Körper, auf welchen man einfach irgend einen andern gerundeten festen Körper herabfallen lässt. Natürlich hängt bei gleichbleibender Masse des fallenden Körpers die Schallgrösse von der Höhe des Falles allein ab, und wir brauchen desshalb bloss die Höhe genau zu messen, welche der auf die schallende Unterlage herabfallende Körper durchlaufen hat, so haben wir in dieser Fallhöhe das genaueste Mass zur Vergleichung nicht nur all der Schallgrössen, welche durch den fallenden Körper auf seiner Unterlage erzeugt werden, miteinander, sondern auch zur Vergleichung dieser Schallgrössen, die wir in jedem Augenblicke mit derselben Genauigkeit hervorrufen können, mit andern Schallgrössen, was eigentlich unsere Hauptaufgabe ist und wodurch unser Instrument zum Phonometer wird.

Da es sich hier um Vergleichung aller möglichen Arten von Schall handelt, so ist die Hervorrufung eines eigentlich ausgesprochenen reinen musikalischen Tones nicht wünschenswerth, und ich habe in dieser Beziehung gefunden, dass eine rectanguläre Platte aus gewöhnlichem Spiegelglase, an ihren Schwingungsknotenlinien durch Schrauben festgehalten, wohl das beste Mittel seyn dürfte, um Schallgrössen zu erzeugen, welche mit jeder andern Art von Schall und Ton verglichen werden können.

In der beiliegenden Zeichnung Tf. XVII. ist die rectanguläre Platte aus Spiegelglas mit lit. a. von der Seite, auf Taf. XVIII. fig. 2 a a a a in der horizontalen Projection zu sehen, festgehalten und verstellbar durch die 8 Schrauben b, welche sich in den Rahmen c c bewegen.

Die zwei Rahmen oder Plattenhalter cc sind mittelst ihrer Hülsen d auf dem hölzernen Querbalken e verschiebbar und mittelst der Stellschrauben f in einer bestimmten Stellung fixirbar. Um diesen Querbalken, welcher die Platte trägt, horizontal zu erhalten und ihn in beliebiger Höhe feststellen zu können, ist unten in seiner Mitte rechtwinklig ein cylindrisches Stäbchen eingelassen, welches in der vertikalen Oeffnung des ganz freien auch zur beliebigen Wegnahme bestimmten Fusses h sich leicht auf und ab bewegen lässt, und da gleichfalls durch eine Stellschraube in bestimmter Höhe festgehalten wird.

Um nun auf diese Glasplatte einen Körper herabfallen lassen und zugleich seine Fallhöhe messen zu können, habe ich folgende Vorrichtung angebracht.

An der vertikalen auf einem Säulchen befestigten Zahnstange k ist eine dicht anliegende Hülse l auf und ab verschiebbar, welche mittelst eines in die Zähne der vertikalen Stange eingreifenden Getriebes und des Kopfes m in jede Höhe der Zahnstange gebracht und dort erhalten werden kann. Um die Erhöhung der Hülse über der horizontalen Glasplatte, also ihren veränderlichen Abstand von der Glasplatte messen zu können, ist die breite Seite der Zahnstange mit einem Massstabe in Theilen des Meters versehen, und durch einen Nonius ist man auch im Stande, kleinere Unterabtheilungen des Meters angeben zu können.

Die Hülse l trägt einen Arm o, an dessen freiem Ende sich in Schlitz und Schlitten eine vertikale Pincette p mittelst zweier Schräubchen feststellen lässt, welche bestimmt ist, den Fallkörper zu fassen und so lange festzuhalten, bis man die Pincette mittelst der beiden Drücker q Taf. XVIII. fig. 2 öffnet, worauf der Fallkörper herab auf den Mittelpunkt der darunter gestellten zuerst beschriebenen Schalltafel fällt.

Die Stiele der beiden Druckplättchen q müssen sich in Oeffnungen der Pincette bewegen, die hinreichend gross sind, um bei der Oeffnung der Pincette Platz für die Bewegung der beiden Stiele Fig. 2. q. q. zu lassen, damit sie nicht die Flügel der Pincette berühren und durch Reibung auch nur das leiseste Geräusch verursachen, das hier sehr störend seyn würde und desshalb durchaus vermieden werden muss.

Der zu erzeugende Schall wächst natürlich mit dem Momente des die Tafel berührenden Fallkörpers also mit der Fallhöhe.

Wir hätten somit das Prinzip erklärt, nach welchem unser Phonometer gebaut ist.

Um nun auch einen festen Anhaltspunkt für das Ohr zu erhalten, welches den erregten Schall vernehmen und vergleichen soll, habe ich folgende Vorrichtung getroffen:

In dem vertikalen Säulchen Tf. XVII. fig. r bewegt sich ein cylindrischer Stab s auf- und abwärts und ist in jeder beliebigen Höhe durch eine Stellschraube Tf. XVIII. fig. 2 lit. t zu befestigen (in Tf. XVII. fig. 2 ist dieser Theil in der Hälfte natürlicher Grösse gezeichnet).

Auf diesem Säulchen ist mittelst einer Messingkappe t eine V oder gabelförmige Figur aus Messingsblech befestigt, welche dazu bestimmt ist, dem äussern Ohr als Träger oder Anhaltspunkt zu dienen, wobei der

Theil $u_1$ nach dem Hinterkopf gewendet ist, und $u_2$ den untern Theil des Ohres unter dem Ohrläppchen stützt.

Das Ohr erhält also durch diese Gabel eine feste Stelle in Hinsicht auf die Schallplatte.

Um nun die Entfernung des Mittelpunktes des Gehörganges von der Mitte der Schallplatte messen zu können, dient das aus Messingblech geschnittene Instrument Tf. XVII. fig. 3 in der Hälfte natürlicher Grösse gezeichnet, welches mit seiner rectangulären Fussplatte auf die Schallplatte gestellt mit der Spitze 1 in die Mitte der Ohröffnung passen muss. Um dieses zu bewirken, ist das Stäbchen mit der Ohrgabel in dem Säulchen höher oder niedriger zu stellen, wie wir schon erwähnt haben.

Bei meiner Maschine beträgt die horizontale Entfernung des Mittelpunktes der Glasplatte vom Mittelpunkte des Säulchens r $55^{mm}$, die vertikale Höhe des Mittelpunktes der Ohröffnung vom Punkte r $74^{mm}$, die geradlinige Entfernung des Mittelpunktes der Schallplatte vom Mittelpunkte der Ohröffnung wird also $91^{mm}$ betragen.

Erfahrung hat mich gelehrt, dass dies die besste Entfernung sey, in welcher das Ohr den leisesten Schall, der es noch zu affiziren im Stande ist, sicher vernimmt.

Als *Fallkörper* bediene ich mich je nach der Schallgrösse, welche hervorgebracht werden soll, kugelförmiger Körper von *Kork, Elfenbein* und *Blei,* deren Gewicht genau bestimmt ist.

Die Korkkügelchen sind bestimmt, die schwächsten Schallgrössen zu messen; die Elfenbeinkügelchen Schallgrössen von mittlerer Stärke; Bleikugeln messen die stärksten Schallgrössen.

Es ist jedoch immer schwer kleine Elfenbeinkügelchen von gleicher Grösse zu erhalten, und desshalb bediene ich mich meistens gewöhnlicher Bleischrote von der kleinsten Form, Vogeldunst genannt, bis zur eigentlichen Bleikugel. Um sie von gleichem Gewichte zu erhalten, lege ich ein Kügelchen auf die eine Wagschale und dann ein zweites auf die andere. Ist dieses zu schwer, so werfe ich es in ein Gefäss zur Rechten, ist es zu leicht, in ein Gefäss zur Linken; hat es das rechte Gewicht, so nimmt es ein Gefäss in der Mitte stehend auf.

Auf diese Art erhält man vor der Hand aus einer Masse von Schroten 3 Sorten, von welchen die mittelste Kügelchen von gleichem Gewichte enthält. Die zwei andern Sorten werden nun auf gleiche Weise behandelt, wie oben beschrieben und wir erhalten dann wieder 3 Sorten, von welchen die mittlere gleichfalls aus Kugeln von gleichem Gewichte besteht. Dazu kömmt noch der Vortheil, dass die Bleikugeln wegen ihres specifischen Gewichtes während des Falles durch die Luft weniger Widerstand erfahren, als Kugeln von gleicher Grösse aus Kork oder Elfenbein. Eben so springen sie wegen ihrer äusserst geringen Elastizität nicht mehr so sehr in die Höhe, beim Niederfallen einen störenden secundären Schall erregend.

Auf diese Weise ist das Instrument bloss geeignet, dauernde Schallgrössen zu messen, oder musikalische, ausgehaltene Töne.

Um Schallgrössen, welche nur einen Moment dauern, z. B. Knall, durch Schlag oder Stoss erzeugten Schall vergleichend messen zu können, ist diese Vorrichtung des Phonometers, welche gleichfalls nur einen *momentanen* Schall erzeugt, nicht zu verwenden, weil es schon schwer, ja sogar oft unmöglich ist, die zwei mit einander zu vergleichenden Schallgrössen in demselben Momente entstehen zu lassen.

Ich musste desshalb auf eine Vorrichtung denken, welche die momentane Schallgrösse, welche als Urmass dient, nach demselben Prinzipe hervorgerufen, in eine andauernde verwandelt.

Dieser Zweck wird sehr einfach dadurch erreicht, dass man statt einer einzigen Kugel, eine grössere Anzahl derselben nach einander fallen lässt; von der Zahl der Kugeln, welche nach einander fallen, hängt die Dauer der zu erzeugenden Schallgrösse ab, welche in dieser Beziehung als Massstab dienen soll.

Um nun mehrere Kugeln nacheinander und zwar in beliebigen Zeiträumen nacheinander fallen zu lassen, habe ich folgende Vorrichtung construirt:

Fig. 6 Tf. XVIII. ist eine gläserne cylindrische Röhre, welche horizontal gelegt und mit einer beliebigen Anzahl von Kugeln gefüllt wird, welche einen solchen Durchmesser besitzen, dass sie nahezu die Röhre ausfüllen, so dass sich keine Kugel über die andere hinwegschieben kann.

Lässt man nun die mit diesen Kugeln gefüllte Röhre einen kleinen Winkel mit dem Horizonte machen, so werden natürlich die Kugeln nach einander am offenen, tiefer gelegenen Ende herausfallen, und die Zeit, in welcher eine Kugel nach der andern das Rohr verlässt, wird von dem Winkel abhängen, welchen die Röhre mit dem Horizonte macht.

Um nun dieses Kugelreservoir über der Mitte der Schallplatte aufzuhängen, und seine Entfernung von der horizontalen Schallplatte so genau als die Entfernung der Spitze der Pincette von der obigen Platte messen zu können, habe ich an dem schon früher beschriebenen Arme o, welcher an seinem einen Ende die Pincette trägt, ein an dem Arme verschiebbares Metallprisma v angebracht, welches Tf. XVII. fig. 4. und Tf. XVIII. fig. 5 und 6 in vergrössertem Massstabe gezeichnet ist. Es kann mittelst der Stellschraube w an dem horizontalen Arme o an jeder beliebigen Stelle desselben festgestellt werden.

Der untere freie Theil dieses Metallprisma ist in der Richtung des Armes o konisch durchbohrt Tf. XVII. fig. 4 zur Aufnahme eines um seine Achse drehbaren Zapfens, welcher an seinem einen Ende eine Zange x Tf. XVIII. fig. 5 trägt, welche mit ihrem Gebisse y die Enden der Glasröhren von beliebigen Durchmessern fasst und sicher festhält, wenn die Schraube z angezogen wird.

Der konische Piston, welcher die Zange x mit ihren an der Charniere beweglichen Armen y trägt, dreht sich in der horizontalen Hülse des Metallprisma v Tf. XVII. fig. 4 um seine Achse und erlaubt also auch das rechtwinklig auf diese Achse mit seinem einen Ende befestigte Kugelrohr Fig. 6. Tf. XVIII. unter verschiedenen Winkeln gegen den Horizont zu stellen.

Die Schraube $\alpha$ hält diesen Piston und die Zange mit dem Rohre in der verlangten Neigung gegen den Horizont fest, welche durch den Gradbogen $v^2$ Tf. XVII. fig. 4, Tf. XVIII. fig. 5 mittelst eines an der Zangenachse angebrachten Zeigers gemessen wird. Der Stahlstab $\alpha^1$, welcher zugleich die Charnierachse der Zange bildet, mit dem verstellbaren Gewichte $\alpha^2$ dient dazu, der mit Bleikugeln gefüllten Röhre $\eta$ das Gleichgewicht zu halten.

Wird die Kugelröhre eingelegt, so muss natürlich zuvor die Pincette p entfernt werden.

Da wir also die Kugelröhre an dieselbe Stelle bringen können, welche die Pincette früher eingenommen hat, so lässt sich desshalb auch diese Röhre mittelst der Schraube m ebenso wie die Pincette in jeder beliebigen Höhe an der Zahnstange k und über der Schallplatte a feststellen.

Ist die Röhre an ihre Stelle gebracht, so haben wir nur mehr eine Vorrichtung nöthig, welche das unzeitige Herausfallen der Kugeln aus der Röhre verhindert.

Diese Vorrichtung ist auf Tf. XVII. $\beta$, Tf. XVIII. fig. 3, 5 und 6 mit den Buchstaben $\beta\ \gamma\ \delta\ \varepsilon\ \zeta$ zu sehen.

Die ganze Vorrichtung besteht einfach aus einem Hebelarme $\delta\ \beta\ \gamma$, der an der untern Seite des schon beschriebenen Messingprisma Tf. XVIII. fig. 3. v bei $\gamma$ horizontal um seine Achse drehbar angebracht ist. An seinem einen Ende trägt er eine kleine vertikale Scheibe $\delta$ Tf. XVIII. fig. 5., welche mit Tuch gefüttert die Oeffnung der Kugelröhre unter jedem Neigungswinkel so verschlossen zu halten im Stande ist, dass keine Kugel herausfallen kann.

Zu diesem Zwecke wird der Arm an seinem andern Ende durch eine Feder $\varepsilon$ Tf. XVIII. fig. 3 stets gegen die Oeffnung der Kugelröhre gedrückt.

Aus dieser Beschreibung wird von selbst klar, dass man mittelst des Fingers nur das eine Ende dieses Armes seitwärts zu drücken braucht, um die Scheibe $\delta$ so weit von der Oeffnung der Röhre zu entfernen, dass die Kugeln Raum zum Herausfallen erhalten.

Um jedoch zu verhindern, dass die Platte $\varepsilon$ nicht zu weit von der Oeffnung der Kugelröhre entfernt werde, so dass die Kugeln mit einer Geschwindigkeit $= o$ aus der Röhre kommen und senkrecht, nicht in einer parabolischen Linie, herabfallen, ist am hintern Ende des Armes eine Stellschraube $\zeta$ Tf. XVIII. fig. 3 angebracht, welche so gestellt werden kann, dass die Platte $\delta$ beim Drucke gerade so weit von der Oeffnung der Glasröhre entfernt werden kann, als nöthig ist, um Raum zum Durchgange für eine Kugel von bestimmter Dimension zu erhalten.

Jetzt ist uns nur noch eine Vorrichtung nöthig, zu verhüten, dass die auf die Schallplatte fallenden Kugeln nicht von allen Seiten über die Schallplatte herab auf das Fussgestell laufen. Dieses zu verhindern, dient der Leitring Tf. XVIII. fig. 4 aus Messingblech mit weichem Tuche gefüttert, in der Hälfte natürlicher Grösse gezeichnet.

Da er indessen nicht unmittelbar auf die Schallplatte aufgelegt werden kann, damit er sie nicht berühre und ihre Schwingungen störe, so ist er an 3 Punkten $\mu$ an drei Stäbchen aufgehängt, welche in vertikalen Hülsen auf und ab verschiebbar sind. Die vertikalen Hülsen sind an zwei parallelen freien Stäbchen $\pi\pi$ befestigt, die von den schon früher beschriebenen zur Befestigung der Platte dienenden Schrauben b in stets gleicher Entfernung von einander gehalten werden. Tf. XVII. fig. 1 $\lambda$ $\mu$ $\pi$, Tf. XVIII. fig. II. $\lambda$ $\mu$ $\pi$.

Durch die Oeffnung $\zeta$ des Leitringes Tf. XVIII. fig. 4 können die Kugeln von der Schalltafel in ein mit Tuch gefüttertes Gefäss laufen, ohne irgend einen störenden Schall zu erregen.

An die Röhre $\eta$ ist eine Art von messingnem oben offenen Trichter angekittet, welcher dazu dient, die Kugeln ohne Schwierigkeit aus ihrem Gefässe in die Röhre bringen zu können.

Das ganze Instrument lässt sich durch seine 3 mit Schraubengewinden versehenen Füsse leicht horizontal stellen.

Nun zum Gebrauche des Instrumentes.

Da wir hier die zwei Elemente, welche zur Hervorbringung des Schallmasses, Gewicht und Fallhöhe, innerhalb sehr weiter Grenzen anwenden können, so dient das Instrument, die Grösse selbst der kleinsten Schallquantität zu bestimmen, welche die Gehörwerkzeuge noch zu affiziren vermag.

Bei meinen Versuchen, die Schallquantität zu bestimmen, welche meinem Ohre noch vernehmlich ist, habe ich gefunden, dass der Schall von einem 1 Milligramm schweren Korkkügelchen durch 1 Millimeter Höhe herabfallend erzeugt, für mein Ohr bei vollkommner Ruhe, also des Nachts, noch durchschnittlich vernehmbar ist. Bei 30 Versuchen dieser Art des Nachts 12 Uhr bei vollkommener Windstille habe ich den durch obiges Experiment erzeugten Schall noch mit voller Entschiedenheit 25 mal gehört, ein ähnliches Verhältniss fand auch bei einigen musikalisch gebildeten Ohren jüngerer Leute statt. Von älteren Individuen fanden sich nur wenige vor, welche diesen Schall noch zu hören vermochten, wenn sie ihr Ohr nicht geübt hatten; es gelang jedoch einigen nach mehrfacher Uebung, den obigen Schall noch mit Bestimmtheit zu vernehmen.

Ich stehe desshalb nicht an, die Schallgrösse durch den Fall eines 1 Milligramm schweren Korkkügelchens aus 1 Millimeter Höhe hervorgerufen, als akustische Dynamis anzunehmen, welche die durchschnittliche Grenze der dem gesunden menschlichen Ohre unter den Einflüssen unserer Civilisation noch vernehmbaren Schallgrössen bezeichnet, und schlage desshalb vor, *als Mass* für jede Schallgrösse, welche mit meinem Instrumente gemessen werden soll, diese akustische Dynamis das Milligrammmillimeter $M^m = \sqrt{2g}$ = dem Bewegungsmomente des fallenden Körpers anzunehmen.

Nehmen wir die Beschleunigung eines frei fallenden Körpers im luftleeren Raume im Mittel zu 9,81 Meter in der Sekunde, so würde die Zeit, welche das Kügelchen zum Durchfallen eines Millimeters gebraucht $= 0{,}014278$ einer Sekunde und die dabei erlangte Geschwindigkeit $140{,}07^{mm}$ seyn. Ist ferner die Masse oder das Gewicht unseres Fallkörpers $= M = 1$ Milligramm, so wird sein akustisches Moment oder die akustische Dynamis $= 140{,}07^{mm} \times 1$; also $M^m = 140{,}07^{mg}$ seyn.

Wir werden nun in den Stand gesetzt seyn, jede Schallgrösse mit dieser akustischen Dynamic zu messen, indem wir einfach angeben, wie vielen unserer akustischen Dynamien eine zu messende Schallgrösse gleichkömmt.

Bezeichnen wir also mit $\Phi$ die Schallgrösse, ausgedrückt in akustischen Dynamien, mit M das Gewicht der fallenden Kugel; die Acceleration durch den Fall in der ersten Sekunde = g in Millimetern ausgedrückt, mit S den durchfallenen Raum in Millimetern, so wird die einfache Formel, welche uns die gemessene Schallgrösse in Dynamien oder Bewegungsmomenten angibt, heissen:

$$\Phi = \frac{M\sqrt{2gS}}{M^{m}}$$

Aus dieser Formel ergibt sich natürlich weiter von selbst:

1) Dass sich bei gleichbleibender Fallhöhe die Anzahl der Schalldynamien wie die Gewichte der Kügelchen verhält;

2) dass bei gleichbleibendem Gewichte der Kügelchen sich die Schalldynamien verhalten wie die Wurzeln aus den Fallhöhen.

Mittelst der auf den beiliegenden Tafeln gezeichneten Maschine können wir noch eine Fallhöhe von 404$^{\text{mm}}$ erhalten.

Nehmen wir diese Fallhöhe als Extrem an und beginnen mit dem Korkkügelchen von 1 Milligramm Schwere, so erhalten wir bei obigen Fallhöhen folgende Resultate: Nämlich 1 Millimeter und 404 Millimeter als Grenzen angenommen:

| Nummern der Kugeln. | | Gewicht in Milligramm. | Akustische Dynamien bei Fallhöhen. | |
|---|---|---|---|---|
| | | | durch 1 Millimeter | durch 404 Millimeter; |
| 1. | Korkkügelchen | 1 | 1 | 20,0975 |
| 2. | Bleikügelchen | 10 | 10 | 200,975 |
| 3. | ” ” | 40 | 40 | 803,90 |
| 4. | ” ” | 100 | 100 | 2009,75 |
| 5. | ” ” | 1380 | 1380 | 27737,6 |
| 6. | ” ” | 3775 | 3775 | 75876,5 |
| 7. | ” ” | 6320 | 6320 | 127000,0 |
| 8. | ” ” | 10000,0 | 10000,0 | 277376,00 |

Es wird also schon durch 7 Kügelchen möglich, ununterbrochen alle Schallgrössen von 1 bis zu 277376 Dynamien zu messen.

Das Instrument selbst stellt man am besten auf einen Dreifuss, dessen man sich zur Aufstellung von Theodoliten oder Messtischen bedient, um die Gabel u und u¹ gerade in die Höhe des Ohres bringen zu können.

Will man mittelst desselben eine Schallgrösse messen, so wähle man sich als vorbereitenden Versuch eine Kugel, von welcher man vermuthen kann, dass sie hinreichend schwer sey, als Mass für den zu vergleichenden Schall zu dienen.

Man lässt sie dann aus freier Hand immer höher und höher herabfallen, bis man ihren Schall neben dem zu vergleichenden vernimmt.

Hat man durch diese Versuche Grösse der Kugel und Fallhöhe annähernd ermittelt, so bedient man sich erst der Maschine, um ein genaues Mass der Fallhöhe zu erhalten.

Wir haben schon Eingangs erwähnt, dass zur Ermittlung der phonometrischen Schallgrösse, welche gerade dem zu messenden Schalle gleich ist, eigentlich zwei Versuche nothwendig seien, der eine, den wir A nennen, der die Quantität unserer phonometrischen Schallgrösse ermittelt, wenn sie gerade neben dem zu erforschenden Schall vernommen wird; der zweite Versuch wird der = B seyn, wodurch die Schallgrösse ermittelt wird, welche hinreichend ist, den zu messenden Schall unhörbar zu machen.

Wir müssen obige einfache Formel für A et B benützen. In A können wir die Pincette anwenden, für B müssen wir die Kugelröhre gebrauchen und dann natürlich aus der Summe das arithmetische Mittel ziehen, $X = \frac{A+B}{2}$, welches uns dann die Gleichheitsgrösse des verglichenen Tones angibt.

Wir können den zu messenden Schall als absolute Schallgrösse betrachten, wie sie eben auf unser Ohr einwirkt, unbekümmert um die Quelle dieses Schalles; wir können uns also die erregende Ursache unendlich nahe oder unendlich ferne denken.

Betrachten wir jedoch unsern zu messenden Schall als relative Schallgrösse, nämlich in Beziehung auf den Ort ihrer Entstehung, so müssen wir mit obiger Grösse X noch, wie es sich von selbst versteht, das Quadrat der Entfernung der Schallquelle multipliciren, um die wahre Schallgrösse zu erhalten, woraus $XD^2$ entsteht, wenn wir die constante Entfernung der Ohröffnung in unserm Instrumente von der Schallgrösse = 1 annehmen.

Wir müssen uns dieser Weise auch bedienen, wenn der Schall, den wir messen wollen, stärker ist, als das Maximum des Schallquantums, das wir mittelst unseres Phonometers erzeugen können.

In diesem Falle entfernen wir uns mit unserm Instrumente so lange von der Quelle des zu messenden Schalles, bis wir im Stande sind, ihn mit unserm Phonometer zu messen.

Um die Fallkugel von der Pincette immer so gefasst zu erhalten, dass man mittelst des auf der Scala abgelesenen Masses genau die Entfernung des tiefsten untersten Theiles der Kugel von der Platte erhält, oder mit andern Worten, dass die Schallplatte gerade die tangirende Ebene der Schallkugel bildet, legt man bei kleinen Kügelchen einfach das Kügelchen auf die Schallplatte, fasst das Postament, welches die Schallplatte trägt, mit einer Hand, hebt es in die Höhe und bringt die Stelle der Fallplatte, worauf das Kügelchen liegt, gerade unter die Pincette, öffnet mit der andern Hand dieselbe und schiebt nun mittelst der Schallplatte das Kügelchen so tief zwischen die Spitzen der Pincette, dass diese Spitzen die Glastafel berühren. Tf. XVIII. fig. 2.

Wenn ich mich der Kugelröhre bediene, um einen dauernden Schall zu erzeugen, so kehre ich mittelst eines oben zugeschnittenen steifen Pinsels die Schrote, welche auf der Schallplatte liegen, in das untergesetzte Gefässe, aus welchem man dann die Kugeln leicht und rasch wieder in die Kugelröhre laufen lassen kann.

Man kann sich aber auch, nachdem man einmal mit diesem Urmass versehen ist, jedes andern Schalles, den man nach Belieben in derselben Stärke wieder zu erzeugen im Stande ist, als Mittel zur Vergleichung des zu messenden Schalles mit dem Urmasse bedienen. So ist es sogar bequemer, wenn man einen dauernden Schall erregen will, um mittelst desselben einen momentanen Schall, z. B. einen Kanonenknall zu messen, sich dazu einer Windlade zu bedienen, welche durch einen Blasebalg nach Art der Cylindergebläse bei den Eisenhohöfen eingerichtet mit comprimirter Luft versehen wird. Als Schallwerkzeug eignet sich eine gewöhnliche durchschlagende Zunge, die man aber, wenn nöthig des stärkeren Tones wegen, aus Stahl macht, am allerbesten.

Man braucht nur mehr Gewicht auf den Balg zu legen, um den Ton zu verstärken, oder Gewicht abzunehmen, um denselben schwächer zu machen.

Ein Quecksilbermanometer an der Windlade angebracht, misst die jedesmalige Spannung der Luft.

Da man auf diese Weise durch dasselbe Gewicht immer dieselbe Tonstärke hervorbringen kann, so lässt sich jede solche Stärke bei Vergleichung mit dem Phonometer leicht in Schalldynamien angeben.

Auch construirte ich einen tragbaren Apparat dieser Art, bei welchem die Zunge mittelst der Lunge in Schwingung versetzt werden kann.

Es besteht ganz einfach aus zwei rectangulären prismatischen Kanälen, jeder etwa von 6 Zoll Länge und 2 Zoll Breite, aus Holz, eine Art von Windlade darstellend, welche rechtwinklig aneinander gefügt und an den Enden geschlossen sind.

Wenn man diesen Windkanal horizontal legt und das Ende der innern Seite des einen Schenkels an den Mund bringt, so muss die innere Seite des zweiten Schenkelendes gerade dem einen Ohre gegenüber zu stehen kommen.

An diese Stelle bringt man die durchschlagende Zunge mit ihrem Lager an; am entgegengesetzten Ende, das dem Munde gegenübersteht, ein Mundstück, vermittelst dessen man Wind in den Kanal bläst und die Zunge zum Ansprechen bringt, welche nach dieser Einrichtung gerade dem einen Ohr gegenüberliegt. Zwei Füsschen, welche sich da an den Kopf stützen, halten diese Zunge immer in der bestimmten Entfernung vom Ohre.

Man befestigt die Zungen, wie diess die Orgelbauer zu thun pflegen, bloss mittelst zweier vertikal auf die Windlade gestellter beweglicher Zwingen, so dass man schnell eine stärkere Zunge mit einer schwächeren oder umgekehrt vertauschen kann, wenn die eben aufgepasste Zunge einen zu starken oder zu schwachen Ton hervorbringen sollte.

Um nun auch die Spannung des Windes zu messen, mittelst welcher die Zunge zum Tönen gebracht wird, ist an der über dem Mundstücke liegenden Stelle des Kanals ein Quecksilbermanometer eingelassen, welches in der gewöhnlichen Weise aus einer hebeartig gebogenen Glasröhre besteht.

Eine $4\frac{1}{2}^{mm}$ im Lichten weite Röhre von dünnem Glase ist etwa in einer Höhe von $52^{mm}$ in einem engen Knie abwärts, dann nach etwa $49^{mm}$ wieder in einem engen Knie aufwärts gebogen, so dass dieser Theil des Hebers $75^{mm}$ lang bleibt. Er dient als eigentliche Messröhre.

Man giesst in diesen Schenkel Quecksilber, bis es in beiden Schenkeln $32^{mm}$ hoch steht, von da an ist die Röhre aufwärts entweder in Millimeter getheilt, (mehr als dreissig sind nicht nöthig) oder es befindet sich an ihr eine am besten etwas verschiebbare weisse Scala.

Man macht diese Scala am besten mit scharfen, deutlichen Ziffern auf weissem Grunde, dass die Höhe der Quecksilbersäule, auf welche sie durch die Lunge gehoben worden ist, leicht abgelesen werden kann.

Um die Scala in solcher Nähe noch deutlich sehen zu können, ist zwischen dem Auge und der Scala eine Linse von etwa zwei Zoll Brennweite angebracht.

Da die Veränderung des Quecksilberspiegels, auch wenn die Windlade vollkommen geschlossen ist, wegen beschränkter Kraft der menschlichen Lunge wohl nie $29^{mm}$ übersteigt, so lassen sich durch die Loupe die Scalentheile leicht ablesen ohne dass man genöthigt wäre, die Stellung des Auges zu verändern.

Nimmt man das Manometer von der Windlade ab, um es wieder einzupacken, so verschliesst man einfach zuerst die obere, dann die untere Oeffnung mittelst eines feinen Korkstöpselchens, um das Quecksilber am Herauslaufen zu verhindern. Ebenso lässt man, wenn das Manometer auf die Windlage gesteckt werden soll, das Quecksilber in den einen Schenkel laufen, an welchem die Scala befestigt ist, entfernt dann vom entgegengesetzten Theile der Manometerröhre das Stöpselchen und schiebt nun das offene Ende in die auf der Windlade angebrachte Hülse. Steht das Manometer nun fest und senkrecht, so wird auch der obere Theil der Röhre geöffnet.

Hat man vermittelst dieses leicht fortzuschaffenden Instrumentes irgend einen Ton auf die angeführte Weise verglichen, so kann natürlich die zur Vergleichung angewandte Tonquantität auch zu Hause wieder erzeugt werden, da man den Stand des Manometers kennt, unter welchem er erzeugt worden ist.

Zum Anblasen zu Hause bedient man sich der Lungen oder des Gebläses, und hat dann Musse genug, das erhaltene Schallquantum mittelst des Phonometers in Schalldynamien zu bestimmen.

Es ist kaum nöthig zu erinnern, welche mannigfaltige Anwendung von einem solchen Instrumente sowohl im Gebiete der Akustik als dem mit ihr so nahe verwandten Zweig der praktischen Musik, ja selbst der Medicin gemacht werden kann.

In der Physik wird es uns möglich werden, die Modificationen, welche ein bestimmter Schall durch verschiedene Umstände immer erleidet, z. B. durch Luftströme — messen, und diese Modificationen wissenschaftlich, das heisst in Mass und Zahl, ausdrücken zu können.

Im Gebiete der Medicin lassen sich mit diesem Instrumente der Grad der Stärke und Schwäche des Gehörorganes überhaupt und die Variationen derselben zu verschiedenen Zeiten und unter besondern Umständen mit Sicherheit bestimmen. Ebenso kann das quantitative Hörvermögen einzelner Individuen vergleichend dargelegt werden, und eben so ist es möglich, die verschiedenen quantitativen Eindrücke des Schalles auf verschiedene Individuen durch unsere phonometrische Normalgrösse mit aller Sicherheit zu messen.

Es wird ferner auch möglich, das Schallquantum musikalischer Instrumente messend zu bestimmen, was bis zu diesem Augenblicke unausführbar war. Denn nur das individuelle Gefühl gab bisher den einzigen Anhaltspunkt zu einer höchst oberflächlichen Schätzung; eine lange Erfahrung hat aber gelehrt, wie unsicher und anders bei jeder andern Individualität dieser Anhaltspunkt war.

Der Arzt, der sich mit den Krankheiten des Ohres beschäftigt, hat nun das so nothwendig genaue Mass für die Schärfe oder Schwäche des Gehöres, und ebenso für die Zu- und Abnahme der Harthörigkeit seiner Patienten.

Ja selbst früher unmerkbare oder zweifelhafte eben beginnende krankhafte Veränderungen des Gehörorganes lassen sich mittelst dieses Instrumentes mit voller Sicherheit bestimmen und deshalb zweckgemässe Heilmittel zu einer Zeit anwenden, wo man sich noch Hilfe von ihrer Anwendung versprechen kann.

In anderer Weise wird das Phonometer zur Entscheidung mancher technischen Streitigkeiten dienen, wozu bis jetzt noch gar kein nur einiger Massen verlässiger Anhaltspunkt gegeben war.

NATURAL HISTORY

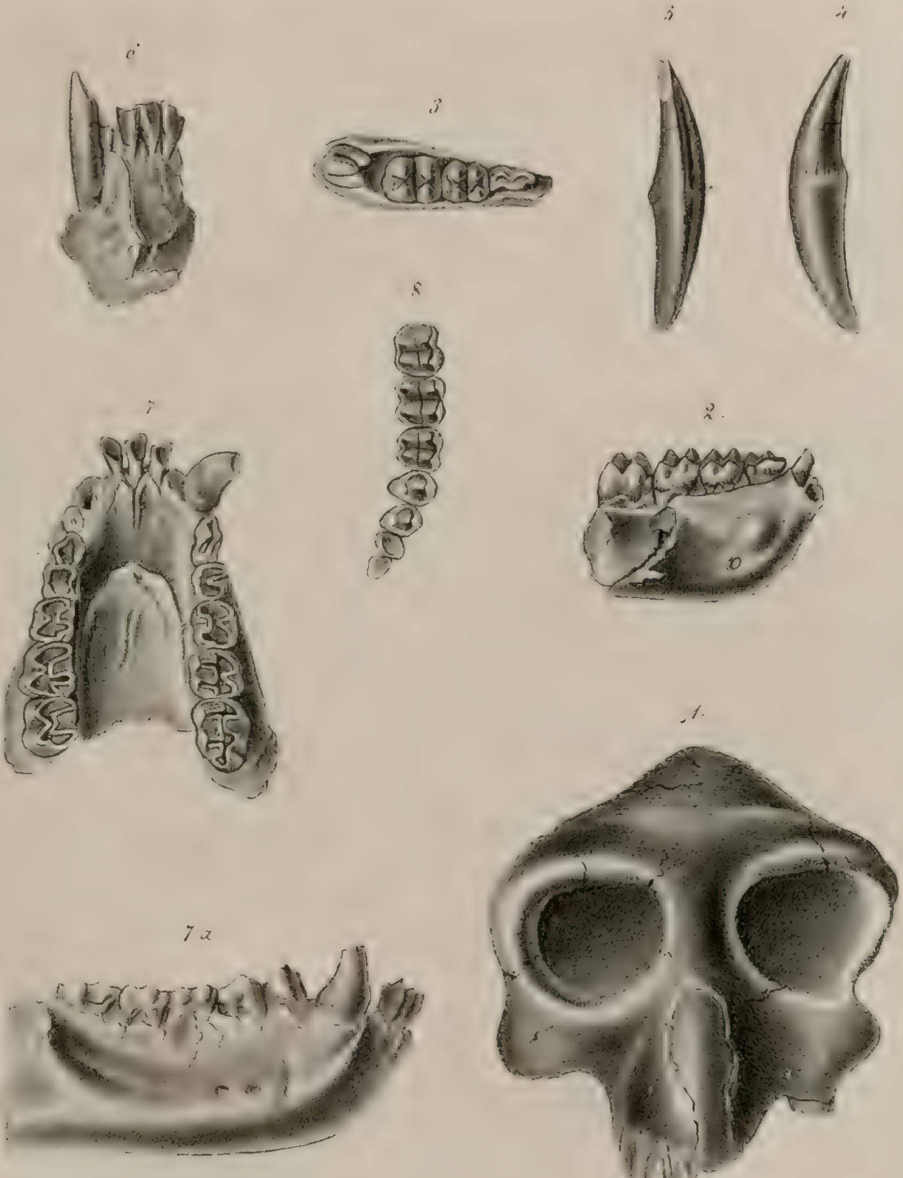


Fig. 1-6. Mesopithecus pentelicus. Fig. 7-8. M. major.

L HISTORY.

NATURAL HISTORY

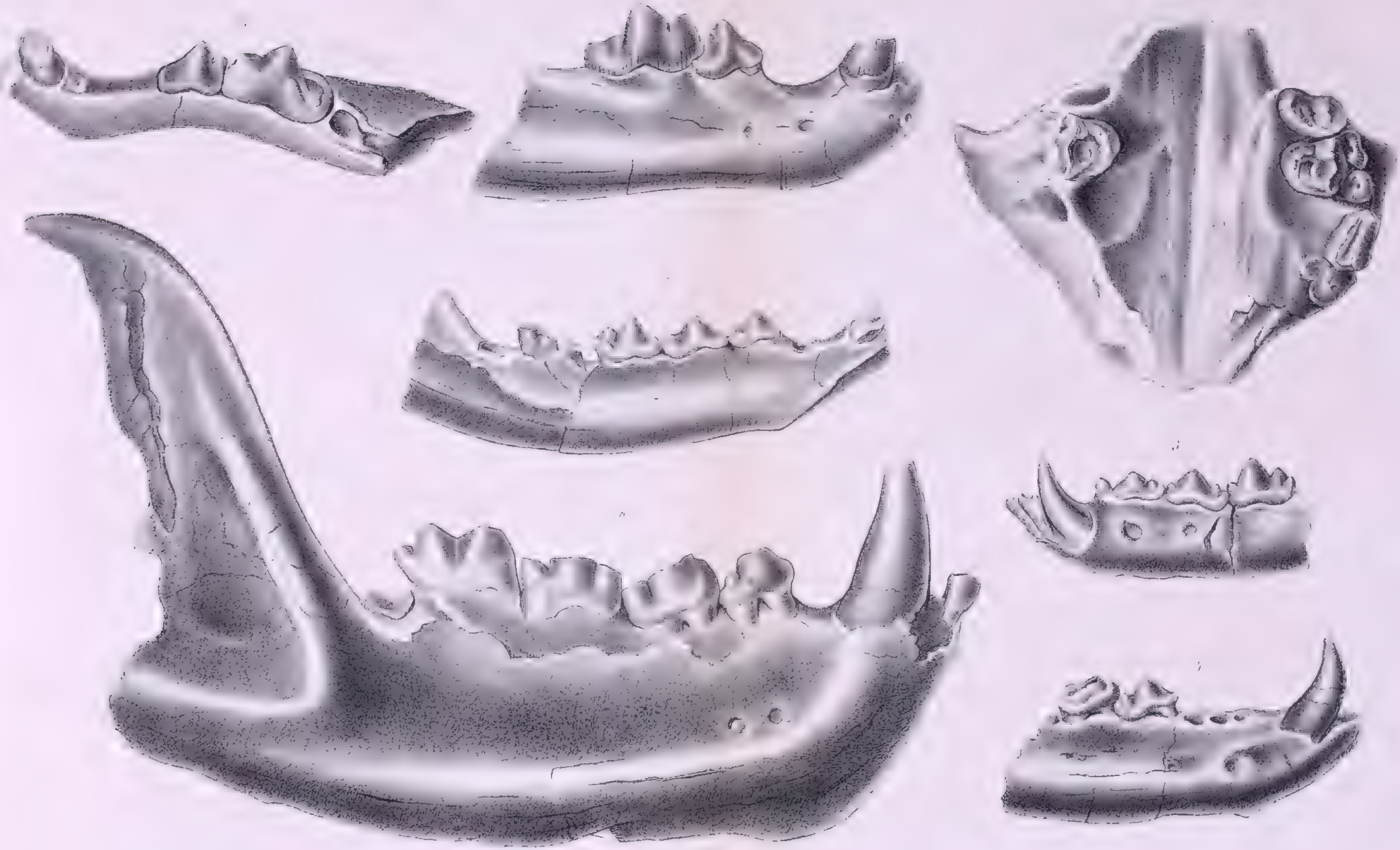
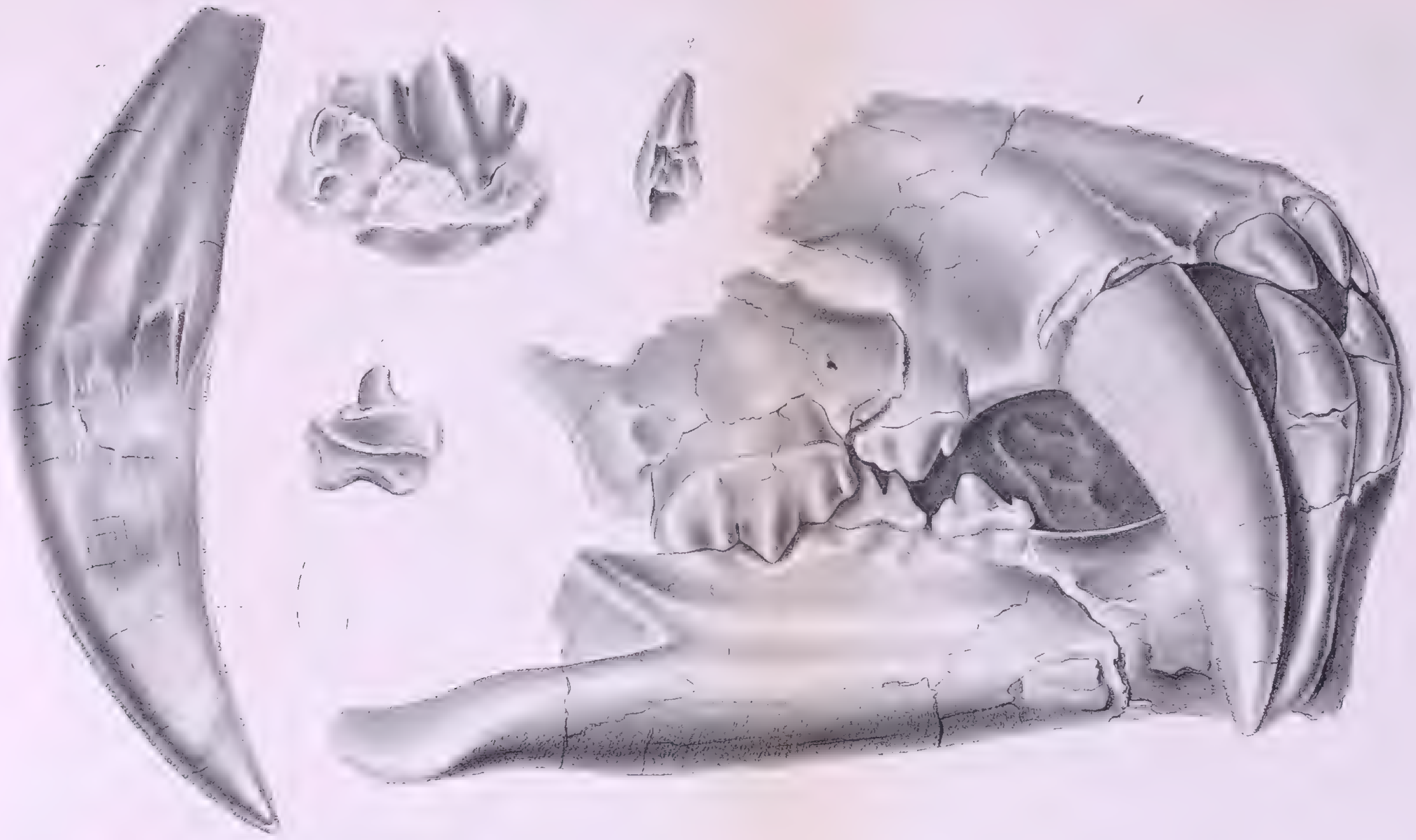


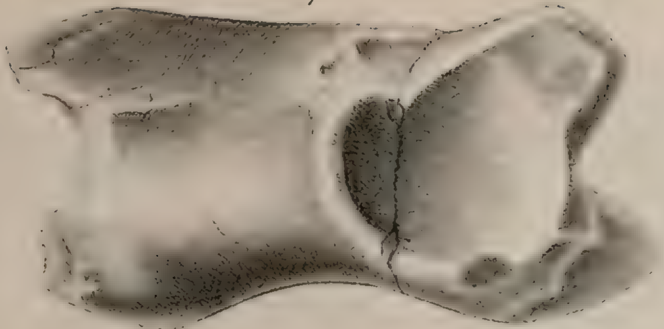
Fig. 1-2. Gulo primigenius. Fig. 3-5. Ictitherium viverrinum. Fig. 6 Hyaena eximia. Fig 7 Canis lupus

Abh

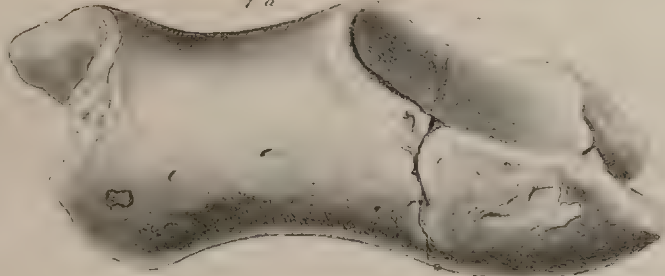


Machaerodus leoninus

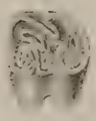
1



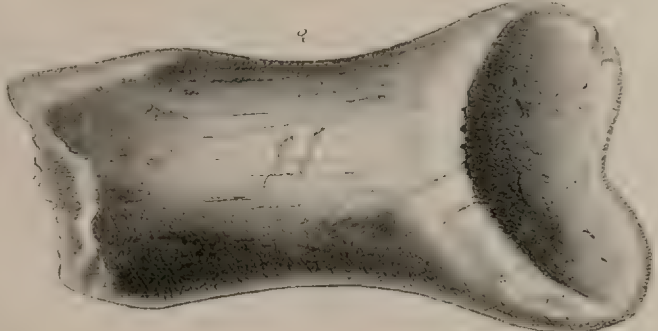
1 a



3



2



2 a

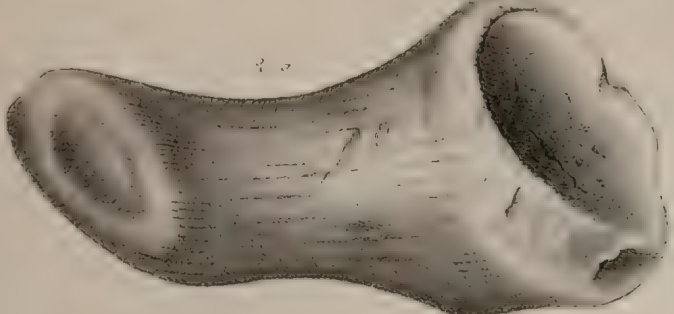


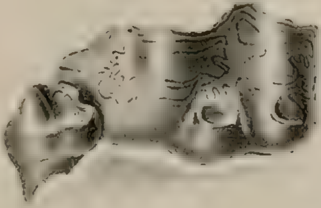
Fig. 1-2. a. Macrotherium. Fig. 3. Castor atticus.

Abh. der math. physik. Classe Bd. VI. Abth. 2.

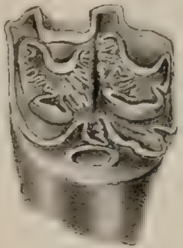
zu Roth u. Wagner's foss. Rest. v. Pikermi. Tab. 4.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

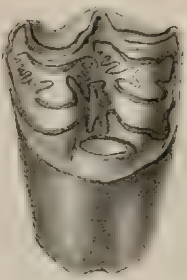
2.



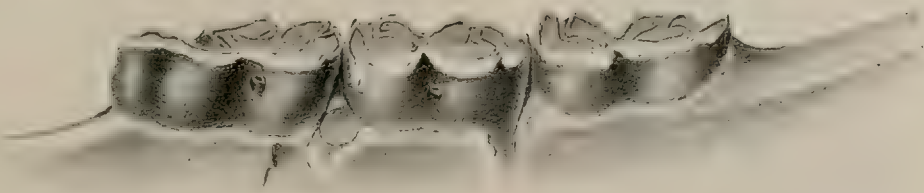
3.



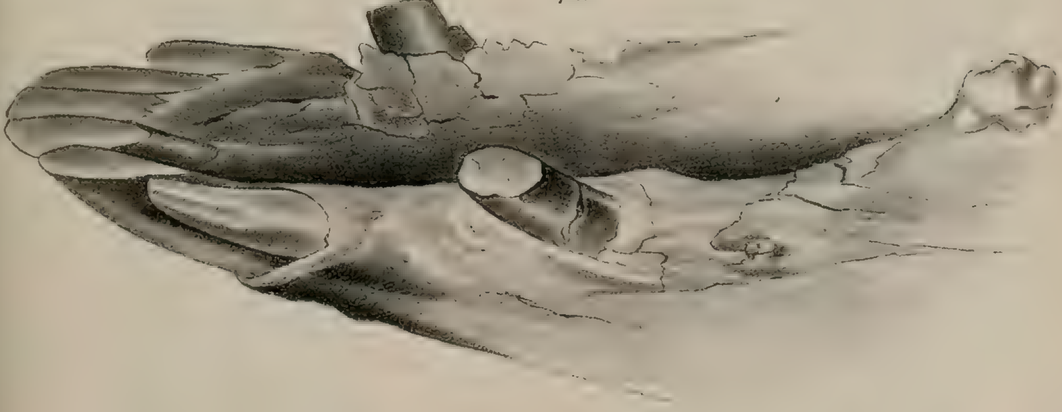
4.



5.



1 a.



1.

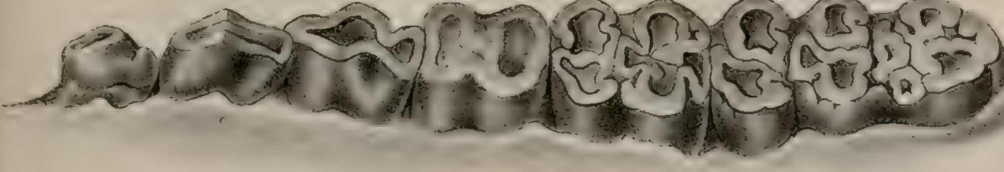


Fig. 1-1a. Sus erymanthius. Fig. 2-5. Hippotherium.

Abh. der math. physik. Classe Bd. III Abth. 2.

Zu Roth u. Wagner's foss. Rest. v. Pikermi. Tab. 5.

NATURAL HISTORY.

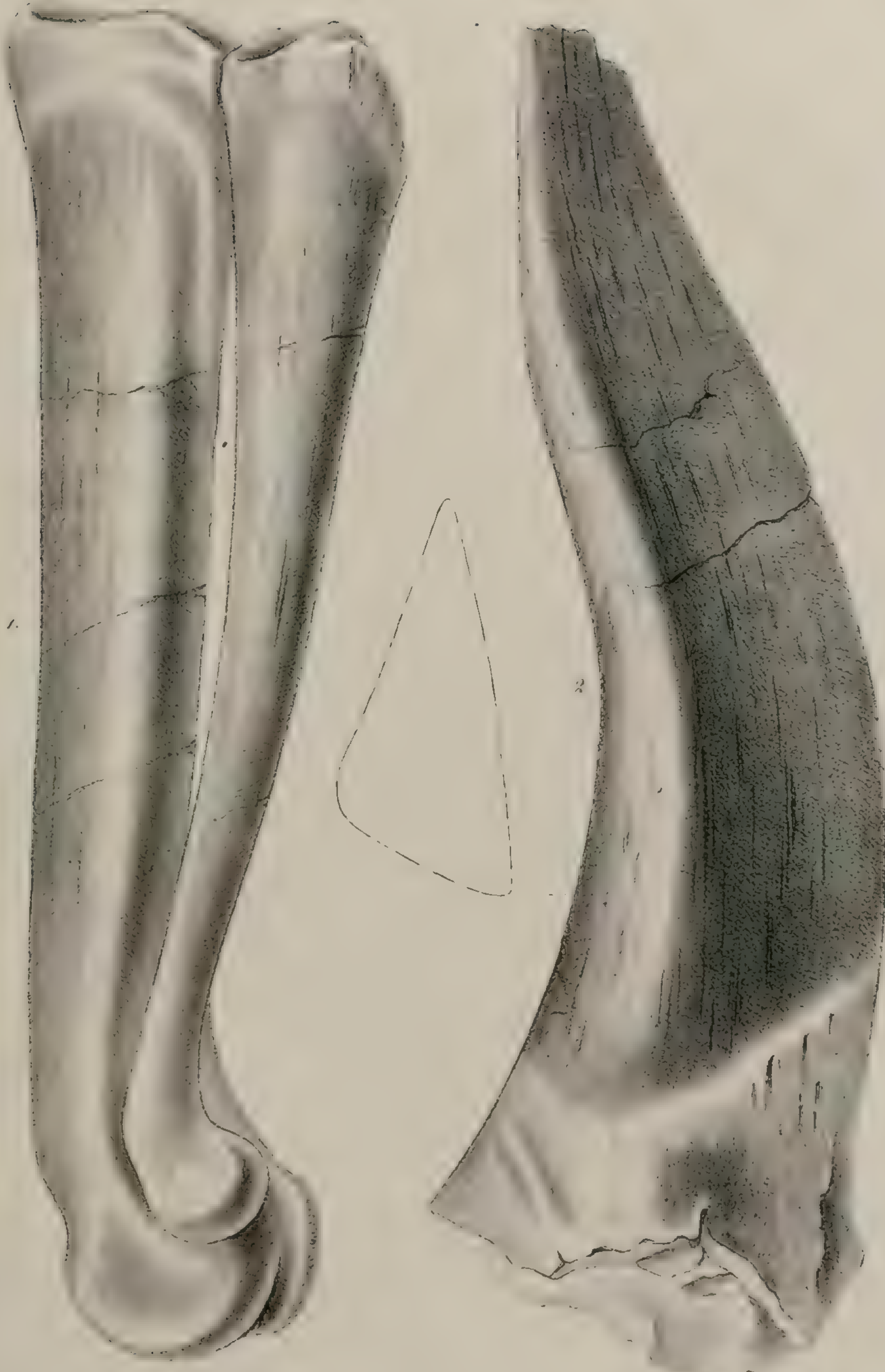


Fig. 1. Hippotherium [illegible] Capra amalthea.

NATURAL HISTORY

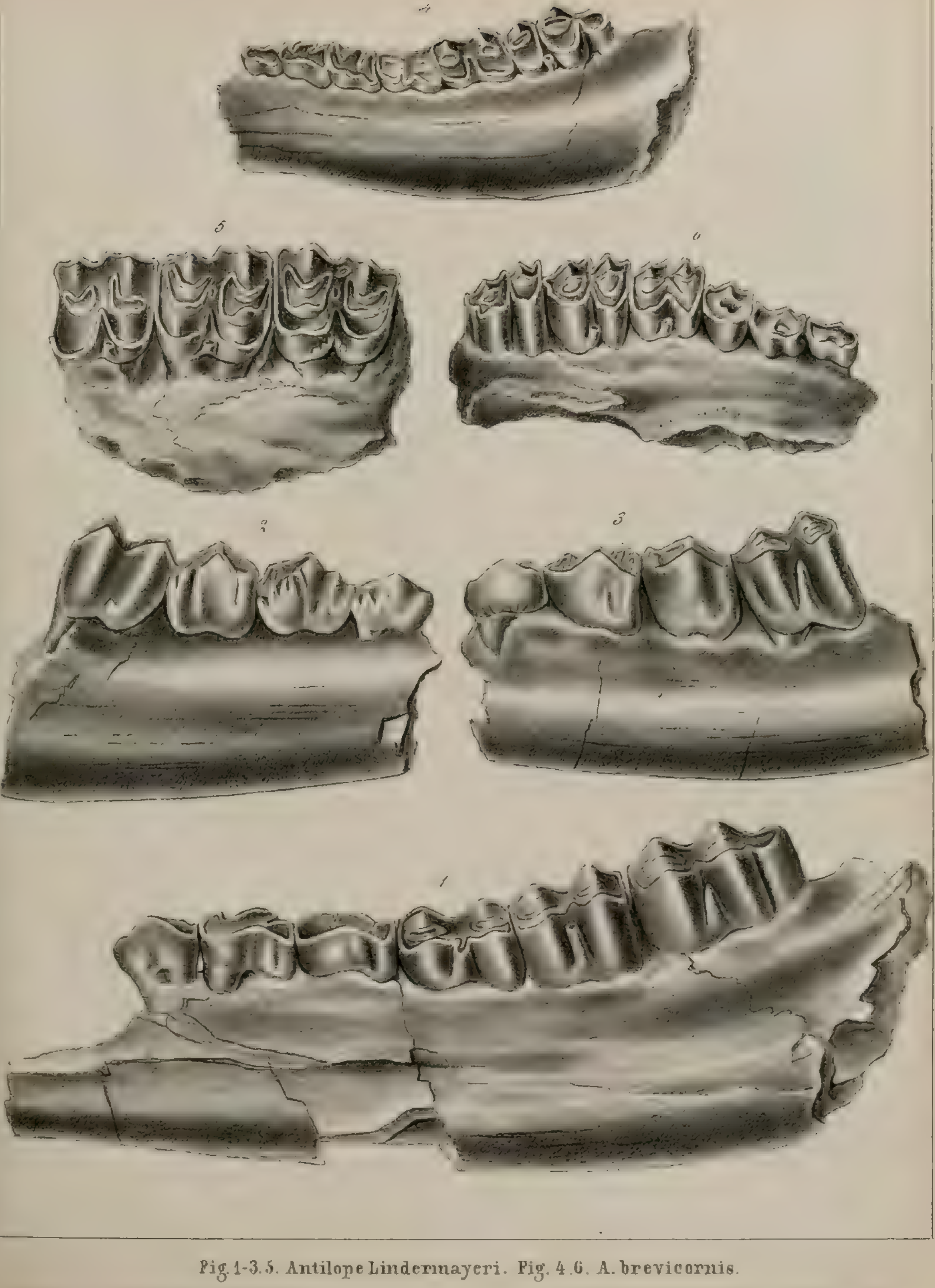
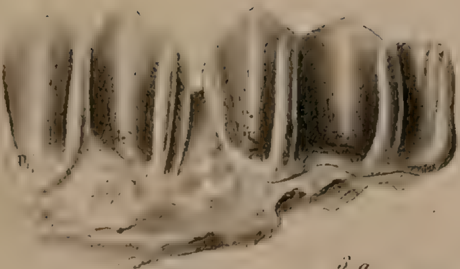


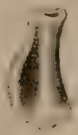
Fig. 1-3. 5. Antilope Lindermayeri. Fig. 4. 6. A. brevicornis.

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY.

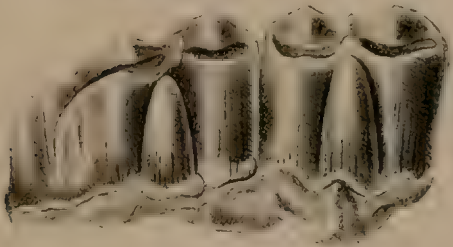
3



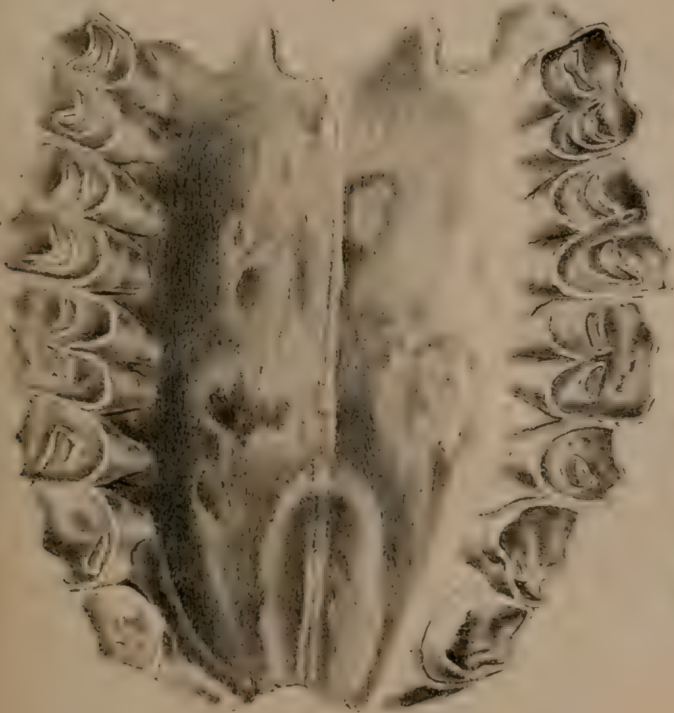
4



3 a



1.



2

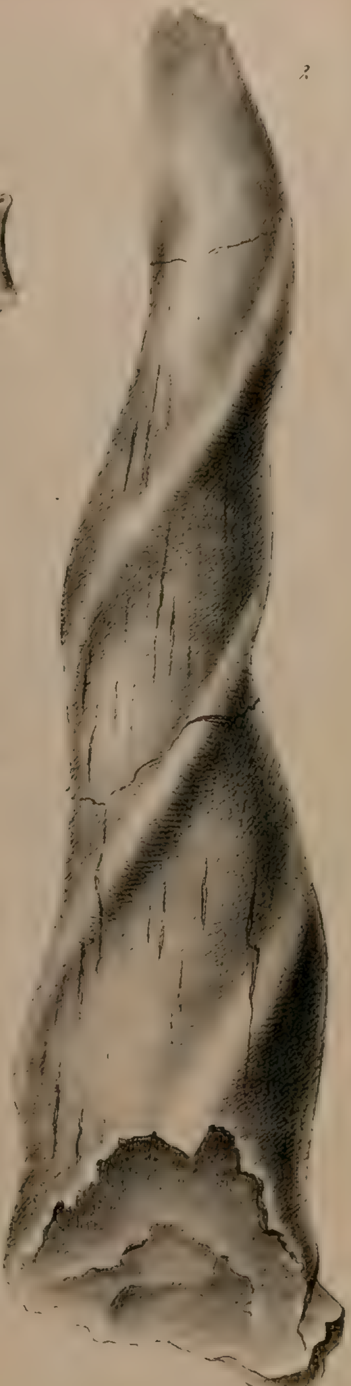
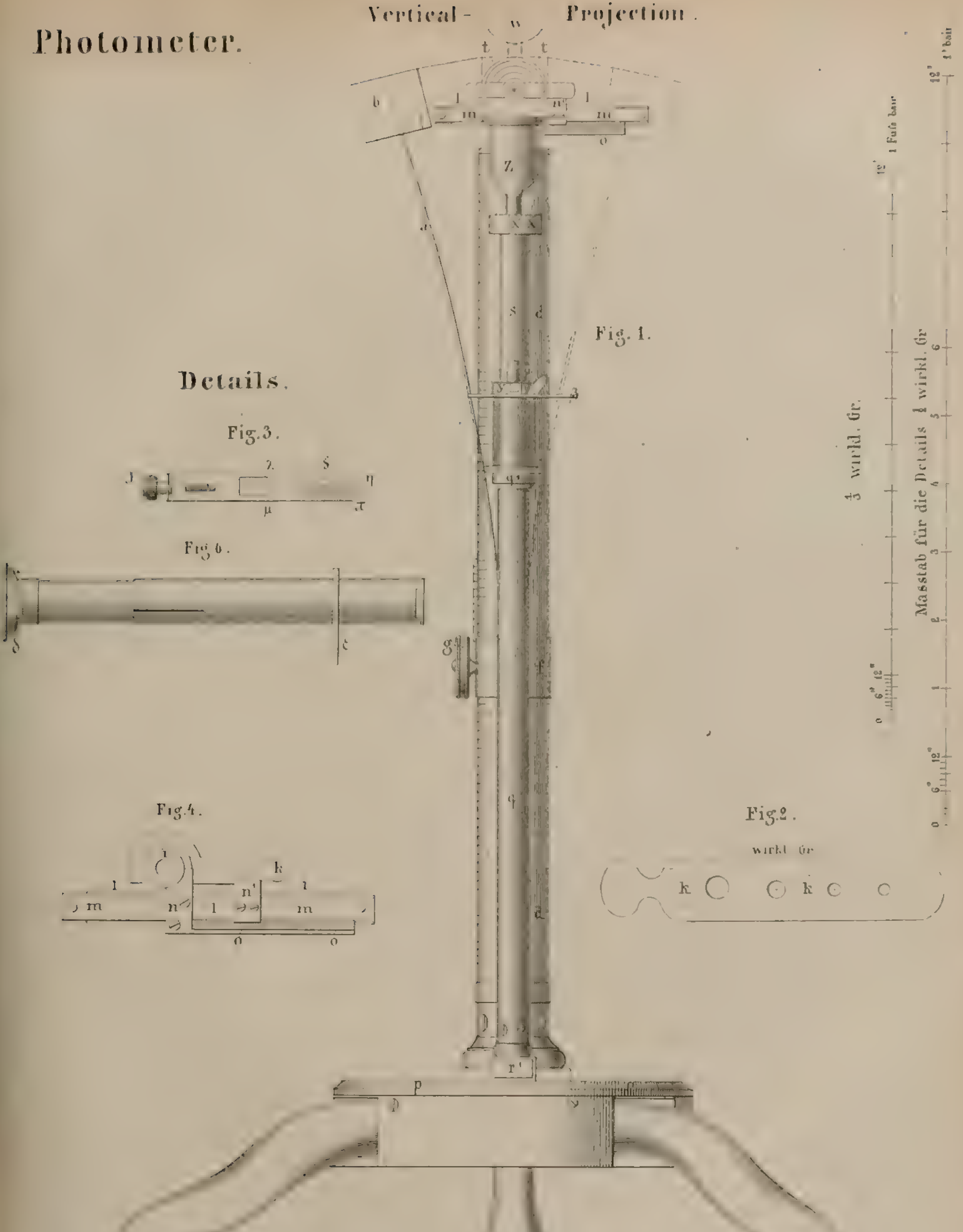


Fig 1 Antilope speciosa Fig 2 A Lindermayeri Fig 3. Bos marathonius Fig 4 Ornitholites

BRITISH MUSEUM NATURAL HISTORY

# Photometer.

## Vertical - Projection.

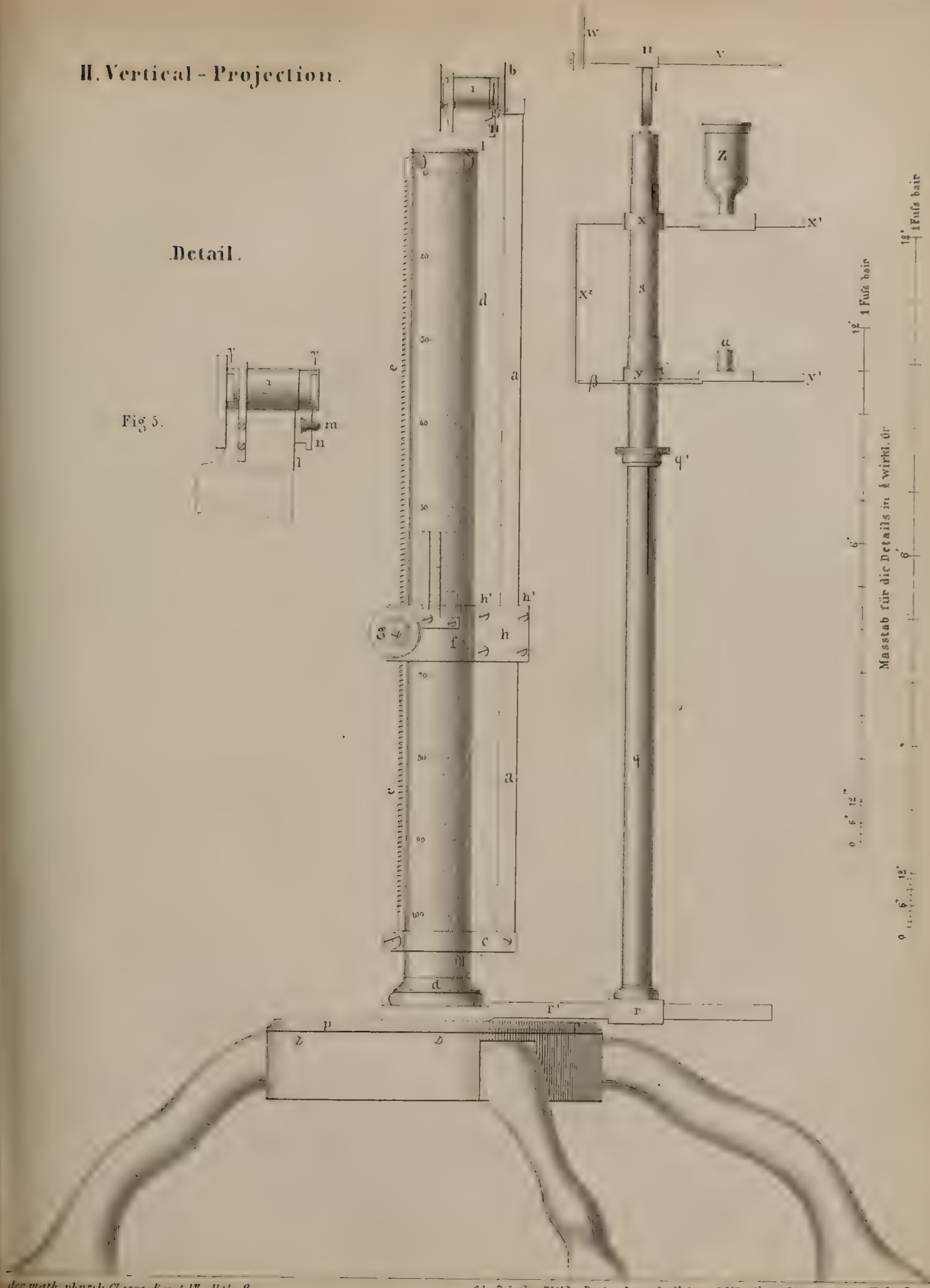

w
t
t
b
l
l
n'
m
m
o
z
x x
s
d
a
y
β
Fig. 1.
q
g
f
q
d
r'
p
p
Details.
Fig. 3.
ϑ
λ
ς
η
μ
π
Fig. 6.
γ
δ
ε
Fig. 4.
i
l
k
l
m
n'
n'
l
m
o
o
Fig. 2.
wirkl. Gr.
k
k
1/3 wirkl. Gr.
Masstab für die Details 1 wirkl. Gr
1 Fuss bair
1' bair
12'
12'
6
5
4
3
2
1
0
6"
12"
0

## II. Vertical - Projection.

### Detail.

Fig 5.

r
r
i
m
n
l


w
u
v
b
i
l
n
t
Z
x
x'
x²
s
α
β
y
y'
q'
d
a
e
20
30
40
50
h'
h'
g
f
h
70
80
90
100
e
a
c
d
q
r'
r
p
b
b
1 Fuß bair
12'
6'
1 Fuß bair
12'
6'
Masstab für die Details in ¼ wirkl. Gr.
0 6' 12'
0 6' 12'

NATURAL HISTORY

# Phonometer.

Vert. Proj.

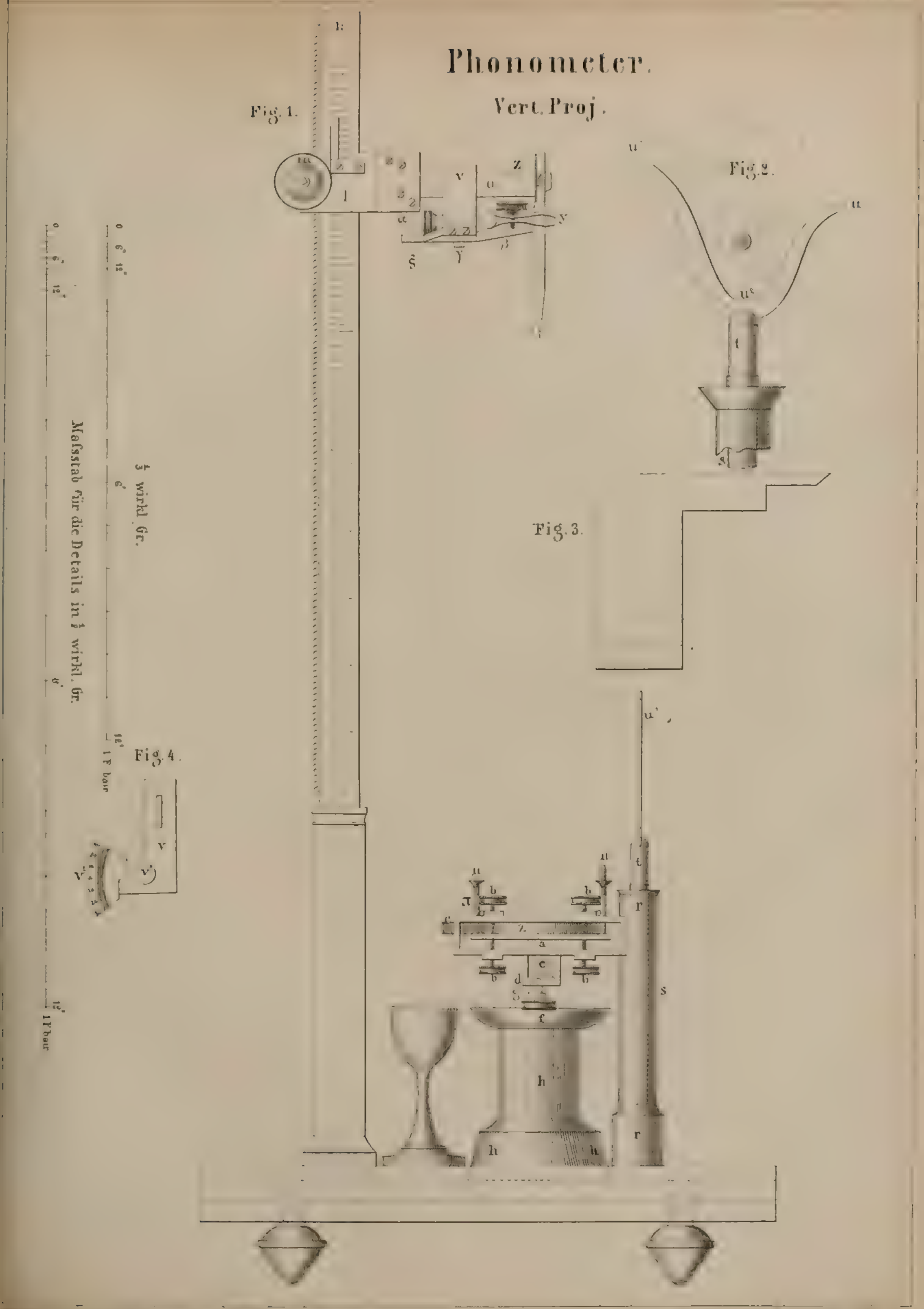


Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
k
m
s
l
z
v
o
y
α
β
γ
ξ
u'
u
u°
t
s
r
π
b
c
a
d
f
h
V
V'
0
6"
12"
1 F. bav.
1/3 wirkl. Gr.
Maſsstab für die Details in 1/4 wirkl. Gr.

H·STORY.

## Details.

Fig 1.

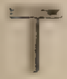


Fig 2.

Fig 3.

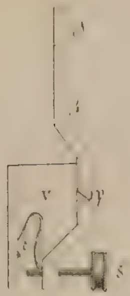


Fig 4

Fig. 5

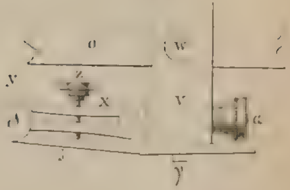
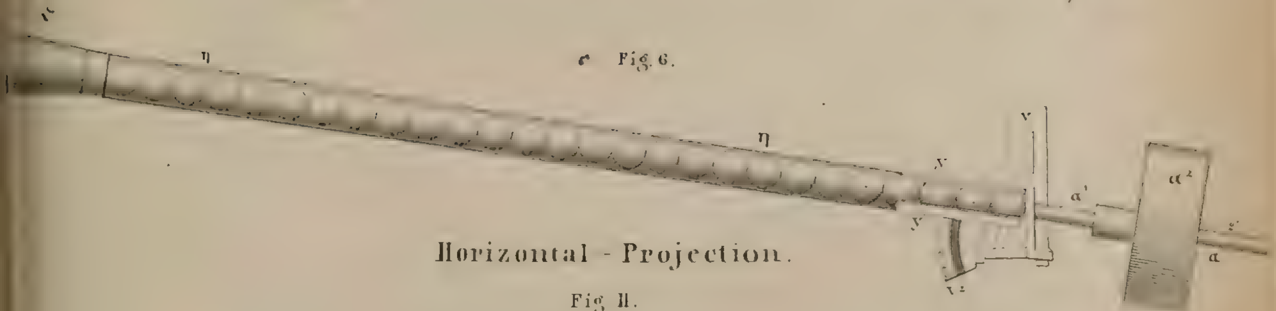
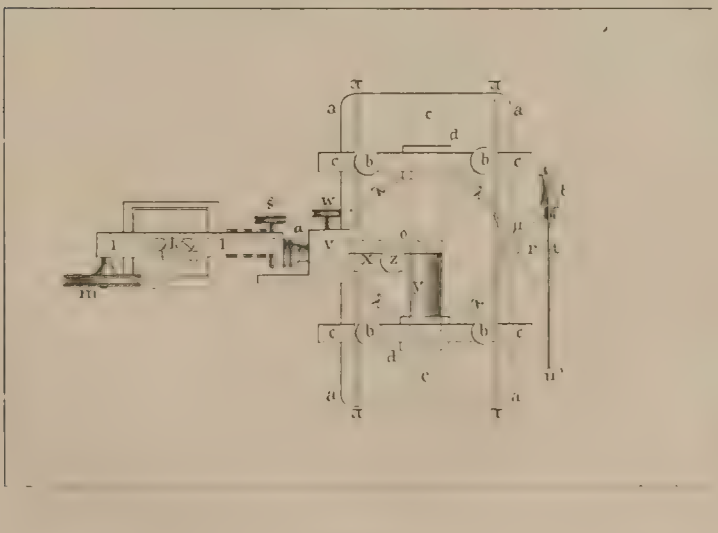


Fig. 6.


η
η
v
v
y
α¹
α²
α

## Horizontal - Projection.

Fig II.


π
π
a
a
c
d
c
b
b
c
s
w
a
v
o
x
z
y
μ
r
t
t
l
l
m
c
b
b
c
d¹
c
a
a
π
π
u

⅓ wirkl. Gr.

0 6" 12" 6' 12' 1 F bair

Maſsstab für die Details in ½ wirkl. Gr

0 6" 12" 6' 12' 1 F bair

H.STORY

# ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMAT.-PHYSIKALISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN

# AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

---

SIEBENTEN BANDES
DRITTE ABTHEILUNG.
IN DER REIHE DER DENKSCHRIFTEN DER XXVIII. BAND.

---

MÜNCHEN.
1855.
VERLAG DER K. AKADEMIE,
IN COMMISSION BEI G. FRANZ.

# Inhalt.

Seite

Theorie und Anwendung des „Seitendruckspirometers“, eines neuen Instrumentes zur Bestimmung der Respirationsluft. Von Dr. *E. Harless* . . . 527

Bemerkungen über den Zusammenhang zwischen dem Bildungsgesetze eines Kettenbruches und der Art des Fortgangs seiner Näherungsbrüche. Von Dr. *L. Seidel* . . . . . . . . . . . 559

Ueber die Zersetzungen salpetersaurer Salze durch Kohle. Von Dr. *A. Vogel, jun.* . . . . . . . . . . . 603

Beitrag zur Kenntniss der Ostracoden. Von Dr. *Seb. Fischer.* Mit 2 Tafeln 635

Beitrag zur Kenntniss der oxalsauren Salze. Von Dr. *A. Vogel, jun.* . 667

Beiträge zu einer wissenschaftlichen Begründung der Lehre vom Mienenspiel. Von Dr. *E. Harless* . . . . . . . . . . . 697

Ueber die nächste Ursache der spontanen Bläuung einiger Pilze. Von Dr. *C. F. Schoenbein* . . . . . . . . . . 723

# ABHANDLUNGEN

DER

MATHEMAT.-PHYSIKALISCHEN CLASSE

DER KÖNIGLICH BAYERISCHEN

AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

SIEBENTEN BANDES

DRITTE ABTHEILUNG.

# Theorie und Anwendung
des
# „Seitendruckspirometers,“
eines
## neuen Instrumentes zur Bestimmung
der
## Respirationsluft

von

**Dr. Emil Harless.**

# Theorie und Anwendung
des
# „Seitendruckspirometers,“
eines neuen Instrumentes zur Bestimmung
der
Respirationsluft,
von
**Dr. Emil Harless.**

Seit Hutchinson *) seine ausgedehnten Untersuchungen über die Menge der ausgeathmeten Luft an verschiedenen gesunden und kranken Individuen angestellt hat, wurden dieselben theils mit den aus England direkt bezogenen, theils mit (z. B. von J. Vogel) verbesserten „Spirometern“ fortgesetzt. Man wird leicht einsehen, dass meine jüngst veröffentlichten Studien (in Vierordts Archiv) über die elastischen Kräfte der Respirationsorgane im nächsten Zusammenhange mit der Frage nach der in einer Lunge befindlichen Luftquantität stehen; denn es liegt uns daran, das mechanische Moment jener elastischen Kräfte kennen zu lernen, wofür die Bestimmung des aërostatischen Druckes, wie wir ihn mit unseren Manometern finden, durchaus nicht zureichend ist.

---

*) Von der Capacität der Lungen und von den Athmungsfunctionen von Hutchinson, übersetzt von Dr. Samosch.

Jeder weiss, dass es bei einer Luftpumpe sehr ungleiche Grade von Kraftanstrengung kostet, die Luft bis zu einem gewissen Punkt, etwa $\frac{1}{2}$ Atmosphäre, zu verdünnen, je nach der Grösse des Rezipienten, in welchem der Manometer steht. Dieses Gefühl der Kraftanstrengung ist der subjective Maassstab für die „lebendige Kraft“, welche zu irgend einer bestimmten anderen Arbeit verwendet werden könnte, und sie ist es, welche wir bei den elastischen Massen der Respirationsorgane nicht blos subjectiv wahrnehmbar, sondern objectiv messbar gemacht wünschen; sie ist es, welche bei der tonlosen Exspiration zur Fortschaffung der Luft (bei der tönenden ausserdem noch zur Erzeugung von Schwingungen) verwendet wird. Die gesetzlichen Verhältnisse, in welche die Spannungskräfte und die Luftquantität zu einander zur Abschätzung des Arbeitsvermögens oder der Leistung gesetzt werden müssen, geben die aërostatischen Formeln.

Setzt man p und p' für Spannkräfte, $V$ und $V'$ für die Volumina ein und derselben Quantität Luft, so ist die Leistung L, die nöthig ist, um ein Volum $V$ von der geringen Spannung p in die grössere p zu versetzen:

$$L = 2{,}3026\ V\ p\ \lg\left(\frac{p'}{p}\right)$$

$$= 2{,}3026\ V'\ p'\ \lg\left(\frac{V}{V'}\right).$$

Denselben Werth hat L, wenn die höhere Spannung p' eines Luftvolumen V' in die tiefere p umgesetzt wird *). Diese Formeln gelten unmittelbar für den Fall, in dem die Luftquantität in der Lunge constant erhalten und nur der Raum des Luftbehälters vergrössert oder verkleinert wird, wenn also z. B. der vor den Mund gehaltene Pneumatometer bei gleichzeitig zugehaltener Nase den Ausweg aus dem Behälter verschliesst. Ist nun auch auf diese Weise der Wechsel der Luftmenge in diesem in Beziehung auf die einfache mechanische Strömung ausgeschlossen, so bleibt noch die Möglichkeit für einen solchen in Folge von Absorption oder Ausscheidung dunst- oder gasförmiger Massen bei der unter dem pneumatostatischen und hämodynamischen Druck stattfindenden Berührung der Luft und des Lungenblutes.

Vergleichungen der Mengen trockner Einathmungs- und Ausathmungsluft, welch letztere nach Berthollet eine im Mittel $\frac{1}{41}$ der Einathmungsluft betragende Abnahme gezeigt hat, können natürlich hier nicht maassgebend seyn. Untersuchungen zur Erledigung der Frage, wie sie oben gestellt wurde, liegen nicht vor, da alle bisherigen Untersuchungsmethoden hiefür nicht ausreichten. Keine derselben ist nämlich im Stande, über die absolute Quantität der in der Lunge befindlichen Luft Auskunft zu geben, vielmehr beschränken sie sich ohne Ausnahme auf die durch forcirten Exspirationsdruck gelieferte Menge, und abstrahiren von der in der Lunge zurückbleibenden, welche auch die grösste Kraftanstrengung bei der Ausathmung nicht zu entfernen vermag.

Sowohl das mir zunächst gelegene spezielle Bedürfniss zur Ermittlung des Arbeitsvermögens der elastischen Massen unserer Respirationsorgane, als das allgemeinere, welches sich an die Möglich-

---

*) cf. J. Weisbach's Ingenieur. p. 442.

keit, diese absoluten Luftmengen zu messen, knüpft, hat mich veranlasst, auf Mittel zu sinnen, diess zu erreichen. Indem ich hoffe, dass dieses gelungen ist und zwar unter Anwendung des Mariottischen Gesetzes durch einen Apparat, dessen theoretische Construction Physikern von Fach als vollständig genügend erschien, so will ich mir die Beschreibung desselben vorläufig noch vorbehalten, bis die vielleicht dabei sich ergebenden praktischen Schwierigkeiten in der Anwendung des Instrumentes überwunden seyn werden. — Ehe es mir gelang, auf aërostatischem Princip ein derartiges Instrument zu construiren, hatte ich versucht, freilich nur praktische Zwecke zunächst im Auge, die kostspieligen und schwer transportablen Spirometer durch einfachere Instrumente zu ersetzen, indem der praktische Arzt mittelst der gewöhnlichen Spirometerversuche mancherlei wünschenswerthe Aufschlüsse erlangen kann. Die Anforderung, welche an das einfachere, ungleich wohlfeilere und ganz compendiöse Instrument gemacht werden kann, ist also, dass es eben so genaue Resultate gäbe, wie die bisher gebräuchlichen Spirometer.

Ehe ich die Mittheilungen meiner Studien über die elastischen Kräfte der Respirationsorgane fortsetze, will ich, zumal das für die streng wissenschaftlichen Zwecke construirte Instrument wegen seiner Kostspieligkeit keine so grosse Verbreitung finden dürfte, die Methode mittheilen, nach welcher sich ohne Reservoir für die ausgeathmete Luft deren Menge eben so finden lässt, wie mittelst des Spirometers von Hutchinson.

Vergegenwärtigen wir uns die Leistungen des Letzteren und die Grenzen der Genauigkeit bei seiner Anwendung, so finden wir Folgendes: In jedem individuellen Fall gibt der Spirometer einen Bruchtheil der Gesammtluft des Lungenhohlraumes an. Der procentische Werth desselben kann aus leicht begreiflichen Gründen nicht bei allen Individuen gleich seyn, auch wenn alle bei diesem Instrument zu berücksichtigenden Cautelen streng befolgt sind. Wählen wir z. B. nur Individuen verschiedener Altersclassen und fragen, unter welchen Umständen könnten die procentischen Werthe der Ausathmungsluft gegenüber der Gesammtluft der Lungen constant bleiben?

Einathmung und forcirte Ausathmung (wie sie der Versuch verlangt) sind in Beziehung auf die Veränderung der Luftmenge in den Lungen abhängig von dem Conflict zweier Kräfte, nämlich der Muskelcontraction einerseits und der Elasticität der Respirationsorgane andererseits, gegenüber einer durch sonstige Verhältnisse bedingten Räumlichkeit des Luftreservoirs. Für die extremen Grade der Inspiration sowohl, als der Exspiration kommen besonders die elastischen Kräfte der Thoraxtheile in Betracht. Es wäre denkbar, dass für alle normalen Fälle eine solche Compensation getroffen wäre, dass die forcirteste Exspiration immer nur die gleichen procentischen Mengen der Gesammtluft austriebe, ähnlich wie Herzkraft und Widerstandsmengen im Kreislauf einander entgegenwirkend den Blutdruck an einer bestimmten Stelle des Gefässsystems bei grossen und kleinen Thieren nahezu gleich erscheinen lassen können.

Muskelkraft und Elasticitätsmodulus der betreffenden Massen müsste demnach in entsprechendem Grade in gleichem Sinn sich verändern, nämlich beide müssten gleichzeitig zunehmen oder abnehmen. In dem mittleren Lebensalter, nämlich zwischen dem 25ten und 30ten Lebensjahr, ist bei dem weiblichen wie bei dem männlichen Geschlecht der mittlere Dynamometerwerth des Druckes oder Zuges beider Hände am grössten (Quetelet), und nimmt gegen frühere und spätere Altersperioden hin ab. Der Elasticitätsmodulus der Knochen und Sehnen nimmt nach Werthheim mit dem Alter zu, begreiflicher Weise auch der der Knorpel, da alle Theile in dem Maass als sie Wasser verlieren einen höheren Elasticitätsmodulus erlangen, dem somit auch die Knorpel im höheren Alter unterworfen sind. Nicht allein also, dass die Muskelkraft nicht mit dem Elasticitätsmodulus der passiven Bewegungsorgane wächst, sondern abnimmt, wird die Leistung der Muskeln im höheren Alter dadurch heruntergedrückt, dass ihr eigener Elasticitätsmodulus zu gleicher Zeit sich verringert. Bleibt somit dieses Verhältniss von Elasticität und Muskelkraft nicht constant, so wäre möglich, dass durch Variirung der Luftquantität, d. h. durch entsprechende Raumveränderung des Thorax, der procentische Werth der Ausathmungsluft constant erhalten werden könnte. Es müsste also z. B. im Alter, wo in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle bei gleich grossen Individuen die absolute Menge der Ausathmungsluft bedeutend abnimmt *), der Rauminhalt der Lungen, also auch die absolute Menge der Gesammtluft verkleinert werden.

Dies findet aber nach Hutchinsons Messungen durchaus nicht statt. Unter allen Fällen nahezu gleicher Körpergrösse, welche verglichen werden konnten, kommen bei zwei, bei welchen eine solche Raumverkleinerung des Thorax im höheren Alter auftritt, sechs, bei denen gerade das umgekehrte statt findet. Nun könnte trotz der Vergrösserung des Thorax eine Verkleinerung der Lufträume stattfinden, welche in einer Gewichtszunahme der Gewebsmassen der Lungen sich bemerklich machen würde. Die zu dem Zweck geordnete Tabelle von Hutchinson (l. c. p. 42) zeigt aber, dass gerade das Gegentheil, eine fast durchgehende Rarificirung des Lungengewebes und in Folge dessen eine Verminderung der Gewebmassen, nothwendig also bei der gleichzeitigen Vergrösserung des Thoraxraumes eine Vergrösserung des Luftreservoirs stattfindet. Ich habe grösstentheils nur das reife Mannesalter mit dem Greisenalter bei nahezu gleicher Grösse zusammengesellt, und auf die Volumsveränderung des Herzens dabei Rücksicht genommen.

---

*) cf. Tabelle bei Hutchinson l. c. p. 35.

| Geschlecht. | Jahre. | Grösse. engl. Maass. | Kubikinhalt der Brusthöhle in engl. Kubikzollen. | | Gewicht beider Lungen in Unzen. | Volum des Herzens *). | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| männlich | 23 | 5' 4" | 159 | | 25½ | 269,387 Cub. Cent | |
| | 55 | 5' 1" | 267 | Differ. + 108 | 17 | 165,776 „ „ | Differ. — 5,88 engl. Cub." |
| weiblich | 38 | 5' 5" | 356 | | 43 | 290,199 „ „ | |
| | 80 | 5' 6" | 300 | Differ. — 56 | 35,5 | 327,190 „ „ | Differ. + 2,256 Cub." |
| | 38 | 5' 5" | 356 | | 43 | 290,199 „ „ | |
| | 74 | 5' 4" | 335 | Differ. — 21 | 48¾ | 236,783 „ „ | Differ. — 3,25 „ |
| | 48 | 5' 8" | 374 | | 72,5 | 437,70 „ „ | |
| | 77 | 5' 7" | 457 | Differ. + 83 | 48 | 580,219 „ „ | Differ. + 8.69 „ |
| männlich | 39 | 5' 7" | 348 | | 86,5 | 290,199 „ „ | |
| „ | 77 | 5' 7" | 457 | Differ. + 109 | 48 | 580,219 „ „ | Differ. + 17,69 „ |
| „ | 22 | 5' 10" | 248 | | — | — | |
| | 87 | 5' 9" | 342 | Differ. + 94 | — | — | |
| „ | 40 | 5' 6" | 286 | | 60½ | 218,491 „ „ | |
| „ | 80 | 5' 6" | 300 | Differ. + 14 | 35,5 | 317,739 „ „ | Differ, + 6,05 „ |
| „ | 39 | 5' 7" | 348 | | 86¼ | 290,199 „ „ | |
| „ | 77 | 5' 7" | 457 | Differ. + 109 | 48 | 580,219 „ „ | Differ. + 17,69 „ |

---

*) Berechnet aus den von Hutchinson angegebenen Gewichten, dividirt durch das spez. Gewicht der Muskelsubstanz.

Man sieht, dass die Raumvergrösserung des Thorax, welche bei dem höheren Alten fast durchgehends beobachtet wird, keineswegs durch die Volumzunahme des Herzens gedeckt wird, selbst wenn man das die Cavitäten ausfüllende Blutvolum unverhältnissmässig überschätzen wollte.

Zwischen den meisten der verglichenen Altersperioden ist kaum mehr eine durch Wachsthum bedingte Massenzunahme der Skelettheile denkbar, in Folge dessen jene Raumvergrösserung des Thorax eintreten könnte; vielmehr weist die Reihe der Spirometerversuche selbst auf die Ursache davon hin, welche in einer Erhöhung des Elasticitätsmodulus der die Skeletmassen verbindenden Theile und ihrer, d. h. der Rippen selbst, zu suchen ist. In Folge dessen erstarren gleichsam die sonst leichter beweglichen Theile je mehr und mehr in der der Inspiration ähnlichen Stellung, und lassen so gegen früher die oft beträchtliche Volumszunahme des Thoraxraumes entstehen. Wie weit diese Veränderung der Elasticität in den Thoraxtheilen auf die Lunge zurückwirkt, muss ich der pathologischen Anatomie zu entscheiden überlassen, und will hier nur erwähnen, was unter Voraussetzung eines sonst normalen Lungengewebes physikalisch als nothwendig eintretend gedacht werden kann.

Erstens scheint unbedenklich anzunehmen, dass die mechanischen Kräfte, welche die Volumsverkleinerung des Luftreservoirs bei der Ausathmung bedingen, überwiegend den Thoraxtheilen zukommen, weil die rückwirkende Elasticität dieser jedenfalls bedeutend grösser ist, als die des Lungengewebes. Wenn dieses richtig ist, so wird von Seite der Lunge falls ihre rückwirkende Elasticität aus irgend einem Grund schwächer geworden wäre, niemals ein so grosses Hinderniss erwachsen, dass die Thoraxwände bei ungeschmälerter Grösse ihrer rückwirkenden Elasticität aufgehalten würden, diese vollständig geltend zu machen, schon deswegen, weil die Lungenräume eine so leicht verdrängbare Masse, die Luft nehmlich, in sich enthalten.

Zweitens: Die Rarificirung des Lungengewebes wird entweder in gar keiner Abhängigkeit zu der Vergrösserung des Thoraxraumes stehen, oder bei gleichzeitigem Auftreten beider Erscheinungen kann die letztere wenigstens unmöglich von der ersteren als abhängig gedacht werden. Denn: Ueberall, wo Schwund einer Gewebsmasse eintritt, erleidet der Organismus einen Zwang irgend wie den dadurch gewonnenen Raum unmittelbar auszufüllen. Bis an die Widerstandsgrenze der Thoraxwandung gegenüber dem Atmosphärendruck würde das am einfachsten durch ein Zusammendrücken dieser Wandungen, also durch Raumverkleinerung bewerkstelligt werden können. Da Schwund des Lungengewebes und Raumvergrösserung des Thorax so häufig gleichzeitig angetroffen wird, so liegt die Annahme nahe, dass beide im umgekehrten Causalverhältniss zu einander stehen. Bleibt die Brust während der Ausathmung je mehr und mehr in einer dem Einathmungsakt entsprechenden Stellung, so müssen die Ernährungsgefässe der Lunge in Folge der vergrösserten Anspannung der Wandungen, auf welchen sie sich verzweigen, eine Reduktion ihres Lumens und eine Verminderung ihrer Füllung erfahren; Grund genug, die Ernährung des Lungengewebes zu beeinträchtigen. Was an Geweb verloren geht, wird unmittelbar durch Luft ersetzt, welche ungehindert in die noch restirenden Gewebräume und Lücken einzudringen im Stande ist.

Drittens: Die elastischen Kräfte des Lungengewebes, welche sich in solchen Fällen verändert zeigen, können diese Veränderung der Ernährungsalteration des Gewebes verdanken, aber vielleicht auch blos mechanischen Ursachen. Jeder elastische Körper kann seine „natürliche Form,“ in welche er jedesmal nach Entfernung der auf ihn formverändernd einwirkenden Kräften zurückzukehren strebt, auf zweierlei Weise in eine neue umwandeln. Dies findet nehmlich statt, wenn der Körper *plötzlich* über seine Elasticitätsgrenze hinaus gedehnt wurde, oder wenn er anhaltend nahe seiner Elasticitätsgrenze angespannt erhalten worden war. Das letztere ist der Fall bei der Raumvergrösserung des Thorax mit gleichzeitigem Schwund des Lungengewebes, wobei zugleich in dem Maass, als das letztere stattfindet, in Folge des atmosphärischen Luftdruckes die Dehnung der noch vorhandenen Wandungen des Luftreservoirs wachsen muss.

So liesse sich unter Voraussetzung eines ursprünglich normalen Lungengewebes physikalisch die Entstehung des im Alter so häufig vorkommenden Emphysems als eine unmittelbare Folge der Veränderung ableiten, welche die *Thoraxtheile* und deren elastische Kräfte zu dieser Zeit erfahren.

Kehren wir also zum Früheren zurück, so sehen wir, dass der Spirometer eben so wenig constante Procente*) der gesammten Lungenluft als deren absoluten Werth angibt, und wie Hutchinson schon hervorgehoben hat, nur das Maas für die Elongation der Bewegung bei Aus- und Einathmung, durch die dabei in Bewegung gesetzten Luftmasse bestimmbar, angibt. Zu unserem Zweck bedürfen wir keiner weiteren Auseinandersetzung der Folgerungen, die sich sonst aus den Spirometerwerthen ergeben, sondern nur der Erinnerung an das von Hutchinson aufgestellte Verhältniss zwischen Körperlänge und vitalem „Ausathmungsvermögen", worin gewisse diagnostische Anhaltspunkte gelegen seyn *sollen*, was übrigens von Anderen in Abrede gestellt wird**). Die Hutchinson'schen Zahlen sind Mittelwerthe; der praktische Arzt hat es mit dem individuellen Fall zu thun. Erst sehr beträchtliche Abweichungen von den Mittelwerthen besitzen diagnostische Bedeutung. Ich überlasse das dem Praktiker zu entscheiden, ob ihm in der Diagnose die beträchtlichen Abweichungen von jenem Mittel mehr Aufschluss gewähren, als andere Anomalien.

---

*) Vierordt nimmt ein constantes Verhältniss, nämlich: 4,75 an; Wagners Handwörterbuch Bd. II. pag. 836.

Es ist aber nicht blos die Individualität der Organisation, sondern auch die experimentelle Geschicklichkeit des Patienten, welche bei den Spirometerversuchen in Rechnung gezogen werden muss. Ein Haupterforderniss ist nach Hutchinson, dass möglichst ruhig und ohne Stoss, möglichst vollständig exspirirt werde, nachdem vorher möglichst tief eingeathmet wurde. Für das alles hat der Arzt keine sichere Controle bei dem Versuch, ausser etwa für die wirklich im Maximum ausgeführte Einathmung, wozu Hutchinson aber die Vorschrift nicht gibt. Sie besteht einfach darin, dass man Acht hat, ob der zu Untersuchende, nach dem er das Mundstück des Schlauches angesetzt hat, im Manometer des Apparates keinen negativen Druck vor Beginn der Ausathmung mehr zu erzeugen im Stande ist. Da bei dem in hiesigem Spital befindlichen Spirometer aus England die Trommel durch grosse Gegengewichte gehoben wird, so verbergen sich die unregelmässigen Stösse der Exspiration leicht unter dem durch den Apparat fortwährend negativ gehaltenen Druck. Endlich verlangt wegen der Temperaturveränderung der ausgeathmeten Luft im Instrument der Spirometer immer eine, wenn auch nicht sehr umständliche Correction und Berechnung

---

**) Fabius Diss. de Spirometro etc. Amstelodami 1853.

des Luftvolums bei einer willkührlich als Ausgangspunkt für die Vergleichung gewählten Temperatur.

Indem gezeigt worden, dass für die im Eingang genannten Zwecke der Spirometer nicht ausreicht, will ich hier nur das denselben, wie ich glaube, ersetzende einfachere Instrument beschreiben und zuletzt prüfen, ob es diese Aufgabe wenigstens erfüllen kann.

Es besteht dasselbe aus einer etwa 5'' langen Messingröhre von c. 8½''' Durchmesser im Lichten. An das eine Ende können Diaphragmen von verschiedenen Durchmessern luftdicht angeschraubt werden, während in geringer Entfernung davon rechtwinklig mit der Axe des Rohres ein U förmig gebogner, mit Wasser gefüllter Manometer mit dem einen Schenkel senkrecht nach abwärts eingefügt ist; der zweite Schenkel ist etwas länger, und lehnt sich seitlich an das Messingrohr, welches er um ein Paar Zoll überragt, an. An diesem Seitendruckmesser ist eine in Millimeter eingetheilte Skala angebracht.

Entleert man bei zugehaltener Nase die Lungenluft durch diesen Apparat, dessen diaphragmafreies Ende in den Mund genommen wird, und deshalb hier einen umgelegten Rand trägt, so ist bald eine längere, bald eine kürzere Zeit nöthig, um die gleiche Menge durchzutreiben, je nachdem man den an dem Manometer messbaren Seitendruck, oder bei gleichem Seitendruck die Diaphragmen wechselt. Umgekehrt: Es strömt bei gleicher Oeffnung und gleichem Seitendruck in ungleichen Zeiten eine ungleiche Menge Luft durch den Apparat. Somit lässt sich aus der Beobachtung der Zeitdauer des Strömens der Luft unter einem constant gehaltenen Seitendruck direkt auf die Menge schliessen, welche während des Versuchs durch den Apparat gestrichen ist. Die Diaphragmen, welche man zu unserem Zweck bei dem Austreiben der Exspirationsluft allein benützen kann, müssen einen nicht unbeträchtlichen Querschnitt haben. So wie dieses der Fall ist, zugleich die Ränder der

Oeffnung nicht ausserordentlich dünn sind, werden die Gesetze für die Ausströmung der Luft so verwickelt, dass man sogleich darauf verzichten muss, theoretisch aus den in Betracht kommenden Dimensionen des Apparates der gefundnen Zeit und dem beobachteten Manometerstand die Quantität der durchgeströmten Luft zu berechnen. Jedes Instrument bedarf also einer empirischen Graduirung, weil ceteris paribus Seitendruck und Zeit nicht in einem einfachen Verhältniss zur Menge der durchgeströmten Luft stehen. Nur die Zeiten und Mengen stehen ceteris paribus in einem einfachen, nämlich geraden Verhältniss. Hierauf beruht die Methode des Justirens. Man hat für eine bestimmte Menge Luft, welche man bei verschiedenen Manometerständen hindurchtreibt, die dazu nöthige Zeit zu beobachten. Ich habe das Instrument bei aufgezogner Trommel des Spirometers an das Ausathmungsrohr luftdicht angesetzt, und die Trommel sodann mit derjenigen Kraft sinken lassen, welche dem gewünschten Manometerstand entsprach. Die Reibung an den Zapfen der Rollen, der Schnüre auf letzteren, der Stifte in der Führung der Trommel ist zu gross und zu variabel an den einzelnen Stellen, als dass Belastungen mit Gewichten allein schon die gewünschten Druckwerthe, während der ganzen Zeit der Ausströmung constant zu erhalten vermöchten. Es musste also die Bewegung der beschwerten Trommel noch ausserdem so regulirt werden, dass die Wassersäule im Manometer, während der ganzen Dauer der Strömung so constant als möglich blieb. Dieses war bei den etwas höheren Druckgraden viel leichter als bei den schwächsten. Aus diesem Grund ist die Genauigkeit des Instrumentes zwischen 30 und 60 Mill Wassersäule am grössten, was für die Ausathmungsversuche auch am vortheilhaftesten ist, da nach der tiefen Inspiration Jeder geneigter ist, etwas stärker als ganz schwach auszuathmen.

Der Werth der Wassersäule im Seitendruckmesser des Instrumentes, den wir h nennen, ist abhängig von allen den Bedingungen, welche an einer bestimmten Stelle (nahe der Ausströmungsöffnung) gleichzeitig als hemmende und fördernde auf die Luftströmung wirken, und dient als Index für die Resultirende dieser verschiedenen Kräfte. Setzt man alle Dimensionen des Apparates als constant voraus, so können die mechanischen Kräfte, welche die Luftströmung einleiten und unterhalten, gleichzeitig variirt mit den Dichtigkeitsgraden der zu bewegenden Luft, bei gleichem h die gleiche Quantität Luft in ungleichen Zeiten durch den Apparat treiben. Bleibt aber alles Andere gleich, und werden nur die Werthe von h geändert, so erhält man wiederum für dieselbe Luftmenge verschiedene Geschwindigkeiten, welche je für einen Apparat zuerst bestimmt werden müssen.

Als Ausströmungsöffnungen habe ich zwei Diaphragmen beützt, von denen Nr. 1 einen Durchmesser von 6 Mill, Nr. 2 einen Durchmesser von 5 Mill hatten.

Die Trommel des Spirometers wurde immer von einem bestimmten Punkt an mit einer solchen Kraft niedergedrückt, dass h den beabsichtigten Werth vom Beginn bis zum Ende des Strömens der Luft behielt. Unbekümmert vorläufig um den wahren Werth der ausgetriebenen Luftmenge genügt es, während *einer* Versuchsreihe, durch welche die Beziehungen zwischen Ausströmungsgeschwindigkeit und Seitendruck ermittelt werden sollen, jene Menge (M) unverändert zu lassen. Man gewinnt leicht den graphischen Ausdruck für diese Beziehung, wenn man die Zahlenwerthe von h durch eine Linie miteinander verbindet. Die in der Vertikalcolumne stehenden Zahlen geben die Zeit in Sekunden an, welche eine Menge Luft bei dem auf derselben Horizontallinie zu findenden Werth von h zum Durchströmen durch den Apparat braucht.

| Zeit in Sekunden | Für Oeffnung Nr. I. | Zeit in Sekunden | Für Oeffnung Nr. II. |
|---|---|---|---|
| | | 12 | . 60 h |
| 8 | . 60 h | 13 | . 50 h |
| 9 | . 50 h | 14 | |
| 10 | . 40 h | 15 | . 40 h |
| 11 | | 16 | |
| 12 | . 30 h | 17 | . 30 h |
| 13 | | 18 | |
| 14 | | 19 | |
| 15 | . 20 h | 20 | |
| 16 | | 21 | . 20 h |
| 17 | | 22 | |
| 18 | | 23 | |
| 19 | | 24 | |
| 20 | . 10 h | 25 | |
| | | 26 | |
| | | 27 | . 10 h |

Kennt man also das bei den verschiedenen Manometerständen durch den Apparat getriebene Luftquantum, so erhält man für je einen solchen einen constanten Bruchtheil der Menge als Maass für die in einer Zeiteinheit durch den Apparat gegangene Luft. Beobachtet man demnach h und Zeit, z, so lässt sich für die Umstände, unter welchen calibrirt wurde, durch einfache Multiplication der Sekundenanzahl und jenem für eine Sekunde geltenden Bruchtheil der angewendeten Luftmenge, diejenige finden, welche in einer beliebig anderen Zeit durch den Apparat bei demselben Manometerstand getrieben werden muss. Jeder Manometerstand hat, wie aus der Tabelle ersichtlich ist, einen anderen Bruchtheil von M, z. B. im ersten Fall, bei der Ausströmungsöffnung Nr. I.: $h\ 10\ \frac{M}{20}$; $h\ 20\ \frac{M}{15}$; $h\ 30\ \frac{M}{12}$; $h\ 40\ \frac{M}{10}$ etc.

Zur Ermittlung des bei den Versuchen wirklich angewendeten Luftvolums wurde erstens der Kubikinhalt der Trommel des Spirometers für verschiedene Temperaturen berechnet.

Die *Maasse* wurden bei 19,125° Cels. genommen. Der Durchmesser des Innenraumes ergab aus 8 in verschiedenen Höhen und Richtungen vorgenommenen Messungen 15,1 Centim. Die Höhe der Trommel, so weit sie jedesmal entleert wurde: 25 Centim. Daraus berechnete sich der Flächenraum des Mantels der Trommel $= F = 1170{,}25 \; \square$ Cent., und der Kubikinhalt für jene Temperatur $= K = 4417{,}69375$ C. Cent.

Es beträgt die Flächenausdehnung des Metalles (Zink's) der Trommel für 100° Cels. 0,005883; für 19,125° Cels. also 0,00112512375; die Längenausdehnung desselben für 100° Cels. 0,002942; für 19,125° Cels. 0,0005626575. Jene Fläche F der Trommel wird demnach bei

$$0^\circ \text{ Cels.} = F' = \frac{1}{1 + 0{,}00112512375} \cdot 1170{,}25 = 1167{,}90950 \; \square \text{ C.}$$

Um den Kubikinhalt des Trommelraumes für 0° Cels. zu finden, muss die für diese Temperatur gültige Höhe des Cylinders $h'$ aus der Längenausdehnung des Metalles gerechnet werden; dann wird

$h' = \frac{1}{1 + 0{,}0005626575} \cdot 25 = 24{,}975$ Centim. Die Fläche $F'$ gibt einen Durchmesser des Cylinders $= d' = \frac{F'}{\pi\, h'} = \frac{1167{,}9095}{3{,}1 \cdot 24975}$; endlich ist $K^1 = \frac{1}{2} d'^2 \pi\, h' = 4405{,}999$ Cub. Cent.

Es beträgt also die Raumvergrösserung des Inneren der Trommel 0,61 Cub. Cent für je 1° Cels.

Hiernach wurde für jede Versuchsreihe des K bestimmt. Ich führe nur *eine* solche ausführlich vor, weil man daraus sieht, dass die Beobachtungen für die etwas höheren Druckgrade, welche man anwendet, am sichersten sind.

Zur Zeit des Versuches war der äussere Barometerstand b = 71,65 Cent.; die Temperatur der Luft in der Trommel des Spirometers t = 21,25° Cels. Das Volum der Luft, welches demnach 4418,9615 Cub. Cent. betrug, wurde durch die Ausströmungsöffnung Nr. 2 bei den verschiedenen Manometerständen des Instrumentes in folgenden Zeiten durch den Apparat getrieben:

*Anzahl der Pendelschläge* (2 auf *eine* Sekunde):

h
$10^{mm}$ 60; 58; 59,5; 59; 58; 57:
$20^{mm}$ 42; 40; 42; 40; 40; 42; 42; 41,5;
$30^{mm}$ 33; 33; 34; 33; 34; 33;
$40^{mm}$ 30; 29,5; 29,5: 30;
$50^{mm}$ 26,5; 26,5; 26,5; 26,5; 26,5;
$60^{mm}$ 24,5; 24,5; 24,5; 24,5; 24,5;

für die Ausströmungsöffnung Nr. 1, wobei der Barometerstand 71,55 Cent., die Temperatur der Luft im Spirometer = 20,1° Cels., und der Raum in der Trommel hieraus berechnet 4418,2885 Cub. Cent. betrug, fanden sich bei den einzelnen Manometerständen, h des Instruments, für jene Mengen im Mittel folgende Zeiten der Ausströmung:

| Manometerstände: | $10^{mm}$ | $20^{mm}$ | $30^{mm}$ | $40^{mm}$ | $50^{mm}$ | $60^{mm}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Anzahl der Sekunden: | 20,21 | 13,7 | 11,25 | 10 | 9 | 8 |

Die so leicht veränderlichen Dichtigkeitsgrade der Gase üben bei deren Austreibung auf den Conflikt der mechanischen Kräfte, für deren Resultante der Manometerstand an dem Instrument den Index abgibt, einen wesentlichen Einfluss aus.

Es ist also begreiflich, dass mit den Schwankungen der Werthe, welche auf die Dichtigkeit der Luft influiren, Veränderungen in der Geschwindigkeit ihrer Ausströmung bei den gleichen Manometerständen auftreten müssen.

Die Beobachtungen haben folgendes ergeben:

Ausströmungsöffnung Nr. 1.

| | | |
|---|---|---|
| Barometerstand | 71,55 Cent. | |
| Temperatur der Luft im Spirometer | 20,1 ° Cels. | 38° Cels.*) |
| Luftvolum | 4418,28850 Cub. Cent. | 4429,3885 Cub. Cent. |

| h in Millim. | Ausströmungszeit in Sekunden (Mittel) | |
|---|---|---|
| | t = 20,1° Cels. | t = 38° Cels. |
| 10 | 20,21 | 17,8 |
| 20 | 13,7 | 12,37 |
| 30 | 10,16 | 10,14 |
| 40 | 10 | 9 |
| 50 | 9 | 8,12 |
| 60 | 8 | 7,22 |

Ausströmungsöffnung Nr. 2.

| | | |
|---|---|---|
| Barometerstand | 71,65 Cent. | |
| Temperatur der Luft im Spirometer | 21,25 ° Cels. | 38 ° Cels. |
| Luftvolum | 4418,9615 Cub. Cent | 4429,4885 Cub. Cent. |

---

*) In den Versuchen mit den höheren Temperaturgraden war der Spirometer bis an das Instrument hin mit grossen Massen schlechter Wärmeleiter umhüllt.

| h in Millim. | Ausströmungszeit in Sekunden (Mittel) | |
|---|---|---|
| | t = 21,25° Cels. | t = 38° Cels. |
| 10 | 29,3 | 25 |
| 20 | 20,54 | 18,25 |
| 30 | 16,75 | 15 |
| 40 | 14,87 | 13,5 |
| 50 | 13,25 | 12 |
| 60 | 12,25 | 11 |

Zum bequemeren Gebrauch des Instrumentes müssen diese Zahlen in ein möglichst einfaches Verhältniss zu einander gesetzt werden. Bekanntlich stehen *„ceteris paribus“*, die Zeiten im geraden Verhältniss zu den Mengen der ausgeströmten Luft. Um jene Bedingung zu erfüllen, müssen die oben stehenden Volumina auf eine gleiche Spannung und Temperatur gebracht werden, also z. B. auf 0° Cels. und *eine* Atmosphäre Druck. Nennen wir die so erhaltene Menge $Q'$, während die oben stehende mit $Q$ bezeichnet werde, $b$ den Barometerstand, $b' = 76{,}0$ Cent., $S$ die Tension des Wasserdampfes bei der Temperatur, $t$, so erhalten wir bekanntlich:

$$Q' = \frac{b - S}{b'} \cdot \frac{Q}{1 + 0{,}00367t}$$

Ist $Q = 4418{,}28850$, $Q = 4429{,}3885$, $Q = 4418{,}9615$, $Q = 4429{,}3885$,
so ist $Q' = 3777{,}343254$, $Q' = 3407{,}1433334$, $Q' = 3763{,}128842$, $Q' = 3412{,}27458$.

Nennen wir das reducirte Volumen der wärmeren Luft $Q''$, so muss nach obiger Voraussetzung gelten:

$$z'' : z' = Q'' : Q'$$

wobei $z''$ die kürzere Zeit für die wärmere, $z'$ die längere Zeit für die kalte Luft bedeutet. Hieraus lässt sich ein Q oder z leicht berechnen. Es wird z. B.

$$z'' = \frac{z'\, Q''}{Q'}.$$

Die Zulässigkeit der Formel ergibt sich unmittelbar aus der Zusammenstellung der beobachteten und berechneten Werthe von $z''$. Ich setze beide hier unter einander:

| | h 10 | h 20 | h 30 | h 40 | h 50 | h 60 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $z'' =$ | 17,8 | 12,37 | 10,16 | 9,0 | 8,12 | 7,22 | beobachtet | Oeffnung |
| | 18,22 | 12,62 | 10,14 | 9,0 | 8,119 | 7,21 | berechnet | Nr. 1. |
| $z'' =$ | 25,0 | 18,25 | 15 | 13,5 | 12,0 | 11,1 | beobachtet | Oeffnung |
| | 26,5 | 18,9 | 15,4 | 13,4 | 12,0 | 11,1 | berechnet | Nr. 2. |

Ich habe zur Beobachtung die Temperaturgrade gewählt, welche für die eigentlichen Spirometerversuche die wichtigsten sind, nämlich den niedrigeren, bei welchem am häufigsten beobachtet wird und den höheren, 38° Cels., welcher der Temperatur der Lunge am nächsten liegen dürfte. Aus den erörterten Verhältnissen ergibt sich, dass man leicht, wenn die Exspirationsluft andere Temperaturgrade haben sollte, die Reduktionen vornehmen könne. Die Sache gestaltet sich aber noch viel einfacher, wenn man folgende Zahlenreihen betrachtet. Dividirt man nämlich die respectiven Luftmengen des Raumes im Spirometer mit der Anzahl der Sekunden, welche ihr Ausströmen brauchte, so bekommt man die für die eben bestehenden Umstände geltenden Luftvolumina, welche je in *einer* Sekunde die Oeffnung passiren. Dividirt man mit derselben Sekundenzahl das entsprechende reducirte Luftvolum, so erhält man pro Sekunde das auf 0° Wärme und eine Atmosphäre Druck reducirte Volum des ersteren.

Demgemäss strömen aus der Oeffnung Nr. 1 in *Einer* Sekunde aus:

| bei h in Millim. | I. b. d. Temperatur von 20,1 ° Cels. Cub.-Cent. | II. reducirt. Cub.-Cent. | III. b. d. Temperatur von 38 ° Cels. Cub.-Cent. | IV. reducirt. Cub.-Cent. |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 218,619 | 186,904 | 243,127 | 187,0 |
| 20 | 322,502 | 275,718 | 343,08 | 269,98 |
| 30 | 392,736 | 335,763 | 436,863 | 336,0 |
| 40 | 441,82885 | 377,734325 | 492,1987 | 378,57148 |
| 50 | 490,92094 | 419,704805 | 557,924 | 419,650 |
| 60 | 552,286062 | 472,168 | 614,395 | 472,558 |
| berechnet aus | $\frac{4418{,}28850}{z}$ | $\frac{3777{,}34325}{z}$ | $\frac{4429{,}7885}{z'}$ | $\frac{3407{,}1433334}{z'}$ |

($z$ = Sekundenzahl für die kältere, $z'$ für die wärmere Luft.)

Aus der Oeffnung Nr. 2 strömen in der Sekunde aus:

| bei h in Millim. | I. b. d. Temperatur von 21,25 ° Cels. Cub.-Cent. | II. reducirt. Cub.-Cent. | III. b. d. Temperatur von 38 ° Cels. Cub.-Cent. | IV. reducirt. Cub.-Cent. |
|---|---|---|---|---|
| 10 | 150,80 | 128,439 | 177,175 | 136,49 |
| 20 | 210,270 | 183,217 | 234,359 | 180,543 |
| 30 | 263,817 | 224,673 | 287,622 | 221,5763 |
| 40 | 297,172 | 253,079 | 330,551 | 254,647 |
| 50 | 335,506 | 284,021 | 369,115 | 284,356 |
| 60 | 360,731 | 307,207 | 399,044 | 307,412 |
| berechnet aus | $\frac{4418.9615}{z}$ | $\frac{3763{,}28842}{z}$ | $\frac{4429{,}39}{z'}$ | $\frac{3412{,}27458}{z'}$ |

Man sieht: So verschieden die Zahlen in den Rubriken I. und III., so ähnlich sind die, welche je in den Rubriken II. und IV. stehen; ja von h = 40 an zeigt sich eine fast vollständige Uebereinstimmung.

Man darf diese als die Folge eines Gesetzes annehmen, welches nur wegen der schwierigeren Beobachtung bei den tieferen Manometerständen verdeckt wird. Deshalb habe ich auch oben die Schwankungen in den Beobachtungen der Werthe von h notirt, und nicht wie später, blos das Mittel angeführt.

Das Gesetz lässt sich aber so ausdrücken: „Durch das Instrument „wird bei einer bestimmten Oeffnung je nach dem Manometerstand an „ihm trotz der verschiedenen Temperaturgrade immer das gleiche *Ge„wicht* Luft, in gleicher Zeit gefördert.“

Will man sich bei der Benützung des Instrumentes nicht mit den sichersten, höheren Manometerständen begnügen, so wird man für die niederen der Wahrheit dadurch am nächsten kommen, dass man aus II. und IV. das Mittel nimmt.

Man bekommt dann bei Oeffnung Nr. 1 für II. und IV. folgende gleiche Werthe:

| h 10 | h 20 | h 30 | h 40 | h 50 | h 60 |
|---|---|---|---|---|---|
| 186,952; | 272,849; | 335,8815; | 378,1529025; | 419,6774025; | 472,363; |

bei Oeffnung Nr. 2 für II. und IV. gemeinschaftlich:

| h 10 | h 20 | h 30 | h 40 | h 50 | h 60 |
|---|---|---|---|---|---|
| 132,4645; | 181.88; | 223.12465; | 253,863; | 284,1885; | 307,3095 |

Da das Instrument zunächst nur für einen ganz bestimmten Zweck construirt wurde, so sind auch die Beobachtungsreihen mit verschiedenen Werthen der einzelnen Factoren nur innerhalb der Grenzen variirt worden, welche bei seinem Gebrauch vorkommen können, aus welchem Grund das aufgestellte Gesetz natürlich nur innerhalb dieser Grenzen als vollkommen richtig anzuerkennen ist.

Mit Hülfe desselben lässt sich leicht für jede zwischen oder überhaupt nahe den markirten Grenzen gelegenen Temperaturen das entsprechende Volumen durch Umformen jenes zur Reduktion benützten Formel:

$$Q' = \frac{b - S}{b'} \cdot \frac{Q}{1 + 0{,}00367\,t}$$

finden, indem das gesuchte Volumen wird:

$$Q = \frac{Q'}{\frac{b - S}{b'}} \cdot 1 + 0{,}00367\,t.$$

Diese Formel ist also der Ausdruck für das Gesetz, nach welchem bei gleichen Manometerständen am Instrument die Volumina der in einer Sekunde ausgetriebenen Luft mit den Temperaturen wechseln.

Alle Versuchsreihen sind mit atmosphärischer Luft angestellt. In der Exspirationsluft sind nicht unbedeutende Quantitäten Kohlensäure; die elastischen Eigenschaften dieses Gases sind sehr wenig verschieden von denen der ersteren, indem sich der Ausdehnungscoefficient der atmosphärischen Luft zu dem der Kohlensäure verhält wie 1 : 1,0015. Es wäre deshalb sehr leicht denkbar, dass das oben aufgestellte Gesetz auch für die verschiedene Gase in gleicher Weise gälte. Da sich nun die spezifischen Gewichte der atmosphärischen Luft und der Kohlensäure verhalten wie 1 : 1,5291, so liesse sich aus den Differenzen des nach der letzten Formel berechneten Q, und dem für die gleiche Temperatur etc. durch den Versuch mit atmosphärischer Luft bei dem Justiren des Instrumentes beobachteten die Kohlensäure-Menge approximativ finden. Weil wegen der Mischung verschiedener Gase diese Bestimmung immer nur eine annähernde seyn könnte, und weil bei der praktischen Anwendung des Instrumentes die Fehler der Beobachtung die Grenzen der Berechnung wahrscheinlich noch umschliessen werden, so habe ich vorläufig den Entscheid und die genaue Prüfung der angeregten Frage noch offen gelassen und nur einige Vorversuche angestellt, deren Resultate ich unter dieser Rücksichtnahme den Leser aufzunehmen bitte.

### *Versuche mit reiner Kohlensäure und mit Ausathmungsluft.*

Es bedarf kaum der Erwähnung, dass bei diesen und den nächstfolgenden Versuchen der Gasometer mit gesättigter Kochsalzlösung gefüllt war.

Der Barometerstand war 710 mm, die Temperatur der Kohlensäure 17,625° Cels., die benützte Ausströmungsöffnung: Nr. 2.

Dabei gingen im Mittel die innerhalb 57 Theilstrichen des Gasometers befindliche Luft, wenn dessen Seitendruck 20 Millimeter Wassersäule betrug, in fünf Sekunden durch das Instrument.

Diese Luftmenge entsprach unter den obwaltenden äusseren Umständen 772,8343 Cubik-Centimeter, auf 0° Temperatur und 760mm Barometerstand reducirt.

In Einer Sekunde gehen also bei 20 Millimeter Seitendruck am Instrument 154,566... Cub.-Cent. Kohlensäure. Diese entsprechen einem Gewicht von 0,307 Grammes, während unter den gleichen Umständen 181,88 Cubik-Centimeter atmosphärische Luft, dem Gewicht von 0,288 Gramm. entsprechend, den Apparat passiren.

Wurde der Seitendruck am Instrument auf 30 Millimeter gesteigert, so gingen in Einer Sekunde (reducirt auf 0° Temperatur und 760mm Barometerstand) 190 Cubik-Centimeter Kohlensäure, entsprechend 0,377 Gramm. durch.

In beiden Fällen waren die für die Kohlensäure gefundenen Abweichungen von den bei Versuchen mit atmosphärischer Luft beobachteten Resultaten nahezu proportional; bei vollständiger Proportionalität hätte das Gewicht im zweiten Fall 0,374 Gramm. ausmachen müssen, entsprechend einem Volum von 188,223 Cub.-Cent. Kohlensäure. Diese Abweichung fällt in die Fehlergrenzen und die strenge Proportionalität darf als gesetzlich angenommen werden.

Es geht also bei gleichem Seitendruck am Instrument ein kleineres Volumen Kohlensäure aber ein grösseres Gewicht Gas als atmosphärische Luft durch die gleiche Ausströmungsöffnung, und die von den so überaus ähnlichen Elasticitätsverhältnissen der verschiedenen Gasen abgeleitete Voraussetzung bestätigt sich nicht. Es entweichen von dem *gleichen* Gas wohl immer die gleichen Gewichte bei gleichem Seitendruck und gleicher Oeffnung unabhängig von den Temperaturgraden aus dem Instrument, nicht aber allgemein das gleiche Gewicht Gas, wenn dieses gewechselt wird.

Da bei jeder Compression der Gase eine Wärmeentbindung stattfindet, so habe ich die gewonnenen Zahlen unter zu Hülfenahme des Quotienten $\frac{c}{c'}$ (wobei c spezifische Wärme des Gases bei constantem Druck, c' bei constantem Volumen nach den Dulong'schen Zahlen bedeutet*) zu corrigiren versucht, ohne dabei die Werthe für die beiden Gase einander viel näher bringen zu können.

Denkt man sich eine Mischung von Kohlensäure und atmosphärischer Luft zu gleichen Theilen, so erhält man pro Sekunde gegenüber dem

---

*) Ann. de Chim. et de Phys. Tom. 41. pag. 113.

Volumen, welches ohne Gegenwart der Kohlensäure durchginge, mit zu Grundlegen der ersten Versuchsreihe bei 20 Millimeter Wassersäule am Instrument, ein Deficit von 19,231 Cubik-Centimeter. Sind wie in der Ausathmungsluft blos 5% Kohlensäure (nach den Mittelwerthen der Valentin-Brunner'schen Resultaten), so wird dieses Deficit auf 0,96 Cubik-Centimeter pro Sekunde herabgedrückt, und könnte möglicher Weise durch die Verminderung des Sauerstoffgases und relative Vermehrung des Stickgases vollständig compensirt werden.

Um daher zu sehen, wie weit die Resultate, welche man bei der Bestimmung der Ausathmungsluft mittelst unseres Instrumentes findet, mit den mit atmosphärischer Luft gewonnenen übereinstimmen, wurde der Gasometer mit Exspirationsluft gefüllt, und diese bei verschiedenem Seitendruck durch das Instrument getrieben. Natürlich musste bei der variablen Zusammensetzung der Ausathmungsluft der Complex der äusseren Umstände, und der inneren Zustände des Organismus für die Versuchsreihen, aus denen das Mittel gezogen werden sollte, möglichst gleich gemacht werden.

Sämmtliche Versuche wurden unmittelbar vor Tisch gemacht, dreimal die Lunge so viel als möglich von Luft entleert, *ein* möglichst tiefer Athemzug gethan und dafür gesorgt, dass die Einathmungszeit und der Pause vor der Exspiration, durch welche die Luft in den Gasometer getrieben werden sollte, gleich lang in den einzelnen Versuchen war; zugleich wurde stets so lange gewartet, bis die Luft im Gasometer die des Zimmers (in allen Fällen 16° R.) hatte.

Setzt man die Werthe, welche hiebei gefunden wurden, unter die für die atmosphärische Luft beobachteten, so ergibt sich die Reihe

| | | bei h 20 | h 30 | h 40 | h 50 | Millim. Wasserdruck (am Instrument) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| reducirt auf 0° und 760$^{mm}$ Barometerstand | Ausathmungsluft | 183,5 | 224,8 | 253,1 | 284,0 | Cub.-Cent. in *einer* Sekunde. |
| | atmosphärische Luft | 183,2 | 224,6 | 253,07 | 284,02 | |

Es lässt sich hienach das Instrument mit den für die atmosphärische Luft gefundenen Daten unmittelbar zur Bestimmung der Menge ausgeathmeter Luft benützen.

Die Differenzen, welche sich zwischen der atmosphärischen Luft und der reinen Kohlensäure ergeben haben, deuten bei der bekannten Aehnlichkeit des Elasticitätscoefficienten der beiden Gase darauf hin, dass ihre Ursache wahrscheinlich in der bisher noch nicht so genau ermittelten Verschiedenheit der Reibungscoefficienten d. h. der Adhäsion der Gase an den Ausströmungsröhren und Oeffnungen gelegen seyn mögen. Aus diesem Grund müssen auch alle oben notirten Gesetze vorläufig auf mit Wasserdampf gesättigte Gase beschränkt bleiben; denn bei dem wahrscheinlichen Grund der aufgefundenen Differenzen im Verhalten von Kohlensäure und atmosphärischer Luft kann es nicht anders seyn, als dass der Sättigungsgrad eines Gases mit Wasserdampf, der relative Feuchtigkeitsgrad jenes von erheblichem Einfluss auf die Ausströmungsgeschwindigkeit ist.

Nach dieser Entwicklung der Theorie des Instrumentes gehe ich zu einer kurzen Andeutung seiner praktischen Anwendung über*). Bei kleineren Individuen oder muthmasslich geringeren Mengen Athmungsluft wird die Oeffnung Nr. 2 im entgegengesetzten Fall die weitere Nr. 1 aufgesetzt. Der zu Untersuchende übt sich ein paar Mal die Wassersäule des senkrecht gestellten bis zum Nullpunkt der Theilung mit destillirtem Wasser gefüllten Manometers möglichst lang auf gleicher Höhe zu erhalten. Das ist Hutchinson's Bedingung „so gleichmässig als möglich auszuathmen“, hier also leicht controllirbar, bei dem Spirometer dagegen nicht. Dann wird bei zugehaltenem Manometer die Inspiration vorgenommen; ob sie ihr Maximum erreicht hat, daran geprüft, dass nach verschlossener Ausströmungsöffnung und geöffnetem Manometer die Flüssigkeitssäule nicht mehr einen negativen Druck anzeigt, während die äusserste Anstrengung zur Inspiration gemacht wird. Bei zugehaltener Ausströmungsöffnung lässt man sofort den zu Untersuchenden die Wassersäule bis zu 40 oder 50 Mill. durch die beginnende Exspiration heben, fängt in dem Moment an, die Sekunden zu zählen, in welchem man die Ausströmungsöffnung freimacht, wobei zugleich der zu Untersuchende sich bemühen muss, die Wassersäule so lang als möglich auf ihrer ersten Höhe zu erhalten.

---

*) Die genau justirten mit ausführlicher Gebrauchsanweisung und zugehörigen Tabellen versehenen Instrumente werden von dem Mechanikus Stollenreuther in München für 6 fl. auf Bestellung geliefert.

Kommen Schwankungen vor, so werden diese notirt, und das Mittel aus ihnen genommen. Ebenso wird die Zeit bemerkt, wo die Wassersäule anfängt rasch zu sinken (am Ende der Exspiration), und das Ende der Exspiration, welches sich daran erkennen lässt, dass die Wassersäule nicht mehr über den Nullpunkt erhoben werden kann. Die dem Instrument beigegebenen Tafeln lassen aus dem beobachteten Druck und der zuerst notirten Zeit die Luftmenge finden, welche während einer Sekunde ausströmte. Dazu addirt man die Menge, welche aus dem Mittel des anfänglichen Druckes und dem zuletzt beobachteten in der Zeit ausströmte (was ebenfalls die Tabelle angibt), welche die letzte Periode der Exspiration umfasste. Die Tabelle gibt die Menge der ausgeathmeten Luft auf 0° und $360^{mm}$ Barometerstand reducirt unmittelbar an, und nach der entwickelten Formel lässt sich, wenn man will, für eine beobachtete Temperatur der Exspirationsluft das entsprechende Volumen finden.

Man hat also bei diesem Instrument „dem Seitendruck-Spirometer“ eine Controle für das Maximum der Einathmung, der Ausathmung, der Stetigkeit der Austreibung der Luft, ist unabhängig von den dabei vorkommenden Temperaturschwankungen, und liest in der Tabelle direkt die auf 0 ° Wärme und 360mm Barometerstand reducirten Luftvolumina ab.

Damit sind, glaube ich, neben der Wohlfeilheit, und dem kleinen Umfang, die Vortheile dieses Instruments gegenüber dem Spirometer hinlänglich dargethan.

Die Schwierigkeit, welche aus der Ungeschicklichkeit der Patienten erwächst, lässt sich bei keinem zu ähnlichen Zwecken construirten Apparat eliminiren.

Es ist aber immer besser, wenn das Instrument diese Fehler gleichsam selbst notirt, wie dies die Schwankung der Wassersäule in dem beschriebenen Instrument thut, als wenn man die der Beobachtung entgangenen aber ebenso vorhandenen Fehler vernachlässigt.

# Bemerkungen
# über den Zusammenhang
# zwischen dem
# Bildungsgesetze eines Kettenbruches
# und der Art des Fortgangs seiner Näherungsbrüche.

Von

**Ludwig Seidel.**

# Bemerkungen
## über den
## Zusammenhang
## zwischen dem Bildungsgesetze eines Kettenbruches
## und
## der Art des Fortgangs seiner Näherungsbrüche.

Von

***Ludwig Seidel.***

Seitdem durch den Vorgang grosser deutscher und französischer Meister die Nothwendigkeit zur Geltung gebracht worden ist, für solche mathematische Ausdrücke, welche ihren Werth unter der Form des Unendlichen verschleiern, die Existenz einer *Grenze* nachzuweisen, bevor man sich erlaubt, sie in die Rechnung einzuführen, haben die zu solchem Ende aufgestellten Arbeiten jener Männer nicht allein den höhern Disciplinen der Mathematik die Präcision und Klarheit gegeben, welche der Wissenschaft würdig ist, sondern zugleich dieselbe mit einem neuen Felde von Betrachtungen bereichert, welches für sich selbst das Interesse ebensosehr anregt als irgend ein anderes. Selbst einem gewissen, ich möchte sagen, fremdartigen Charakter, welchen Untersuchungen dieser Art für den Neuling an sich tragen, und welcher vielleicht die Hauptursache ihrer langen Vernachlässigung gewesen ist, hat der Genius der Meister eine eigenthümliche Schönheit abzugewinnen gewusst, welche nun auch manchen Andern zu dem etwas gewagten Unternehmen anreizt, in irgend einem weniger durchforschten Theile des neuen Gebietes eine Nachlese für sich zu suchen. So habe ich in meiner im Frühjahr 1846 gedruckten Habilitationsschrift*) die Untersuchung des Verhaltens einer besondern Klasse von Kettenbrüchen mir zum Ziel gesetzt, derjenigen nämlich, welche von gewisser Stelle an nur positive Partial-Zähler und -Nenner haben. Ueber diese ergab sich dabei ein Satz, welcher sich am einfachsten so in Worte fassen lässt: „Man bringe durch Multiplication seiner Zähler und Nenner mit den geeigneten Factoren den zu untersuchenden Bruch in diejenige Gestalt, in welcher alle seine Zähler + 1 werden, und bilde aus den dadurch erhaltenen Theilnennern durch Addition eine Reihe: wenn diese convergirt, so divergirt der Bruch, und wenn sie divergirt, so convergirt er.“ Auf denselben Satz ist etwas später *Stern* in Göttingen in einer vom October 1847 datirten nnd Ende 1848 im 38. Band von Crelle's Journal (Nr. 12( erschienenen Abhandlung**) gelangt: auch er hat seine Betrachtung auf die bezeichnete einfachste Classe von Kettenbrüchen eingeschränkt, und es ist mir nicht bekannt, dass seitdem etwas weiteres in ähnlicher Richtung geleistet worden wäre. Eine allgemeine Untersuchung dieser Brüche stösst nämlich auf die Schwierigkeit, dass man im Voraus nicht einmal eine allgemeine Kenntniss von dem Gange der Näherungsbrüche hat, von welchen man entscheiden soll, ob sie sich zuletzt einer bestimmten Grenze anschliessen. Ist eine Reihe vorgelegt, deren Convergenz beurtheilt werden soll, so sieht man schon aus den blosen Vorzeichen ihrer Glieder, ob die Summen von immer wachsenden Anzahlen derselben zuletzt beständig zu- oder abnehmen oder schwanken, und die Unterscheidung dieser Fälle gewährt eine wesentliche Erleichterung. Ganz ähnlich ist das Verhalten continuirlicher Producte: in den meisten

---

*) „Untersuchungen über die Convergenz und Divergenz dor Kettenbrüche.“ München 1846.

**) „Ueber die Kennzeichen der Convergenz eines Kettenbruchs.“

Fällen sieht man ganz unmittelbar, ob zuletzt die Factoren, aus welchen sich dieselben zusammen setzen, grösser oder kleiner als Eins sind, und welchen Gang in Folge dessen die Producte einer wachsenden Factorenzahl zuletzt nehmen. Dagegen hängt das Verhalten eines Kettenbruchs bei gleicher Einfachheit der Grössen, aus welchen er sich zusammensetzt, von ungleich complicirteren Umständen ab: hat man nicht einen solchen der vorhin bezeichneten allereinfachsten Classe vor sich, so muss man sich erst nach besondern Kriterien umsehen, um auch nur einigermassen beurtheilen zu können, in welcher Weise seine Näherungsbrüche zuletzt fortschreiten. Einiges was hiemit zusammenhängt, soll in dem Folgenden mitgetheilt werden: weil es aber in dem *allgemeinen* Falle kaum möglich scheint, etwas weiter vorzudringen, so werden den hauptsächlichsten Gegenstand der vorliegenden Arbeit hernach solche Brüche ausmachen, die bei negativen Partialzählern positive Partialnenner haben: diese bilden gewissermassen die Normalklasse, denn Reihen von Grössen, die zuletzt immer in Einem Sinne fortschreiten, führen auf solche Brüche, doch sind auch gewisse andere Reihen durch Brüche derselben Art repräsentirt.

### 1.

Es sei angenommen, der vorgelegte Kettenbruch sei folgender:

$$b_0 + \cfrac{a_1}{b_1 + \cfrac{a_2}{b_2 + \cdot \, \cdot \, \cdot + \cfrac{a_m}{b_m + \cfrac{a_{m+1}}{b_{m+1} \cdot \, \cdot \, \cdot + \cfrac{a_n}{b_n}}}}}$$

(wobei $m < n$) das von $b_m$ bis $b_n$ (beide inclusive) reichende Stück desselben sei bezeichnet mit $v_{m,n}$:

$$1)\qquad v_{m,n} = b_m + \frac{a_{m+1}}{b_{m+1} + \ldots + \frac{a_n}{b_n}}$$

bei welcher Bezeichnung ich mir erlauben werde, den ersten Index ($m$) alsdann wegzulassen, wenn derselbe $= 0$ ist, so dass der ganze Bruch nach Belieben mit $v_{0,n}$ oder blos $v_n$ bezeichnet werde. Verwandelt man den Kettenbruch $v_{m,n}$ nach dem gewöhnlichen Algorithmus, also ohne Einführung unnöthiger Factoren, in einen ihm gleichen gemeinen Bruch, so möge der Zähler des letzteren mit $Z_{m,n}$, sein Nenner mit $N_{m,n}$ bezeichnet sein, so dass

$$2)\qquad v_{m,n} = \frac{Z_{m,n}}{N_{m,n}}$$

wobei die Grössen $Z$ und $N$ sich recurrirend berechnen aus den Gleichungen

$$3)\qquad \begin{cases} Z_{m,n+1} = b_{n+1}\, Z_{m,n} + a_{n+1}\, Z_{m,n-1} \\ N_{m,n+1} = b_{n+1}\, N_{m,n} + a_{n+1}\, N_{m,n-1} \end{cases}$$

mit Hilfe von vier Anfangswerthen

$$4)\qquad \begin{cases} Z_{m,m-1} = 1 \quad ; \quad Z_{m,m} = b_m \\ N_{m,m-1} = 0 \quad ; \quad N_{m,m} = 1 \end{cases}$$

wobei übrigens auch allgemein ist:

$$5)\qquad N_{m,n} = Z_{m+1,n}$$

Bei den $Z$ und $N$ werde ich ebenso wie bei $v$ nur den zweiten Index schreiben, wenn der erste $= 0$ ist:

$$Z_n = Z_{0,n} \quad ; \quad N_n = N_{0,n}$$

Als Folge der Gleichungen 3) ergibt sich die bekannte Relation

$$6)\quad Z_{m,n+1} N_{m,n} - Z_{m,n} N_{m,n+1} = (-1)^{n-m} a_{m+1}\, a_{m+2}\, a_{m+3} \ldots a_{n+1}$$

und aus dieser wieder, speciell für den Fall $m = o$, die nachstehenden

$$7)\qquad v_{n+1} - v_n = (-1)^n \frac{a_1\, a_2\, a_3 \ldots a_{n+1}}{N_n\, N_{n+1}}$$

und

$$8)\quad v_{n+1} = b_0 + \frac{a_1}{N_0 N_1} - \frac{a_1\, a_2}{N_1 N_2} + \frac{a_1\, a_2\, a_3}{N_2 N_3} - \ldots + (-1)^n \frac{a_1\, a_2 \ldots a_{n+1}}{N_n\, N_{n+1}}$$

Durch die letztere Gleichung wird der Kettenbruch verwandelt in eine Reihe, welche man ihm *äquivalent* nennen kann, in so ferne nicht nur die Summe der ganzen Reihe dem Werthe des vollständigen Bruches gleich ist, sondern auch die Summen von einem, 2, 3, 4 u. s. w. Gliedern der Reihe alle consecutiven Näherungsbrüche $v_0, v_1, v_2, v_3, \ldots$ wiedergeben. Weil indessen das allgemeine Glied der Reihe nur in Ausnahmsfällen explicite hergestellt werden kann, so ist damit die Untersuchung des Bruches im Allgemeinen keineswegs auf die Theorie der Reihen zurückgeführt.

Ist irgend ein Kettenbruch vorgelegt, so bieten sich hauptsächlich zweierlei Methoden zu seiner Umgestaltung in einer andern dar. Die erste derselben lässt nicht nur den Werth des ganzen Bruches, sondern auch alle seine einzelnen Näherungsbrüche unverändert: sie besteht nämlich einfach in der Multiplication der einzelnen Zähler und Nenner mit willkührlichen Factoren $A$, die nur nicht Null und nicht Unendlich sein dürfen:

$$9)\quad v_n = b_0 + \cfrac{1.A_1\, a_1}{A_1\, b_1 + \cfrac{A_1\, A_2\, a_2}{A_2\, b_2 + \cfrac{A_2\, A_3\, a_3}{A_3\, b_3 + \cdots + \cfrac{A_{n-1}\, A_n\, a_n}{A_n\, b_n}}}}$$

Bezeichnet man momentan mit $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{N}$ die Zähler und Nenner der Näherungsbrüche des so umgestalteten Kettenbruchs, so hat man dabei

$$9^*)\qquad \left\{ \begin{aligned} \mathfrak{Z}_r &= A_1 A_2 \ldots A_r Z_r \\ \mathfrak{N}_r &= A_1 A_2 \ldots A_r N_r \end{aligned} \right.$$

woraus sich, um dies im Vorbeigehen zu bemerken, auch ergibt, dass in der Form 9) *jeder Kettenbruch* enthalten ist, der mit dem ursprünglich vorgelegten dieselbe Reihe von Näherungsbrüchen hat, oder ihm äquivalent ist.

Das Factorensystem $A_1, A_2 \ldots A_n$ kann benützt werden, um, der vollen Allgemeinheit unbeschadet, das Willkührliche in der Form eines Kettenbruches zu beseitigen, indem man jeden auf eine beliebig gewählte Normalform reducirt. Man könnte den Gedanken haben, zu dieser Form eine derjenigen besondern Gestalten zu wählen, aus welcher der Bruch sich in eine vollständig angebbare Reihe verwandeln lässt, (welches am einfachsten dann geschieht, wenn die $N_0, N_1, N_2 \ldots$ in Gl. 8. sämmtlich $= 1$ gemacht werden); ein solcher Versuch wird indess durch den Umstand vereitelt, dass die Bestimmung der $A$ gemäss der angedeuteten Bedingung zwar immer möglich ist, aber diese Factoren sich dabei selbst nur durch Kettenbrüche immer zunehmender Gliederzahl ergeben, so dass man sich nur in einem Cirkel bewegen und aus dem Gebiete, in welchem man sich einmal befindet, nicht hinauskommen würde. Man kann daher keine passendere Wahl der Factoren $A$ treffen, als diejenige, durch welche die Zähler des Bruches in 9) sämmtlich auf Eins gebracht werden: die *negative* Einheit empfiehlt sich dabei vor der positiven durch verschiedene Rücksichten, von welchen die Betrachtung, dass mit $a = +1$, nicht wie mit $a = -1$ die alternirenden Zeichen der Reihe 8) in gleiche Zeichen übergehen, die zunächst sich darbietende, aber nicht die erheblichste ist*). Die Bestimmung der A, durch welche alle Zähler des umgeformten Bruches 9) zu $-1$ werden, ist enthalten in den Gleichungen:

---

*) Wichtiger ist schon die Bemerkung, dass, wenn alle Partialzähler auf ne-

$$10)\quad A_{2r-1} = -\frac{1 . a_2 a_4 \ldots a_{2r-2}}{a_1 a_3 a_5 \ldots a_{2r-1}}\,;\quad A_{2r} = +\frac{a_1 a_3 \ldots a_{2r-1}}{a_2 a_4 \ldots a_{2r}}$$

welche immer brauchbare Werthe geben, da die Ausnahmsfälle, wo eines der a mit endlichem Index o oder unendlich wäre, ohnehin keine Untersuchug erheischen. Mnn kann daher, ohne von der Allgemeinheit etwas aufzuopfern, annehmen, dass alle Theilzähler des vorgelegten Kettenbruches auf den Werth $-1$ gebracht seien; diese Gestalt des Bruches werde ich im Folgenden zur Abkürzung seine *reducirte Form* nennen.

Eine zweite Art von Transformation eines gegebenen Kettenbruches v besteht in der Ableitung eines andern V, dessen einzelne Näherungsbrüche $V_0$, $V_1$, $V_2$ . . . nicht wie bei der ersten Art *allen* Näherungsbrüchen $v_0$, $v_1$, $v_2$ . . . des ursprünglichen der Reihe nach gleich sind, sondern nur bestimmte ausgewählte unter denselben wiedergeben, so dass z. B. sei $V_0 = v_m$, $V_1 = v_p$, $V_2 = v_q$, $V_3 = v_r$, etc., wo $m < p < q < r < \ldots$ Einen Bruch V, welcher in solchem Zusammenhange mit v steht, kann man einen aus dem letztern *contrahirten* nennen: es ist leicht Formeln abzuleiten, welche zur Ausführung solcher Zusammenziehung dienen. Weil nämlich allgemein der Bruch $v_{h,k}$ übergeht in den vollständigen $v_{h,x}$ (dessen Näherungsbruch er ist)

---

gative Werthe gebracht sind, ein positives Increment. an irgend einem der Partialnenner angebracht, immer auch eine positive Aenderung des Bruches selbst erzeugt, so lange er nur bei der Variation des Nenners nicht durch das Unendliche geht. Man hat nämlich immer die leicht zu erweisende Differentialgleichung:

$$\frac{dv_{m,p}}{db_n} = (-1)^{n-m}\; a_{m+1}\, a_{m+2} \;.\;.\;.\; a_n \left(\frac{N_{n,p}{}^2}{N_{m,p}}\right) \text{wenn } m < n < p$$

wenn man an die Stelle von $b_k$ treten lässt $b_k + \frac{a_{k+1}}{v_{k+1,\infty}}$, so hat man

$$v_{h,\infty} = \frac{\left(b_k + \frac{a_{k+1}}{v_{k+1,\infty}}\right) Z_{h,k-1} + a_k Z_{h,k-2}}{\left(b_k + \frac{a_{k+1}}{v_{k+1,\infty}}\right) N_{h,k-1} + a_k N_{h,k-2}} = \frac{Z_{h,k} + Z_{h,k-1} \frac{a_{k+1}}{v_{k+1,\infty}}}{N_{h,k} + N_{h,k-1} \frac{a_{k+1}}{v_{k+1,\infty}}}$$

$$= v_{h,k} + \frac{(-1)^{k-h} a_{h+1} a_{h+2} a_{h+3} \dots a_{k+1} : N^2_{h,k}}{\frac{N_{h,k-1}}{N_{h,k}} a_{k+1} + v_{k+1,\infty}}$$

Setzt man hier nach und nach für h und k zusammengehörige Werthe aus den beiden Reihen

| für h | für k |
|---|---|
| 0 | m |
| m + 1 | p |
| p + 1 | q |
| q + 1 | r |
| etc. | etc. |

und wendet jede folgende Gleichung dieser Art auf den Ausdruck zur Rechten in der vorhergehenden an, so wird dadurch der gegebene Bruch in einen solchen transformirt, in welchem an die Stelle von $b_0$, $b_1$, $b_2$, $b_3$ . . . die Grössen treten:

11) $v_{0,m}$

$$\frac{N_{0,m-1}}{N_{0,m}} a_{m+1} + v_{m+1,p}$$

$$\frac{N_{m+1,p-1}}{N_{m+1,p}} a_{p+1} + v_{p+1,q}$$

$$\frac{N_{p+1,q-1}}{N_{p+1,q}} a_{q+1} + v_{q+1,r}$$

etc.,

während gleichzeitig die $a_1$, $a_2$, $a_3$ . . durch folgende Ausdrücke ersetzt werden:

$$(-1)^m a_1 a_2 a_3 \ldots a_{m+1} : N^2_{0,m}$$

$$(-1)^{p-m-1} a_{m+2} a_{m+3} \ldots a_{p+1} : N^2_{m+1,p}$$

$$(-1)^{q-p-1} a_{p+2} a_{p+3} \ldots a_{q+1} : N^2_{p+1,q}$$

etc.

Die aufeinanderfolgenden Näherungsbrüche $V_0, V_1, V_2, V_3, \ldots$ dieses neuen Bruches werden alsdann, wie gefordert, den Gleichungen genügen:

$$V_0 = v_m\,, \quad V_1 = v_p\,, \quad V_2 = v_q\,, \quad V_3 = v_r \text{ etc.}$$

In jedem besondern Falle der Anwendung sind für die in 11) rechts noch vorkommenden Grössen N und v ihre Werthe, ausgedrückt durch die a und b, zu setzen, was keine Schwierigkeit hat, da diese Grössen nur mit einer beschränkten Anzahl von Gliedern zu bilden sind. Uebrigens geben die Ausdrücke 11) nur Einen von den unendlich vielen continuirlichen Brüchen, welche die gestellten Bedingungen erfüllen: um den allgemeinsten Ausdruck eines solchen Bruches zu erhalten, müsste man noch, nach Analogie der Gl. 9) den einzelnen Theilzählern und Nennern beliebige Factoren A beifügen.

Wenn es sich um Convergenzuntersuchungen handelt, so darf (im Gegensatz gegen die erste Art der Umformung) die Zusammenziehung eines Kettenbruches in einen andern offenbar nur mit gewissen Cautelen angewandt werden, denn da zur Convergenz erforderlich ist, dass zuletzt *alle* Näherungsbrüche sich einer bestimmten Grenze nähern, der contrahirte Bruch aber nur mehr eine Auswahl der Näherungsbrüche in sich schliesst, so ist es sehr möglich, dass dieser convergirt, während der ursprüngliche divergirte; ganz ebenso wie etwa die divergirende Reihe:

$$\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \frac{6}{7} + \dots$$

in die convergirende übergehen würde,

$$-\frac{1}{2.3} - \frac{1}{4.5} - \frac{1}{6.7} - \dots$$

wenn man sich erlauben wollte, je zwei aufeinanderfolgende Glieder der erstern zu Einem zu vereinigen.

## 2.

In vielen Fällen wird die Untersuchung des Verhaltens eines Kettenbruches bequemer, wenn man zu ihrem Gegenstande zunächst nicht den ganzen vorgelegten Bruch macht, sondern seine Ergänzung, von irgend einer beliebigen Stelle an. Bezeichnet man die Ergänzung, welche zu $b_m$ in dem Bruche $v_{0,m}$ hinzugefügt aus diesem den vollständigen Bruch $v_{0,\infty}$ macht, mit $E_{m+1}$, so dass $E_{m+1}$ gleichbedeutend ist mit $\frac{a_{m+1}}{v_{m+1,\infty}}$, so findet zwischen $v_{0,m}$, $v_{0,\infty}$ und $E_{m+1}$ eine sehr einfache Beziehung statt, welche in derselben Gleichung ausgesprochen ist, die in §. 1 zur Ableitung der Transformationsformel 11) gedient hat. Wenn man nämlich in dieser Gleichung anstatt h . . o, anstatt k . . m und anstatt $v_{k+1,\infty}$ . . . $\frac{a_{m+1}}{E_{m+1}}$ schreibt, so erhält man sogleich:

$$12)\quad v_{0,\infty} - = v_{0,m} (-1)^m a_1 a_2 a_3 \dots a_m \frac{E_{m+1}}{N_m (N_m + N_{m-1} E_{m+1})}$$

welche Gleichung natürlich auch richtig ist, wenn E selbst nicht in's Unendliche fortläuft, sondern irgendwo abbricht, wo dann unter $v_{0,\infty}$ ebenfalls der abbrechende Bruch zu verstehen ist, welcher mit E gleiches Ende hat. Denkt man sich, dass E auf irgend eine Weise verändert werde um $\triangle E$ (etwa in Folge einer Verlängerung die man ihm selbst an seinem Schlusse hinzufügt) so wird der eben bezeichnete Bruch eine correspondirende Aenderung $\triangle v$ annehmen, welche sich aus Gl. 12) in folgender Art ergibt:

$$13)\ \triangle v = (-1)^m a_1 a_2 a_3 \ldots a_m \frac{\triangle E}{(N_m + N_{m-1} E_{m+1})(N_m + N_{m-1} E_{m+1} + N_{m-1} \triangle E)}$$

In Bezug auf die Convergenz oder Divergenz kann E ein dreifaches Verhalten zeigen: 1) es kann bei wachsender Gliederzahl sich einem bestimmten Werthe nähern: alsdann wird nach Gl. 12) auch der mit früheren Gliedern a und b anfangende und ebensoweit als E fortlaufende Bruch $v_{0,\infty}$ dasselbe thun, so ferne nicht zufällig der Grenzwerth von $E = -\frac{N_m}{N_{m-1}}$ ist, in welchem Ausnahmsfall v zuletzt Werthe annimmt, welche ausserhalb aller endlichen Schranken fallen; — 2) es kann E selbst zuletzt unendlich werden; alsdann wird $v_{0,\infty}$ offenbar zuletzt den Grenzwerth annehmen $= v_{0,m-1}$, also convergent sein mit Ausnahme des besondern Falls $N_{m-1} = 0$; — endlich kann 3) E bei immer wachsender Gliederzahl zuletzt regellos hin und her schwanken; — alsdann wird v sich ebenso verhalten.

Es treten sich also zwei Hauptfälle gegenüber:

$\alpha$) Convergenz oder auch Divergenz gegen $\pm\infty$

$\beta$) oscillirende Divergenz (Fall 3.)

von der Geltung, dass jederzeit der ganze Bruch v sich in demselben dieser beiden Fälle befindet, wie seine von irgend einer Stelle an genommene Ergänzung E; hat man bei der letzteren den Hauptfall $\alpha$, so ist eine sehr grosse Wahrscheinlichkeit für die *Convergenz* des ganzen Bruchs vorhanden, indem die Divergenz nur Folge der Erfüllung ganz specieller Gleichungen sein kann. Die Divergenz gegen $\pm\infty$ erscheint daher bei

Kettenbrüchen (anders als bei Reihen) da wo sie vorkommt als etwas Zufälliges: sie macht sofort der Convergenz Platz, wenn ein Einziges der a oder b verändert, oder wenn dem Bruche an seinem Anfang ein Glied beigefügt oder weggenommen wird. In den meisten Fällen wird es, wenn einmal constatirt ist, dass man sich im Hauptfalle $\alpha$ befindet, nicht schwer sein nachzuweisen, dass die Bedingungen der Divergenz gegen $\pm\infty$ nicht zutreffen.

In Folge des Umstandes, dass die Kettenbruchform dieser Art der Divergenz nicht günstig ist, können bei solchen Brüchen auffallende Discontinuitäten zum Vorschein kommen. Verwandelt man z. B. die Reihe

$$\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots$$

in einen ihr äquivalenten Bruch (etwa nach Gl. 8), indem man der Einfachheit wegen alle N = 1 macht, so erhält man

$$\cfrac{x}{1 + \cfrac{\frac{1}{2}x}{1 - \frac{1}{2}x + \cfrac{\frac{2}{3}x}{1 - \frac{2}{3}x + \cfrac{\frac{3}{4}x}{1 - \frac{3}{4}x + \cdots}}}}$$

Nun ist die Reihe = log. $(1 + x)$, so lange $x^2 < 1$ ist, den Fall $x = +1$ eingeschlossen; wird hingegen $x > 1$, so divergirt die Reihe gegen $\infty$, indem nämlich, wenn dabei x negativ ist (den Fall $-1$ eingeschlossen) der beständig negative Zahlenwerth ihrer Summe ohne Ende wächst, während, wenn x positiv und $> 1$ ist, zuletzt die Summen von ungeraden Anzahlen ihrer Glieder über jede positive Grösse hinaus fortwährend steigen, während die Summen von geraden Glieder-

Anzahlen unter jede negative Grösse herab sinken. Identisch denselben Gang haben in allen Fällen die Näherungsbrüche des Kettenbruches, welcher der Reihe gleichgeltend ist; die Divergenz gegen unendliche Werthe, welche demnach auch hier auftreten muss, wenn $x^2 > 1$ ist, kann aber nur dadurch hervorgebracht werden, dass der Bruch

$$\cfrac{\frac{1}{2}x}{1-\frac{1}{2}x+\cfrac{\frac{2}{3}x}{1-\frac{2}{3}x+\cfrac{\frac{3}{4}x}{1-\frac{3}{4}x+}}}$$

gegen die constante Grenze $-1$ convergirt, wenn $x = -1$ oder $x^2 > 1$ ist, während derselbe Bruch nach der variablen Grenze $\frac{x}{\log.(1+x)} - 1$ convergirt, so oft $x^2 < 1$ ist, den Fall $x = +1$ eingeschlossen. Bei dem Uebergange von $x = +1$ auf Werthe, die um beliebig wenig grösser sind, findet in dem Gange der Function, die durch den *immer convergirenden* Bruch ausgedrückt ist, ein plötzlicher Sprung von dem Betrage $\frac{1}{\log. 2}$ Statt. Sollen bei Reihen ähnliche Erscheinungen zu Tage kommen, so müssen bekanntlich die einzelnen Glieder derselben ungleich complicirtere Functionen von x sein, als hier die Partialzähler und Nenner sind, aus welchen der Bruch constituirt ist. Uebrigens versteht es sich, dass hier, ähnlich wie bei den Reihen, die Discontinuität nur dadurch möglich wird, dass in der unmittelbaren Nachbarschaft des Werthes $x = 1$ Werthe von x angebbar sein müssen, für welche der Index m, bis zu welchem man bei der Berechnung des Bruches fortgeschritten sein muss, um seinem Grenzwerth bis auf höchstens die kleine aber bestimmte Grösse $\varrho$ nahe gekommen zu sein, grösser ist, als eine beliebig grosse Zahl M*).

### 3.

Wenn eine beliebige Reihe von reellen Grössen $v_0, v_1, v_2, \ldots$ gegeben ist, so kann man vermittelst Gl. 7) sofort einen Kettenbruch aufstellen, welcher diese v zu Näherungsbrüchen hat. Man hat dabei noch eine Willkühr, vermöge deren man etwa die a wählen, sie z. B. $= -1$ setzen kann; die Gleichung 7) ergibt dann der Reihe nach die Werthe der N, mit Hilfe deren man aus der 2ten Gl. in 3) die b findet. Zwischen den Vorzeichen der b und zwischen dem steigenden oder sinkenden Gange der v findet dabei ein sehr einfacher Zusammenhang statt, welcher ausgesprochen ist in der aus 3) und 7) hervorgehenden Gleichung:

$$14) \qquad b_{n+1} = (-1)^{n+1} \frac{a_1 a_2 a_3 \ldots a_{n+1}}{N_n N_n} \left\{ \frac{1}{v_{n-1} - v_n} + \frac{1}{v_n - v_{n+1}} \right\}$$

Am elegantesten stellt sich diese Relation dar, wenn alle $a = -1$ angenommen werden, also wenn der Kettenbruch in reducirter Form verlangt wird; für diesen Fall lässt sich in Worten die folgende Regel aufstellen: *Um das Vorzeichen von* $b_{n+1}$ *zu bestimmen, nehme man von den beiden Intervallen* $v_{n-1} \ldots v_n$ *und* $v_n \ldots v_{n+1}$ *das kleinere: ist dieses sinkend, so ist* $b_{n+1}$ *positiv, ist es aber steigend, negativ.* $b_0 = v_0$ ist die einzige dieser Grössen, auf welche die Regel nicht passt; auf $b_1$ kann sie ausgedehnt werden, wenn man das Intervall $v_{-1} \ldots v_0$ als unendlich gross ansieht. ($v_{-1} = \frac{Z_{-1}}{N_{-1}} = \frac{1}{0}$).

---

*) Vergl. meine „Note über eine Eigenschaft der Reihen, welche discontinuirliche Functionen darstellen,“ Bd. V. Abth. II. dieser Denkschriften.

Wenn man sich alle möglichen Kettenbrüche erst in die reducirte Form gebracht denkt, und hierauf in *Classen* in der Weise abgetheilt, dass bei allen Brüchen derselben Classe die Aufeinanderfolge der Zeichen der Partialnenner b dieselbe sei, so erweist sich jetzt unmittelbar, dass es keine privilegirte Classe gibt, welche entweder nur convergirende oder nur divergirende Brüche in sich schlösse. Denn man kann sogleich nach Belieben convergirende oder divergirende Brüche aufstellen, welche in irgend eine vorgeschriebene Classe gehören. Um das Erstere zu thun, denke man sich irgend eine convergirende Reihe

$$\varrho_1 + \varrho_2 + \varrho_3 + \dots$$

deren Glieder sämmtlich positiv sein und beständig abnehmen mögen:

$$\varrho_1 > \varrho_2 > \varrho_3 > \dots > 0$$

wähle hierauf eine Grösse $v_0$, die dasselbe Vorzeichen hat, welches $b_0$ haben soll, und bilde $v_1$, $v_2$, $v_3$ ... indem man setze

$$v_0 - v_1 = \pm \varrho_1 \text{ je nachdem } b_1 \pm \text{ sein soll}$$
$$v_1 - v_2 = \pm \varrho_2 \text{ je nachdem } b_2 \pm \text{ sein soll}$$
$$v_2 - v_3 = \pm \varrho_3 \text{ je nachdem } b_3 \pm \text{ sein soll}$$
etc.

Die auf solche Weise berechneten v werden Näherungsbrüche eines Kettenbruches sein, dessen b, zufolge der obigen Regel, wirklich die vorgeschriebenen Zeichen erhalten; zugleich wird dieser Bruch sicherlich convergiren, denn es ist für ihn

$$v_m = v_0 \pm \varrho_1 \pm \varrho_2 \pm \varrho_3 \pm \dots \pm \varrho_m$$

welche Reihe, in's Unendliche fortgesetzt, selbst dann convergirt, wenn alle ihre Glieder gleiches Zeichen haben.

Auf ganz ähnliche Weise wird das Vorhandensein divergirender Brüche in jeder Classe bewiesen, indem man statt der $\varrho$ sich eine Reihe positiver Grössen $\sigma$ denkt, von der Art, dass

$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > \dots > s$$

wo s eine positive von Null verschiedene Grösse vorstellt, so dass die Reihe

$$\pm \sigma_1 \pm \sigma_2 \pm \sigma_3 \pm \dots$$

in allen Fällen divergent sein muss.

Man könnte geneigt sein, statt solcher Grössen $\sigma$, hier eine Reihe von Grössen $\tau$ zu Grunde zu legen, von der Art, dass

$$0 < \tau_1 < \tau_2 < \tau_3 < \dots$$

Wenn der Versuch gelänge, in allen Fällen die Unterschiede der consecutiven v der Grösse nach solchen $\tau$ gleich zu machen, und dabei ihre Vorzeichen so zu bestimmen, wie es der Regel über die Zeichen angemessen ist, so wäre damit bewiesen, dass es in jeder Classe von Kettenbrüchen nicht nur überhaupt divergirende gäbe, sondern sogar solche, bei welchen die Unterschiede der Näherungsbrüche immer grösser werden. Der Umstand, an welchem dieser Versuch in der That scheitert, führt auf eine nicht uninteressante Bemerkung. Damit nämlich nach der obigen Regel bei immer wachsenden Intervallen der v die im Voraus bestimmten Zeichen der b sich richtig ergeben, müsste man hier machen:

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} v_0 - v_1 = \pm \tau_1 \text{ je nachdem } b_1 \pm \text{ sein soll} \\ v_0 - v_1 = \pm \tau_1 \text{ je nachdem } b_2 \pm \text{ sein soll} \end{array} \right. \\ \;\; v_1 - v_2 = \pm \tau_2 \text{ je nachdem } b_3 \pm \text{ sein soll} \\ \;\; v_2 - v_3 = \pm \tau_3 \text{ je nachdem } b_4 \pm \text{ sein soll} \\ \qquad\qquad \text{etc.} \end{array}$$

Es treten also für das Vorzeichen von $v_0 - v_1$ zwei Bedingungen auf, welche einander widersprechen, im Falle für $b_1$ und $b_2$ verschiedene Zeichen vorgeschrieben sind. Man könnte die doppelte Bestimmung des Zeichens auf das nächstfolgende Intervall wälzen, und dabei doch zuletzt stets wachsende Unterschiede behalten, wenn man die immer positiven $\tau$ eine Reihe dieser Art bilden liesse:

$$\tau_1 > \tau_2 < \tau_3 < \tau_4 < \dots$$

wird aber hier auf dasselbe Hinderniss stossen, wenn auch $b_2$ und $b_3$ verschiedene Zeichen haben. Es bleibt nun wieder die Zuflucht zum nächsten Intervall, und von diesem zum nachfolgenden, und so ferner: kurz, wenn $b_r$ und $b_{r+1}$ das erste Paar consecutiver b sind, welche gleiches Zeichen erhalten sollen (das Paar $b_0, b_1$ ausgeschlossen), so denke man sich die positiven Grössen $\tau$ so angeordnet, dass

$$\tau_1 > \tau_2 > \tau_3 > \ldots > \tau_r < \tau_{r+1} < \tau_{r+2} < \ldots$$

ist, und mache, nachdem für $v_0$ eine Grösse von dem Vorzeichen von $b_0$ gewählt worden ist:

$$\begin{array}{lllllll}
v_0 - v_1 = \pm \tau_1 & \text{je} & \text{nachdem} & b_1 \pm & \text{sein} & \text{soll} \\
v_1 - v_2 = \pm \tau_2 & \text{„} & \text{„} & b_2 \pm & \text{„} & \text{„} \\
v_2 - v_3 = \pm \tau_3 & \text{„} & \text{„} & b_3 \pm & \text{„} & \text{„} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & \\
\left\{\begin{array}{l} v_{r-1} - v_r = \pm \tau_r \\ v_{r-1} - v_r = \pm \tau_r \end{array}\right. & \begin{array}{l}\text{„}\\ \text{„}\end{array} & \begin{array}{l}\text{„}\\ \text{„}\end{array} & \begin{array}{l} b_r \pm \\ b_{r+1} \pm \end{array} & \begin{array}{l}\text{„}\\ \text{„}\end{array} & \begin{array}{l}\text{„}\\ \text{„}\end{array} \\
v_r - v_{r+1} = \pm \tau_{r+1} & \text{„} & \text{„} & b_{r+2} \pm & \text{„} & \text{„} \\
v_{r+1} - v_{r+2} = \pm \tau_{r+2} & \text{„} & \text{„} & b_{r+3} \pm & \text{„} & \text{„}
\end{array}$$

es werden dann $v_0, v_1, v_2 \ldots$ Näherungsbrüche eines Kettenbruches der geforderten Classe, welcher nicht bloss divergirt, sondern zuletzt fortwährend (und wenn man will über alle Grenzen) wachsende Unterschiede der v gibt. Nur in dem Einen Fall kann ein solcher Bruch nicht gebildet werden, wenn in der Reihe der Grössen $b_1, b_2, b_3 \ldots$ nirgends zwei auf einander folgende von gleichem Vorzeichen sich befinden, d. h. wenn ein Bruch verlangt wäre, bei welchem, wenn er in die reducirte Gestalt gebracht ist, die Zeichen der Theilnenner beständig alterniren. Es ist dabei wesentlich einerlei, ob der erste von ihnen ($b_1$) positiv oder negativ sein soll, denn nach Gl. 9) kann der eine Fall auf den andern zurückgeführt werden, indem man alle $A = -1$ setzt und die Gleichung mit $-1$ multiplicirt. Auch sieht man, dass die Brüche dieser ausgezeichneten Classe (nöthigenfalls nachdem sie mit $-1$ multiplicirt worden sind) dieselben sind, welche sich, wenn man die reducirte Form verlässt, mit lauter positiven Partial-Zählern und Nennern schreiben lassen, denn macht man in 9) die $A$ abwechselnd $= -1$ und $= +1$, so werden, wenn zuvor alle a negativ waren und die b alternirende Zeichen hatten, jetzt alle Zeichen positiv werden. Die bekannte Eigenschaft dieser am häufigsten betrachteten Classe von Kettenbrüchen, wornach zwar auch in ihr Divergenz möglich ist, aber doch die stärkste Art derselben, nämlich zuletzt beständiges Wachsen der Unterschiede der Näherungsbrüche nicht vorkommen kann, — bildet demnach eine Auszeichnung, welche dieser Classe allein vor allen übrigen zukommt.

Nach dieser begünstigten Categorie, für welche die Untersuchung der Convergenz oder Divergenz allgemein auf diejenige von Reihen zurückgeführt ist, haben den nächsten Anspruch auf unsere Betrachtung die Kettenbrüche, welche in ihrer reducirten Gestalt entweder nur positive oder nur negative Theilnenner haben. Ich werde annehmen, sie seien positiv: der entgegengesetzte Fall kann auf diesen zurückgeführt werden nach Gl. 9), indem man alle $A = -1$ setzt und den ganzen Bruch mit $-1$ multiplicirt. Nach dem Gesetze, welches bei Brüchen von reducirter Form für die Zeichen der b gilt, ist es leicht anzugeben, welchen Gang die Näherungsbrüche eines solchen Kettenbruches möglicher Weise haben können (s. Gl. 14): die Norm bildet ein regelmässiges Sinken, dasselbe kann aber an beliebigen Stellen durch ein Steigen unterbrochen sein, mit der Beschränkung, dass nie zwei steigende Intervalle auf einander folgen dürfen ($v_{n-1} - v_n$ und $v_n - v_{n+1}$ nicht gleichzeitig negativ), und dass, wo ein solches vorkommt, dasselbe grösser sein muss, als jedes der beiden sinkenden, zwischen welchen es sich befindet*). Reihen mit nur negativen Gliedern sind also

---

*) Die Worte „sinkend“ und „steigend“ wären mit einander zu vertauschen.

Kettenbrüchen dieser Classe äquivalent; Reihen mit ausschliesslich positiven Gliedern eben solchen mit — 1 multiplicirt; aber Brüche der nämlichen Art können auch ganz verschiedene Reihen repräsentiren, z. B. solche, deren Glieder abwechselnd negativ und positiv sind, und wo jedes positive grösser ist, als die beiden negativen, zwischen welchen es steht, so dass sie, um es so auszudrücken, einen terrassenartigen Gang zeigen. So kann es auch vorkommen, dass die v zuletzt sich *verschiedenen* Grenzen nähern, (oder auch wohl denselben völlig gleich werden) je nachdem ihre Indices, durch irgend eine bestimmte ganze Zahl p dividirt, verschiedene Reste lassen (welches ein besonderer Fall einer Art von periodischer Divergenz sein würde) u. s. w. Bei einem so weiten Felde der Möglichkeiten wird es passend sein, sich nach weiteren Hilfsmitteln umzusehen, welche wenigstens in gewissen Hauptfällen etwas nähere Anhaltspunkte für die Beurtheilung des Fortgangs des Bruches bieten.

## 4.

Ist ein Kettenbruch in reducirter Form vorgelegt

$$v = b_0 - \cfrac{1}{b_1 - \cfrac{1}{b_2 - \cdots}} \;,$$

welcher gleichgeltend ist mit der Reihe

$$\begin{aligned} & v_0 - (v_0 - v_1) - (v_1 - v_2) - \ldots \\ & = b_0 - \frac{1}{N_0 N_1} - \frac{1}{N_1 N_2} - \frac{1}{N_2 N_3} - \ldots \\ 15) \quad & = b_0 + g_1 + g_2 + g_3 + \ldots \end{aligned}$$

---

wenn $a_1 = +1$ und nur die folgenden $a = -1$ wären, oder, was dasselbe ist, wenn man sich den ganzen Bruch mit — 1 multiplicirt denkt.

so kann man zwar, der Weitläufigkeit der erforderlichen Operationen wegen, das allgemeine Glied $g_m$ dieser Reihe nicht explicite, durch die b ausgedrückt, herstellen, doch lässt sich eine gewisse Combination von drei auf einander folgenden Gliedern leicht auf die gegebenen Grössen zurückführen, und gibt dadurch eine Grundlage für gewisse Schlüsse. Im gegenwärtigen Falle, wo die a $= -1$ sind, hat man nämlich

$$N_{n+1} + N_{n-1} = b_{n+1} N_n$$

ebenso

$$N_n + N_{n-2} = b_n N_{n-1}$$

also

$$b_n b_{n+1} = \left(1 + \frac{N_{n-2}}{N_n}\right) \left(1 + \frac{N_{n+1}}{N_{n-1}}\right)$$

oder auch, weil $\frac{1}{N_{n-1} N_n} = - g_n$ ist, etc.

$$16) \qquad b_n b_{n+1} = \left(1 + \frac{g_n}{g_{n-1}}\right) \left(1 + \frac{g_n}{g_{n+1}}\right)$$

welche Gleichung nur eine Ausnahme erleidet für $n = 0$ oder $n = 1$ in welchen Fällen an ihre Stelle die folgenden treten*):

$$16\,a) \quad \left\{ \begin{array}{l} b_1 = - \dfrac{1}{g_1} \\[2ex] b_1 b_2 = 1 + \dfrac{g_1}{g_2} \end{array} \right.$$

---

*) Bei einem Kettenbruche, dessen Theilzähler a in irgend einer Weise fixirt sind (z. B. $= -1$ gemacht) sind die Werthe der Producte auf einander folgender b (von der Form $b_n b_{n+1}$) von wesentlicherer Bedeutung als die einzelnen b. Denn man kann nach Gl. 9) mit einem beliebigen Factor gleichzeitig alle b von geradem Index multipliciren und die von ungeradem Index dividiren (oder umgekehrt), wodurch man nur allen Näherungsbrüchen denselben Factor beifügt. Bei dieser Transformation, welche die

Setzt man für den Augenblick die Verhältnisse auf einander folgender Glieder der Reihe

$$\frac{g_n}{g_{n-1}} = \eta_n \quad ; \quad \frac{g_{n+1}}{g_n} = \eta_{n+1}$$

so steht die Gleichung 16) auch so:

$$b_n\, b_{n+1} = 1 + \eta_n + \frac{1}{\eta_{n+1}} + \frac{\eta_n}{\eta_{n+1}}$$

woraus sich unter Anderm folgendes ergibt:

α) Soll die dem Kettenbruche äquivalente Reihe von irgend einer Stelle an keinen Zeichenwechsel haben, so müssen von hier an alle Producte auf einander folgender b sicherlich grösser sein als 1.

β) Sollen gleichzeitig die Glieder der Reihe zuletzt immer abnehmen, so müssen die $b_n\, b_{n+1}$ grösser sein als 2 (weil $\frac{1}{\eta_{n+1}}$ hier ein unechter Bruch ist).

γ) Dasselbe muss der Fall sein, wenn die Glieder der Reihe zuletzt immer zunehmen sollen ($\eta_n > 1$).

δ) Sollen die Glieder der Reihe (keinen Zeichenwechsel haben und) zuletzt immer rascher abnehmen, so müssen die $b_n\, b_{n+1}$ grösser sein als 3. ($\frac{1}{\eta_{n+1}}$ und $\frac{\eta_n}{\eta_{n+1}}$ sind hier unechte Brüche).

ε) Dasselbe muss der Fall sein, wenn die Glieder der Reihe zuletzt immer langsamer zunehmen sollen ($\eta_n$ und $\frac{\eta_n}{\eta_{n+1}}$ unechte Brüche).

ζ) Sind die $b_n\, b_{n+1}$ alle kleiner als $+1$, so können in der Reihe nirgends mehr als zwei aufeinander folgende Glieder gleiches Zeichen haben.

---

Verhältnisse der v zu einander nicht alterirt, ändern sich alle einzelnen b, während die Producte von je zwei consecutiven ihre Werthe behalten.

Diesen Schlüssen lassen sich einige ähnliche anreihen, welche sich auf anderm Wege ergeben. Setzt man nämlich bei einem Bruche, der bereits in reducirter Form gedacht wird,

$$17)\qquad b_{n+1} = 2 + \varepsilon_{n+1} \qquad (\text{für } n > 0)$$

so nimmt die zweite der Gleichungen 3) die Form an

$$N_{n+1} - N_n = (N_n - N_{n-1}) + \varepsilon_{n+1} N_n$$

aus welcher sich sofort auch ergibt

$$N_{n+1} - N_n = N_1 - N_0 + \varepsilon_2 N_1 + \varepsilon_3 N_2 + \varepsilon_4 N_3 + \ldots + \varepsilon_{n+1} N_n$$

oder auch, wenn $\varepsilon_1$ (abweichend von den übrigen $\varepsilon$) durch die Gleichung definirt wird:

$$17\text{a})\qquad b_1 = 1 + \varepsilon_1$$

so hat man

$$18)\qquad N_{n+1} - N_n = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 N_1 + \varepsilon_3 N_2 + \ldots + \varepsilon_{n+1} N_n$$

Hieraus ist sofort klar, dass, wenn in einem vorgelegten Kettenbruche kein negatives $\varepsilon$ vorkommt, derselbe auch nur auf positive, und immer zunehmende, N führen kann, d. h. dass in diesem Falle der beständig und immer langsamer sinkende Gang der Näherungsbrüche niemals eine Unterbrechung erleiden wird. Ein solcher Bruch wird zugleich, wenn nicht alle seine $\varepsilon = 0$ sind, convergiren, weil für ihn (zufolge Gl. 18) die Grössen N in der Reihe 8) wenigstens eben so schnell als die Glieder einer arithmetischen Reihe zunehmen.

Ein entgegengesetztes Verhalten ergibt sich, wenn man annimmt, dass von irgend einer Stelle an in dem Bruche keine positiven $\varepsilon$ mehr vorkommen, während negative $\varepsilon$, die dabei ihrem absoluten Werthe nach grösser seien als eine (beliebig kleine) Grösse $\lambda$ immer aufs Neue auftreten sollen, soweit man auch fortgehen mag. In diesem Falle beweist man leicht, dass die Reihe der Grössen N unendlich oft Zeichenwechsel haben muss. Denn wollte man im Gegentheil annehmen, $N_p$ und alle späteren N hätten einerlei Vorzeichen, so würde man, für ein $n > p$, die Gleichung 18) so schreiben können:

$$N_{n+1} - N_n = P + \varepsilon_{p+1} N_p + \varepsilon_{p+2} N_{p+1} + \ldots + \varepsilon_{n+1} N_n$$

wo P das Aggregat einer Anzahl der ersten Glieder rechts in 18) vorstellt, die beliebig wechselnde Vorzeichen haben könnten, während die Glieder $\varepsilon_{p+1} N_p + \ldots$ der Annahme nach alle einerlei Vorzeichen haben würden. Um die Ausdrücke zu fixiren sei etwa vorausgesetzt, dass $N_p$ und alle spätern N positiv sein mögen. Alsdann wird die Reihe $\varepsilon_{p+1} N_p + \varepsilon_{p+2} N_{p+1} + \ldots$ nur negative Glieder enthalten. Ist nun dabei P positiv, so kann Anfangs diese Grösse die Summe der negativen Glieder, die darauf folgen, überwiegen. So lange dies der Fall ist, werden der Gleichung zufolge die positiven N im Wachsen begriffen sein ($N_{n+1} > N_n$): in Folge dessen müssen, wenn man n immer grösser nimmt, am Ende der Reihe rechts immer aufs Neue Glieder hinzukommen, welche negativ und (abgesehn vom Zeichen) $> \lambda N_p$ sind*). Diese werden bald den positiven Werth von P erschöpft haben, man wird also dahin gekommen sein, dass einmal $N_{n+1} - N_n$ negativ wird. Von diesem Augenblicke an müssen nun (weil $N_{n+2} - N_{n+1}$ noch stärker negativ wird als $N_{n+1} - N_n$) die N immer rascher abnehmen, bis sie durch Null gegangen sind, also, der Annahme zuwider, ein neuer Zeichenwechsel Statt gefunden hat. Dasselbe würde noch schneller eintreten, wenn schon P nicht einerlei Zeichen mit $N_p$, $N_{p+1}$ etc. hat. Die Abnahme der Zahlenwerthe der N, welche, Einmal aufgetreten, immer rapider werden muss, ist alsdann schon von Anfang an vorhanden.

Das Verhältniss bleibt ganz dasselbe, wenn man die Grössen $N_p$, $N_{p+1}$, . . . welche hier positiv genannt worden sind, negativ voraussetzen will; es sind alsdann in dem Beweise nur die Worte „positiv“ und „negativ“ mit einander zu vertauschen. Es ergibt sich also, dass in dem Falle, von welchem die Sprache ist, wirklich unendlich oft ein Zeichenwechsel der Grössen N stattfinden muss. So oft dies der Fall ist, erhält die dem Kettenbruche äquivalente Reihe 8) ein positives Glied oder das Intervall $v_n \ldots v_{n+1}$ ist steigend; weil aber dabei die b als positiv vorausgesetzt werden ($0 < -\varepsilon < 2$) also nie zwei steigende Intervalle auf einander folgen können (s. §. 3 zu Ende), so wird bei einem Kettenbruch der besprochenen Art der im Allgemeinen sinkende Gang der Näherungsbrüche an unendlich vielen Stellen durch isolirte steigende Intervalle unterbrochen sein.

---

*) Wäre $N_p$ zufällig $= 0$, so würde man statt seiner $N_{p+1}$ nehmen, welches nicht gleichzeitig auch 0 sein kann, weil sonst nach Gl. 3) auch schon $N_{p-1}$ und dann auch $N_{p-2}, N_{p-3} \ldots N_0 = 0$ sein müssten.

Man sieht, dass der Werth $b = 2$ eine Art von Scheide abgibt unter den Kettenbrüchen, welche in reducirter Form positive Nenner b haben. Sind von gewisser Stelle an alle $b \geqq 2$, so gehört der Bruch zur regulären Classe von solchen, deren Näherungsbrüche immer in Einem Sinne fortgehn; kommen im Gegentheil von irgend einer Stelle an keine $b > 2$ vor, dagegen aber unendlich viele, die *um etwas Endliches* unterhalb 2 liegen, so finden im Fortschritt des Bruches unendlich viele Schwankungen Statt. Der Fall, wo die Partialnenner vermischt bald grösser und bald kleiner als 2 sind, bleibt dabei unberührt, sofern er nicht etwa in einzelnen Beispielen durch alternirendes Multipliciren und Dividiren der Theilnenner mit Ein und derselben Grösse auf einen der beiden bezeichneten zurückgeführt werden kann (Vergl. die Anmerkung zu S. 22). Ein näheres Interesse als dieser ganz unbestimmte Fall nimmt aber die Frage in Anspruch, wie sich solche Brüche verhalten mögen, deren b sich zuletzt von unten her der 2 als Grenze nähern.

## 5.

Weil die so eben bezeichneten Brüche den Uebergang zwischen den vorher betrachteten Fällen bilden, so wird man im Voraus erwarten, es von der grösseren oder geringeren Geschwindigkeit, mit welcher hier die b der Zahl 2 sich nähern, abhängig zu finden, ob der Bruch ein Verhalten zeigt, welches demjenigen der Brüche mit positivem $\varepsilon$ analog ist, oder ein ähnliches wie diejenigen, deren $\varepsilon$ negativ sind, ohne sich der Null zu nähern.[1] Diese Vermuthung bestätigt sich, indem es leicht ist, über das Gesetz, nach welchem die b sich der 2 nähern, Annahmen aufzustellen, welche nach Willkühr auf Einen oder den andern der bezeichneten Fälle führen. Betrachtet man z. B. den Bruch, in welchem (wenigstens für alle m, die grösser sind als ein bestimmter Werth $\mu$) die Gleichung Statt finde

$$b_m = 2 - \frac{1}{m} \text{ oder } \varepsilon_m = -\frac{1}{m}$$

so wird leicht bewiesen, dass die Nenner N seiner Näherungsbrüche unendlich oft ihr Zeichen ändern. Denn wenn man annehmen wollte, dass an irgend einer Stelle, z. B. bei dem Uebergange von $N_{p-1}$ auf $N_p$ *zum letztenmal* Zeichenwechsel Statt fände, so würde man, durch Betrachtungen, welche eine beinahe wörtliche Wiederholung des schon im vorigen §. über den ähnlichen Fall Gesagten enthalten würden, sich gezwungen sehen, einen neuen Zeichenwechsel zuzugestehen und so fort. Der gleiche Fall *tritt immer ein,* wenn die b sich der 2 von unten her so langsam nähern, dass die Reihe

$$\varepsilon_m + \varepsilon_{m+1} + \varepsilon_{m+2} + \ldots \text{ in inf.}$$

(deren Glieder sämmtlich als negativ und $< 2$ vorausgesetzt werden) eine divergirende ist: in allen solchen Fällen wird der Gang der Näherungsbrüche des Kettenbruchs, anstatt in Einem Sinne fortzuschreiten, an unendlich vielen Stellen Schwankungen erleiden. Umgekehrt lassen sich aber auch Brüche angeben, deren (negative) $\varepsilon$ so rasch abnehmen, dass die Näherungsbrüche ein analoges Verhalten zeigen, wie bei positiven $\varepsilon$. Man nehme etwa an, es sei für alle m, welche einen bestimmten Werth $\mu$ überschreiten,

$$\varepsilon_m = -\frac{1}{m^\alpha}$$

und man betrachte (was zufolge des §. 3 erlaubt ist) statt des vollständigen mit $b_0$ beginnenden Bruches einen solchen, welcher mit einem spätern Index, etwa mit $k - 1 > \mu$, anfängt, also den Bruch

$$v_{k-1,\infty} = 2 - \frac{1}{(k-1)^\alpha} - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{k^\alpha} - \cfrac{1}{2 - \cfrac{1}{(k+1)^\alpha} - }}$$

Man wird hier haben, wenn $m > k$ ist:

$$N_{k-1,m+1} - N_{k-1,m} = N_{k-1,k} - N_{k-1,k-1}$$
$$\text{19)} \qquad - \left(\frac{N_{k-1,k}}{(k+1)^\alpha} + \frac{N_{k-1,k+1}}{(k+2)^\alpha} + \ldots + \frac{N_{k-1,m}}{(m+1)^\alpha}\right)$$

Dabei ist es aus dem Bildungsgesetze des Bruches klar, dass bei positivem $\alpha$ eine Anzahl seiner ersten N jedenfalls positiv ist. *So lange dies bei den rechts in den Klammern stehenden N der Fall ist,* wird der Unterschied $N_{k-1,m+1} - N_{k-1,m}$ für wachsende m entweder negativ werden, oder doch immer kleinere positive Werthe annehmen, demnach werden in der Reihe

$$N_{k-1,k-1},\ N_{k-1,k},\ N_{k-1,k+1},\ N_{k-1,k+2},\ \ldots$$

das dritte Glied und die späteren kleiner sein, als die entsprechenden Glieder der arithmetischen Reihe

$N_{k-1,k-1}$, $N_{k-1,k-1} + \Delta$, $N_{k-1,k-1} + 2\Delta$, $N_{k-1,k-1} + 3\Delta$, etc.
wo zur momentanen Abkürzung die positive Grösse $N_{k-1,k} - N_{k-1,k-1}$

$= \Delta$ gesetzt worden ist. Man wird demnach (das Zeichen $>$ algebraisch verstanden) haben:

$$N_{k-1,m+1} - N_{k-1,m} > \Delta - N_{k-1,k-1}\left(\frac{1}{(k+1)^{\alpha}} + \frac{1}{(k+2)^{\alpha}} + \frac{1}{(k+3)^{\alpha}} + \ldots + \frac{1}{(m+1)^{\alpha}}\right)$$

$$- \Delta\left(\frac{1}{(k+1)^{\alpha}} + \frac{2}{(k+2)^{\alpha}} + \frac{3}{(k+3)^{\alpha}} + \ldots + \frac{m-k+1}{(m+1)^{\alpha}}\right)$$

oder auch, weil $N_{k-1,k-1} = 1$ ist:

$$N_{k-1,m+1} - N_{k-1,m} > \Delta - \frac{1}{(k+1)^{\alpha}} - \frac{1}{(k+2)^{\alpha}} - \ldots - \frac{1}{(m+1)^{\alpha}}$$

$$- \Delta\left(\frac{k+1-k}{(k+1)^{\alpha}} + \frac{k+2-k}{(k+2)^{\alpha}} + \frac{k+3-k}{(k+3)^{\alpha}} + \ldots + \frac{m+1-k}{(m+1)^{\alpha}}\right)$$

d. i.

$$N_{k-1,m+1} - N_{k-1,m} > \Delta\left(1 - \frac{1}{(k+1)^{\alpha-1}} - \frac{1}{(k+2)^{\alpha-1}} - \ldots - \frac{1}{(m+1)^{\alpha-1}}\right)$$

$$+ (k\Delta - 1)\left(\frac{1}{(k+1)^{\alpha}} + \frac{1}{(k+2)^{\alpha}} + \ldots + \frac{1}{(m+1)^{\alpha}}\right)$$

Nun ist es bekannt, dass die Reihe

$$\frac{1}{1^{\alpha-1}} + \frac{1}{2^{\alpha-1}} + \frac{1}{3^{\alpha-1}} + \ldots \text{ in inf.}$$

convergirt, sobald $\alpha - 1 > 1$ ist; in diesem Fall ist es also möglich, k so gross zu nehmen, dass der Ausdruck

$$1 - \frac{1}{(k+1)^{\alpha-1}} - \frac{1}{(k+2)^{\alpha-1}} - \ldots - \frac{1}{(m+1)^{\alpha-1}}$$

beständig positiv bleibt; die Grössen $\Delta = N_{k-1,k} - 1 = 1 - \frac{1}{k^{\alpha}}$ und $k\Delta - 1 = k - 1 - \frac{1}{k^{\alpha-1}}$ sind gleichzeitig auch positiv; es ergibt sich also, dass die linke Seite in Gl. 19) nothwendig positiv bleiben muss, wenn die Voraussetzung erfüllt ist, dass die rechts vorkommenden N sämmtlich positiv sind, oder: wenn die Grössen $N_{k-1,k-1}$, $N_{k-1,k}$, $N_{k-1,k+1}$ ... $N_{k-1,m}$ sämmtlich positiv waren, so wird auch die nächstfolgende $N_{k-1,m+1}$ positiv und dabei grösser als $N_{k-1,m}$. Da nun eine Anzahl der ersten dieser Grössen wirklich gewiss positiv sind, so müssen also auch alle folgenden es sein: es werden also (für $\alpha > 2$) die Näherungsbrüche des hier betrachteten Bruches $v_{k-1,\infty}$ ohne Schwanken immer in Einem Sinne fortgehen. Dasselbe wird, zufolge der in Gl. 13) ausgesprochenen Beziehung zwischen dem Gange irgend eines Kettenbruchs und dem seiner Ergänzung, zuletzt auch der Fall sein bei jedem andern, der dasselbe Ende hat, also z. B. bei dem Bruche:

$$\cfrac{1}{2 - \frac{1}{1^\alpha} - \cfrac{1}{2 - \frac{1}{2^\alpha} - \cfrac{1}{2 - \frac{1}{3^\alpha} - }}}$$

Wenn, wie in dem Beispiele, von irgend einem Bruche, dessen b sich der Zahl 2 von unten her nähern, bewiesen ist, dass er nur positive N hat, so wird dasselbe bei jedem andern der Fall sein müssen, dessen b sich rascher als die des ersten dem asymptotischen Werthe 2 nähern. Denn man beweist leicht, dass seine N sämmtlich grösser ausfallen als die des ersten*). Auch kann man behaupten, dass der 2te

---

*) Drei aufeinanderfolgende Näherungsnenner des ersten Bruches seien $N_{m-1}$, $N_m$, $N_{m+1}$. Durch irgend eine Veränderung, die man an dem Bruche anbringt (etwa Vergrösserung eines b) sollen übergehen $N_{m-1}$ in $N'_{m-1} = N_{m-1}\ (1 + \alpha)$, $N_m$ in $N'_m = N_m\ (1 + \beta)$ wo $0 \leqq \alpha < \beta$ sei. So wird gleichzeitig übergehen $N_{m+1}$ in $N'_{m+1} = N_{m+1}\ (1 + \gamma)$ wo $\gamma > \beta$ ist. Denn es ist $N'_{m+1} = b_{m+1}\ N'_m - N'_{m-1} = (1 + \beta)\ b_{m+1}\ N_m - (1 + \alpha)\ N_{m-1} = (1 + \beta)\ (b_{m+1} N_m - N_{m-1}) + (\beta - \alpha)\ N_{m-1} = (1 + \beta)\ N_{m+1} +$ eine positive Grösse. — Denkt man sich also in einem vorgelegten Bruche, der nur positive N hat, zuerst etwa $b_m$ vergrössert um $\triangle b_m$, so wird dadurch direct $N_m$ vergrössert um $\triangle b_m\ N_{m-1}$, d. h. man erhält ein positives $\beta$, während $\alpha = 0$ ist. Sofort wird also auch $N_{m+1}$ vergrössert, und zwar

Bruch convergiren muss, selbst wenn derjenige, mit welchem er verglichen wird, sich in dem Falle der Divergenz gegen Unendlich befinden sollte. Denn der Bruch $v_{0,\infty} = b_0 - \frac{1}{v_{1,\infty}}$ kann nur dadurch gegen $\infty$ divergiren, dass $v_{1,\infty}$ gegen Null convergirt. Nun ist aber $v_{1,\infty}$ für den zweiten der beiden verglichenen Brüche grösser (d. i. *mehr positiv*) als für den ersten, denn der zweite dieser Brüche hat der Voraussetzung nach die grössern b, und nach der (schon S. 9 angeführten) Differentialgleichung

$$\frac{dv_{m,p}}{db_n} = (-1)^{n-m} a_{m+1}\, a_{m+2} \dots a_n \left(\frac{N_{n,p}}{N_{m,p}}\right)^2$$

kann, wenn alle $a = -1$ sind, ein positives Increment von b nur dann ein negatives an v erzeugen, wenn bei dem Uebergange vom ursprünglichen Werthe von b zum geänderten der Nenner $N_{m,p}$ durch Null geht, welcher Fall hier nicht vorhanden ist, weil die N der Voraussetzung nach schon positiv waren, und daher bei der Vergrösserung der b auch positiv bleiben. Es ist also in der That $v_{1,\infty}$ grösser für denjenigen Bruch, der die grösseren b hat, als für denjenigen, von welchem ausgegangen wurde; für diesen letzteren ist es aber nicht negativ, sondern Null oder positiv, weil sonst $v_{0,\infty} = b_0 - \frac{1}{v_{1,\infty}}$ grösser gewesen wäre, als $v_{0,0} = b_0$, während doch die Näherungsbrüche von $v_{0,\infty}$ den gemachten Voraussetzungen nach fortwährend sinkend gehn. Also muss für den Bruch, dessen b sich der 2 von unten her rascher nähern als die des ursprünglich betrachteten, $v_{1,\infty}$ positiv und von Null verschieden sein, und folglich wird für ihn $v_{0,\infty} = b_0 - \frac{1}{v_{1,\infty}}$ nicht gegen Unendlich divergiren können, sondern muss convergiren.

---

in stärkerem Verhältniss als $N_m$ (weil $\gamma > \beta$), daher $N_{m+2}$ in wieder stärkerem u. s. w. — Aehnliches findet Statt, wenn man hierauf $b_{m+1}$ vergrössert u. s. f.

## 6.

Bei der grossen Mannichfaltigkeit einzelner Fälle, welche in dem allgemeinen begriffen sind, in welchem zuletzt der Gang der Näherungsbrüche beständig zwischen Wachsen und Abnehmen schwanken muss, möchte es sehr schwer sein, allgemeine Regeln aufzustellen, nach welchen beurtheilt werden könnte, unter welchen Umständen ein solcher Gang zuletzt zur Convergenz und wann er zur Divergenz führt. Indessen tragen die meisten derjenigen Kettenbrüche, welche bisher eine analytische Wichtigkeit erlangt haben, und deren Discussion daher für jetzt ein näheres Interresse hat, einen gemeinsamen Charakter, welcher der Untersuchung sehr zu Statten kommen muss; denkt man sie sich nämlich in die reducirte Form gebracht, indem man alle ihre Partialzähler auf — 1 bringt, so werden die Partialnenner sich gewöhnlich zuletzt einer bestimmten Grenze, oder auch alternirend zwei verschiedenen Grenzen immer mehr nähern, woferne sie nicht am Ende fortwährend und über jedes Maass hinaus wachsen. In diesem letztern Falle, und ebenso, wenn eine oder mehrere Grenzen der b, sämmtlich grösser als 2, existiren, ist die Beurtheilung des Kettenbruches nach dem, was im §. 5. hierüber gesagt worden ist, leicht. Ebenso klar ist es, dass, wenn von gewisser Stelle an alle b Einem Werthe < 2 strenge gleich wären, der Bruch bei schwankendem Gange seiner Näherungsbrüche, divergiren müsste, und zwar schon desshalb, weil man für einen solchen Bruch, seine Convergenz einen Augenblick angenommen, einen imaginären Werth finden würde, welchen er natürlich nicht darstellen kann. Auch ist es leicht, mit Hilfe der recurrirenden Gleichung, aus welcher die N sich ergeben, den allgemeinen Werth von $N_m$ für diesen Fall anzugeben, in welchem man setzen kann

$$b_1 = b_2 = b_3 = \ldots = 2\cos\eta \qquad \left(0 < \eta < \frac{\pi}{2}\right)$$

man findet nämlich hier

$$N_m = \frac{\sin(m+1)\eta}{\sin\eta}$$

Das Verhalten der dem Kettenbruche äquivalenten Reihe (8), oder auch des Bruches selbst, ist daher hier so weit von der Convergenz entfernt, dass nicht einmal einzelne Glieder der ersteren zuletzt unendlich abnehmen, vielmehr werden (wenn schon von Anfang an alle $b = 2\cos\eta$ sind) so weit man auch fortgegangen sein mag, noch Unterschiede aufeinanderfolgender späterer Näherungsbrüche vorkommen, welche grösser sind als eine beliebig grosse Grösse. Man könnte hierdurch auf die Vermuthung geleitet werden, dass auch schon die Aehnlichkeit, welche mit einem Bruche der eben bezeichneten Art ein solcher hat, dessen b sich zuletzt einer Grenze $< 2$ nähern, genügend sei, um eine Convergenz des letztern ebenfalls unmöglich zu machen. Von dieser Ansicht ausgehend habe ich mich längere Zeit und auf verschiedenen Wegen bemüht, einen allgemeinen Beweis für die Divergenz der letzteren Classe von Brüchen zu führen, bin aber dabei immer auf irgend einen Umstand gestossen, durch welchen die Allgemeinheit der Schlussfolgerung abgeschnitten wurde. Nachdem ich in Folge dessen an der Existenz eines solchen Satzes zu zweifeln angefangen hatte, bin ich endlich dahin gekommen, mich zu überzeugen, dass sich wirklich Brüche aufstellen lassen, welche convergiren, obschon ihre b sich einer Grenze $< 2$ nähern, wie ich an einem Beispiele zeigen werde.

Da der Uebergang von der Reihe zum Kettenbruch leichter ist als der umgekehrte, so geht man am bequemsten von der Reihe 15) aus:

$$b_0 + g_1 + g_2 + g_3 + \dots$$

und sucht ihre Glieder so zu bestimmen, dass nicht nur sie selbst (und also auch der ihr gleichgeltende Kettenbruch) convergirt, sondern auch der Werth von b sich zuletzt einer bestimmten Grenze nähert, die (positiv und) $< 2$ sein soll. Es ist leicht, den Ausdruck der b durch die Glieder g der Reihe herzustellen; denn man hat z. B.

$$b_{2n+2} = \frac{b_1 b_2 \,.\, b_3 b_4 \,.\, b_5 b_6 \,.\,.\,.\, b_{2n+1} b_{2n+2}}{b_1 \,.\, b_2 b_3 \,.\, b_4 b_5 \,.\, b_6 b_7 \,.\,.\,.\, b_{2n} b_{2n+1}}$$

wo die Werthe der einzelnen zur Rechten stehenden Produkte je zweier Factoren durch die Gleichungen 16) und 16a) gegeben sind. Setzt man dieselben wirklich in die Gleichung, und behandelt das continuirliche Produkt auf die gewöhnliche Weise (indem man auf seinen Logarithmus übergeht), so ergibt sich, dass $b_{2n+2}$ sich mit wachsenden n einer endlichen und von Null verschiednen Grösse nähern wird, wenn die Reihe, deren allgemeines Glied ist

$$\text{a)} \qquad \frac{g_{2n+1} + g_{2n+2}}{g_{2n-1} + g_{2n}} \; \frac{g_{2n-1}\, g_{2n+1}}{g_{2n}\, g_{2n+2}} - 1$$

convergirt. Für $b_{2n+1}$ wird Aehnliches Statt finden, wenn neben der eben aufgestellten Bedingung auch die 2te erfüllt ist, dass (zufolge Gl. 16.)

$$\text{b)} \qquad \frac{(g_{2n} + g_{2n+1})\,(g_{2n+1} + g_{2n+2})}{g_{2n}\, g_{2n+1}} = b_{2n+1}\, b_{2n+2}$$

sich zuletzt einem endlichen und von Null verschiedenen Werthe nähert. Sollte es sich dabei ereignen, dass der Grenzwerth eines b mit ungeradem Index verschieden von demjenigen eines b mit geradem Index ausfiele, so wird man beide einander gleich machen können, indem man mit der Quadratwurzel aus dem Verhältniss beider Grenzen alle b alternirend multiplicirt und dividirt, wodurch man (zufolge Gl. 9) nur allen Näherungsbrüchen einen gleichen Factor hinzufügt.

Es sind also die Grössen g so zu wählen, dass die beiden Forderungen in a) und b) erfüllt sind, und dass zugleich gemäss der in §. 3. aufgestellten Regel über die Zeichen sich positive b ergeben. Gibt man dabei nicht allen g gleiche Vorzeichen, so wird man auch sicher sein, dass der Grenzwerth der b, wie es verlangt ist, $< 2$ wird. Man genügt den verschiedenen Bedingungen unter Anderm leicht auf folgendem Wege. Es sei gesetzt:

$$g_{2r} = (-1)^r \lambda_{2r}$$
$$g_{2r+1} = - \lambda_{2r+1}$$

*wo alle λ positive Grössen vorstellen sollen;* dabei müssen diejenigen $\lambda$, deren Index durch 4 theilbar ist, grösser sein, als die beiden mit ungeradem Index versehenen, zwischen welchen sie liegen (damit nach der Zeichenregel in §. 3. positive b erhalten werden). Setzt man allgemein

$$\lambda_{2r} = \lambda_{2r-1} \, . \, x_r$$

so wird man der Convergenz der Reihe

$$\Sigma \, g$$

und also auch der Convergenz des Kettenbruches sicher sein, sobald

$$\Sigma \, \lambda_{2r-1}$$

eine convergirende Reihe ist, und zugleich die Werthe aller x kleiner sind, als eine gegebene Grösse. Nimmt man etwa an, dass die Glieder der Reihe $\Sigma \, \lambda_{2r-1}$ ununterbrochen abnehmen, so braucht man nur diejenigen x, welche einen geraden Index tragen, grösser als 1 zu nehmen, um gewiss auf keine andern als positive b zu kommen.

Bedient man sich noch der Abkürzung, zu setzen

$$\lambda_{2r+1} = \lambda_{2r-1} \, y_r$$

(wo $y < 1$), so stellen sich zwei aufeinanderfolgende Glieder (welche beiden ihrer verschiedenen Bildung wegen von einander getrennt betrachtet werden müssen) der in a) bezeichneten Reihe so dar:

$$\text{a}') \quad \left\{ \frac{x_{2p+1}+1}{x_{2p}-1} \, \frac{y_{2p}}{x_{2p}\,x_{2p+1}} - 1 \right\} + \left\{ \frac{x_{2p+2}-1}{x_{2p+1}+1} \, \frac{y_{2p+1}}{x_{2p+1}\,x_{2p+2}} - 1 \right\}$$

und man hat jetzt, neben der Bedingung, dass diese Reihe convergirt, auch noch die beiden aus b) hervorgehenden zu erfüllen, dass die Grössen

$$\text{b}') \quad \left\{ \begin{array}{l} \left(1 + \frac{1}{x_{2p+1}}\right) \left(1 - \frac{y_{2p}}{x_{2p}}\right) \text{ und} \\ \left(1 - \frac{1}{x_{2p+2}}\right) \left(1 + \frac{y_{2p+1}}{x_{2p+1}}\right) \end{array} \right.$$

sich Ein und derselben endlichen und von Null verschiedenen Grenze nähern*). Aus der Vergleichung der Ausdrücke in a′) und b′) erkennt man bald, dass allen gestellten Forderungen gleichzeitig sehr einfach genügt werden kann, wenn man sämmtliche y der 1, die x mit ungeradem Index der Grösse $\sqrt{2}-1$ und die mit geradem der Grösse $\sqrt{2}+1$ als Grenzen sich in angemessener Weise nähern lässt. Nimmt man z. B. an, es sei allgemein $y_r = \left(\frac{r-1}{r}\right)^\alpha$ und setzt dabei voraus, dass $\alpha$ positiv und grösser als 1 sei, so ist die Reihe

$$\Sigma\, \lambda_{2r-1} = \lambda_1 \left(\frac{1}{1^\alpha} + \frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{3^\alpha} + \cdots\right)$$

bekanntlich convergirend. Um der Reihe a′) die gleiche Eigenschaft zu geben, kann man etwa setzen:

$$x_{2p} = \sqrt{2} + 1 - \frac{\alpha}{4p\sqrt{2}}$$

$$x_{2p+1} = \sqrt{2} - 1 - \frac{\alpha}{(4p+2)\sqrt{2}}$$

Es ist durch diese Annahmen allen gestellten Anforderungen Genüge geleistet. Denn durch die Grössen $y_r$, $x_{2p}$ und $x_{2p+1}$ sind alle g so bestimmt, dass die Reihe $\Sigma g$, oder der Kettenbruch, convergirt, zugleich werden die Grössen $b_{2n+2}$ sich zuletzt einer bestimmten Grenze nähern (weil die Reihe a′) convergirt) und eine ähnliche Grenze wird für die Grössen $b_{2n+1}$ existiren, weil die beiden in b′) aufgestellten Producte je zweier aufeinander folgender b sich zuletzt *derselben* Grenze 2 nähern. Endlich kann man noch die beiden möglicherweise von einander verschiedenen Grenzen der b mit geradem und mit ungeradem Index einander und der Grösse $\sqrt{2}$ dadurch gleich machen, dass man mit der Quadratwurzel aus dem Verhältnisse beider Grenzen alle b alternirend multiplicirt oder dividirt, was zufolge Gl. 9) erlaubt ist.

---

*) Man erhält diese zwei Bedingungen statt Einer, weil nach dem angenommenen Bildungsgesetze der g die beiden Fälle $n = 2p$ und $n = 2p+1$ unterschieden werden müssen.

Hierdurch ist also die Existenz eines convergirenden Kettenbruches erwiesen, dessen b sich zuletzt sämmtlich der Grenze $\sqrt{2}$ nähern; und durch ähnliche Betrachtungen wird man auch andere Brüche aufstellen können, welche convergiren müssen, obgleich ihre b (in der reducirten Form) zuletzt einen Grenzwerth $< 2$ annehmen. Hätte man auf irgend eine Weise einen *solchen* Bruch von dieser Eigenschaft gewonnen, für welchen die Grenze von b nicht dem doppelten Cosinus eines zu $\pi$ in rationalem Verhältnisse stehenden Bogens gleich wäre, so würde man in einem sehr allgemeinen Falle aus diesem andere Brüche herleiten können, von welchen jeder ebenso wie der erste convergiren müsste, während für ihn die Grenze der b einen andern als den ursprünglich gegebenen Werth hätte, der dabei wieder $< 2$ wäre, und zugleich so nahe als man es nur immer verlangen möchte, dem Doppelten eines vorgeschriebenen echten Bruches gleich wäre. Das Mittel dazu bietet die Contraction des vorgelegten Bruches, für welche die allgemeine Formel zu Ende von §. 1. aufgestellt ist. Nimmt man nämlich an, es sei dort $p = 2m+1$, $q = 3m+2$, $r = 4m+3$ etc., und der gegebene Bruch sei ein solcher, dessen a sämmtlich $= -1$ wären, und dessen b sich der Grenze $2 \cos \eta$ zuletzt ohne Ende nähern, so ist es zunächst klar, dass in dem zusammengezogenen die Partialzähler und Nenner sich auch wieder bestimmten Grenzen nähern werden, welche man leicht angeben kann, weil in einem Bruche, dessen b alle genau $= 2 \cos \eta$ wären, die allgemeinen Werthe der N und ebenso der Z, also auch der v, sich ohne Schwierigkeit herstellen lassen. Dabei wird aber der zusammengezogene Bruch, so wie man ihn aus den Ausdrücken 11) erhält, nicht unmittelbar in reducirter Gestalt erscheinen, indem seine Partialzähler, anstatt alle $= -1$ zu sein, die Werthe haben:

$$-\frac{1}{N^2_{0,m}}\;;\;-\frac{1}{N^2_{m+1,\,2m+1}}\;;\;-\frac{1}{N^2_{2m+2,\,3m+2}}\;;\ \text{etc.}$$

Um sie auf $-1$ zu bringen, wird man (wie in Gl. 9) Factoren $A$ an den Zählern und Nennern anbringen, deren Ausdrücke sich aus 10) ergeben, indem man daselbst für $a_1$, $a_2$, $a_3$ . . . der Reihe nach die so eben angesetzten Werthe $-\frac{1}{N^2_{0,m}}$ etc. nimmt. Wenn man dies thut, so wird es sich häufig ereignen, dass die Ausdrücke von $A_{2r-1}$ und $A_{2r}$, welche als continuirliche Producte gegeben sind, mit wachsendem $r$ gegen endliche und von Null verschiedene Werthe $L$, $L'$ convergiren*). Unter Anderm wird dies, wie leicht zu beweisen ist, dann allemal geschehen, wenn das Gesetz, nach welchem die $b$ des ursprünglich vorgelegten Bruches sich dem Grenzwerthe $2\cos\eta$ nähern, einfach genug ist, um zu bewirken, dass die an die Stelle der Grössen $a$ n den Gleichungen 10) tretenden Werthe $-\frac{1}{N^2_{0,m}}$, $-\frac{1}{N^2_{m+1,\,2m+1}}$ etc. (welche alle gleich viele Grössen $b$ umfassen, und welche sich desshalb alle zuletzt dem Grenzwerthe $-\left(\frac{\operatorname{Sin}\eta}{\operatorname{Sin}(m+1)\eta}\right)^2$ nähern) von einer gewissen Stelle an beständig wachsen oder auch beständig abnehmen. So oft ein solcher Fall vorhanden ist, werden in dem zusammengezogenen Bruche, nachdem er in reducirte Form gebracht ist, die einzelnen Partialnenner mit Factoren behaftet sein, welche in alternirendem Gange sich theils der Grenze $L$, theils der Grenze $L'$ nähern. Da es aber erlaubt ist, alle Partialnenner irgend eines Kettenbruches mit Einem und demselben Factor abwechselnd zu multipliciren und zu dividiren (wodurch die Verhältnisse der auf einander folgenden Näherungsbrüche nicht geändert werden) so kann man für diesen Factor die Grösse $\sqrt{\frac{L}{L'}}$ nehmen; nachdem die Operation vollzogen ist, werden nun alle Theilnenner Factoren haben, welche sich derselben Grenze $\sqrt{LL'}$ nähern. Diese ist aber für den vorliegenden Fall nichts anderes als der Endwerth, welchen $N_{k,k+m}$ für stets wachsende k annimmt; multiplicirt man also mit demselben den Endwerth eines Theilnenners, wie er sich in 11) darstellt, und berücksichtigt man dabei, dass bei dem angenommenen Gange der b zuletzt (d. h. für sehr grosse k) wird $v_{k+m+1,k+2m+1} = v_{k,k+m}$, so wird das Product zuletzt $= - N_{k,k+m-1} + Z_{k,k+m}$ welches im Grenzwerth gleich ist $- \frac{\operatorname{Sin} m\eta}{\operatorname{Sin}\eta} + \frac{\operatorname{Sin}(m+2)\eta}{\operatorname{Sin}\eta}$ oder $= 2\cos(m+1)\eta$. Nachdem also die Zähler des zusammengezogenen Bruches auf $-1$ reducirt und seine Nenner in die einfachste Form gebracht sind, werden die letzteren zum Grenzwerth haben $2\cos(m+1)\eta$, während in dem ursprünglich vorgelegten Bruche $2\cos\eta$ dieselbe Rolle spielte. So oft als $\eta$ in irrationalem Verhältnisse zu $\pi$ steht, kann man die erste Grösse durch passende Annahme einer endlichen ganzen Zahl m, so nahe als es immer gefordert werden mag, einer beliebigen, zwischen 0 und 2 gegebenen Quantität gleich machen. Wäre also erst ein einziger Kettenbruch aufgestellt, dessen Convergenz nachgewiesen wäre, während seine Theilnenner (in der reducirten Form) sich zuletzt einer Grenze $2\cos\eta$ näherten, wo $\frac{\eta}{\pi}$ eine irrationale Zahl vorstellte, und hätte derselbe dabei die Eigenschaft, den zuvor mit L und L′ bezeichneten Grenzen continuirlicher Producte endliche und von Null verschiedene Werthe zu geben, so könnte man aus ihm durch Contraction andere ableiten, welche, ihrem Ursprunge nach, nothwendig ebenfalls convergiren müssten, während ihre b sich einer Grenze nähern würden, welche einer beliebig vorgeschriebenen

---

*) Wenn dies für Einen der beiden Ausdrücke $A_{2r-1}$ und $A_{2r}$ der Fall ist, muss es für den andern auch gelten, weil das Product von beiden, oder die Grösse $-\frac{1}{a_{2r}} = + N^2_{(2r-1)(m+1),(2r-1)(m+1)+m}$ sich zuletzt dem bestimmten Grenzwerth nähert $\left(\frac{\operatorname{Sin}(m+1)\eta}{\operatorname{Sin}\eta}\right)^2$.

Grösse zwischen 0 und 2 gleich wäre bis auf einen Unterschied, der kleiner als eine beliebig kleine Grösse gemacht werden könnte. In wie kleine Unter-Intervalle man also auch das Intervall von 0 bis 2 theilen möchte, so müssten doch in jedem derselben Zahlen existiren, welche als Grenzwerthe der b zu convergirenden Brüchen gehören können. (Derjenige besondere Bruch, dessen Convergenz vorher bewiesen, kann übrigens nicht zum Ausgang für ein solches Verfahren dienen, weil für ihn $\sqrt{2}$ die Grenze von b ist, oder $\frac{\eta}{\pi}$ den rationalen Werth $\frac{1}{4}$ annimmt. Ueberhaupt kann ein Kettenbruch von der geforderten Art niemals einer Reihe äquivalent sein, in welcher der Zeichenwechsel der Glieder sich nach streng eingehaltenen Perioden wiederholt.)

Auf der andern Seite ist es klar, dass zu jedem Grenzwerthe $2\cos\eta$ der Partialnenner b auch divergirende Brüche gehören. Sobald die Annäherung der b an $2\cos\eta$ *hinlänglich rasch* vor sich geht, muss nämlich Divergenz eintreten, weil sie Statt findet, wenn die b von gewisser Stelle an genau $= 2\cos\eta$ sind. Durch die wesentliche Bedeutung, welche hiernach die Geschwindigkeit der Annäherung der b an eine feste Grenze für die Convergenz des Bruches erhält, wird eine Aehnlichkeit mit dem Verhalten derjenigen Kettenbrüche hergestellt, welche aus nur positiven Theilzählern und Nennern gebildet sind. Diese letzteren, in reducirte Form gebracht, haben abwechselnd positive und negative b: einer gemeinschaftlichen Grenze können sich also dieselben nur dann nähern, wenn diese Grenze 0 ist. Dieser Fall (der sich also zunächst an den eben besprochenen einer positiven Grenze $< 2$ anschliesst) ist zugleich (nach dem im Eingange erwähnten früher erwiesenen Satze) der Einzige, wo ein Bruch solcher Art divergiren kann, und ob er dies wirklich thut oder convergirt, hängt von der Rapidität der Annäherung seiner b an die Null ab; ist dieselbe gross genug, um die

Summe der absoluten Zahlenwerthe der b convergirend zu machen, so macht sie zugleich den Bruch divergent, während derselbe im entgegengesetzten Falle convergirt. Die Frage, ob vielleicht für einen von Null verschiedenen Grenzwerth der b ein ähnlicher aber allgemeinerer Satz aufgestellt werden könnte, möchte aber auf sehr complicirte Untersuchungen führen*).

### 7.

In dem Vorausgehenden ist bereits mehrfach angedeutet, wie man im Allgemeinen einen Kettenbruch (reducirter Gestalt), dessen Theilnenner b zuletzt abwechselnd gegen zwei verschiedene (positive) Grenzen convergiren, in einen solchen umwandeln kann, in welchem eine einzige Grenze vorhanden ist. Dieser Fall kommt häufig vor, theils weil nicht selten unmittelbar zwei verschiedene Ausdrücke für die b mit geradem oder ungeradem Index gegeben sind, und theils weil die Factoren A, welche zur Zurückführung eines Bruches, der nicht in reducirter Gestalt vorliegt, auf diese Form dienen, in ähnlicher Weise aus zwei verschiedenen Gleichungen (10) erhalten werden. Das Verfahren, die einzelnen b alternirend mit der Quadratwurzel aus dem Verhältnisse ihrer beiden Grenzen zu multipliciren und zu dividiren, wird nur dann unstatthaft, wenn Eine dieser Grenzen 0 oder Unendlich ist. Man kann aber, wenn die Eine Null, die andere eine von Null verschiedene endliche Quantität ist, für diejenige Grösse, mit welcher die zuletzt verschwindenden b multiplicirt und die anderen dividirt werden, überhaupt eine sehr grosse Zahl nehmen, wodurch bewirkt wird, dass nun alle b sehr klein werden, so dass klar ist, dass ein solcher Bruch in seinem Fortgange unendlich oft Wechsel vom Steigen zum Fallen und umgekehrt zeigen muss; ebenso kann man, wenn eine Grenze endlich und von Null verschieden, die andere unendlich ist, mit einer sehr grossen Zahl die unendlich wachsenden b dividiren, die andern multipliciren, wodurch alle sehr gross, daher namentlich grösser als 2, gemacht werden; ein solcher Bruch wird daher immer in Einem Sinne fortgehen, und, von besondern Ausnahmsfällen abgesehen, convergiren. Wenn *alle* b zuletzt unendlich werden, obwohl vielleicht nach verschiedenen Gesetzen, so ist derselbe Fall vorhanden: es bleibt daher nur dann eine Schwierigkeit für die Beurtheilung des Fortschreitens der Näherungsbrüche, wenn etwa die b mit geradem Index sich zuletzt der Null nähern, und gleichzeitig die mit ungeradem über alle Grenzen wachsen, oder umgekehrt. Ereignet sich dieser nicht seltne Fall, (welcher unter Anderm bei dem von *Gauss* für die hypergeometrische Reihe gegebenen Bruche zum Vorschein kommt, wenn man denselben in die reducirte Form bringt), so kann man sich sehr häufig dadurch helfen, dass man den vorgelegten Bruch (nach den Ausdrücken 11.) in einen solchen contrahirt, welcher nur mehr die Näherungsbrüche von geradem Index, oder auch nur die von ungeradem, aus dem ersten enthält. Wenn alsdann der zusammengezogene Bruch schwankenden Gang hat, oder wenn man gar seine Divergenz beweisen kann, so ist kein Zweifel, dass der zuerst gegebene die eine oder die andere Eigenschaft mit ihm theilen muss. Dagegen scheint ein Fortschreiten in Einem Sinne des contrahirten Bruchs zunächst keinen Schluss auf ein gleiches Verhalten des vorgelegten selbst zu gestatten, weil dieser auch steigende Intervalle gehabt haben könnte, welche nur durch das dominirende Sinken der andern bei der Zusammenziehung je zweier verdeckt worden wären. Eine etwas genauere Betrachtung zeigt indess, dass Fälle dieser Art nur unter besondern Umständen eintreten könnten und leicht zu erkennen sind. Um die Vorstellung zu fixiren, möge etwa angenommen werden, dass die Näherungsbrüche $V_0$, $V_1$, $V_2$, . . des zusammengezogenen Bruches gleich seien den Näherungsbrüchen mit geradem Index des ursprünglichen; also

---

*) Der oben bezeichnete Fall, wo die b sich dem Grenzwerthe 0 abwechselnd von der positiven und negativen Seite her nähern, trifft in der That *mitten* zwischen solche Fälle hinein, auf welche die Betrachtungen des gegenwärtigen §. passen, obgleich hier zunächst nur von positiven b gesprochen worden ist. Denn wenn eine *negative* Grenze der b existirt, ist dies wesentlich dasselbe, als ob sie den positiven gleich grossen Werth hätte, weil man mit $-1$ abwechselnd alle b multipliciren und dividiren kann.

$$V_0 = v_0\,,\ V_1 = v_2\,,\ V_2 = v_4\,,\ .\ .\ V_r = v_{2r}\,,\ .\ .\ .$$

Schreiten nun alle V in Einem Sinne etwa *sinkend* fort, so ist

$$V_r - V_{r+1} = (v_{2r} - v_{2r+1}) + (v_{2r+1} - v_{2r+2})$$

positiv, woraus hervorgeht, dass entweder die Differenzen $v_{2r} - v_{2r+1}$ und $v_{2r+1} - v_{2r+2}$ beide ebenfalls positiv sind, oder, wenn Eine negativ wäre, so müsste es die (absolut genommen) *kleinere* von beiden sein. Nun aber ist nach der allgemeinen Regel über die Zeichen (S. §. 3.) das Vorzeichen der kleineren unter den beiden Differenzen $v_{n-1} - v_n$ und $v_n - v_{n+1}$ massgebend für das Vorzeichen von $b_{n+1}$; weil also hier angenommen wird, dass alle b einerlei Zeichen (+) haben, so muss in *allen* Paaren von je zwei auf einander folgenden Differenzen $v_{2r} - v_{2r+1}$ und $v_{2r+1} - v_{2r+2}$ die (absolut genommen) kleinere dasselbe Zeichen haben, und zwar das nämliche, welches auch schon die kleinere der beiden Differenzen $v_0 - v_1$ und $v_1 - v_2$ hat. Findet man also bei der leicht anzustellenden Untersuchung, dass $v_0 - v_1$ und $v_1 - v_2$ beide dasselbe Zeichen haben, wie $V_0 - V_1$ oder wie alle $V_r - V_{r+1}$ so ergibt sich, dass schon der ursprünglich vorgelegte Bruch ebenso wie der zusammengezogene beständig sinkenden Gang hat. Zugleich folgt in diesem Falle aus der Convergenz des contrahirten offenbar auch die des zuerst gegebenen. Zeigt sich im Gegentheile, dass das kleinere der zwei Intervalle $v_0 - v_1$ und $v_1 - v_2$ entgegengesetztes Vorzeichen hat mit $V_0 - V_1$, so muss auch in jedem spätern Paare von Differenzen $v_{2r} - v_{2r+1}$ und $v_{2r+1} - v_{2r+2}$ Eine, und zwar die kleinere von beiden, entgegengesetztes Zeichen mit der andern und mit $V_r - V_{r+1}$ haben. Weil aber in dem vorgelegten Bruche, wenn er lauter positive b hat, nirgends zwei steigende, und ebenso, wenn er nur negative b hat, nirgends zwei sinkende Intervalle auf einander folgen können (§. 3.) so ist also in diesem Falle (wo $y_0 - y_1$ und $y_1 - y_2$ ungleiche Zeichen haben) aus dem stets in einerlei Sinne vor sich gehenden Fortschreiten des zusammengezogenen Bruches zu schliessen, dass in dem vorgelegten selbst steigende und sinkende Intervalle regelmässig wechseln, wobei diejenigen der Einen Art sämmtlich grösser sein müssen, als die der andern zwischen welchen sie liegen.

Wendet man diese Hilfsmittel der Beurtheilung etwa auf den vorhin erwähnten Gauss'schen Kettenbruch an:

$$\cfrac{1}{1 - \cfrac{a_2 x}{1 - \cfrac{a_3 x}{1 - \cfrac{a_4 x}{1 - }}}}$$

in welchem

$$a_{2r} = \frac{r(\gamma - \alpha + r - 1)}{(\gamma + 2r - 2)(\gamma + 2r - 1)}$$

$$a_{2r+1} = \frac{(\alpha + r)(\gamma + r - 1)}{(\gamma + 2r - 1)(\gamma + 2r)}$$

ist, so findet sich, dass für positive x, welche kleiner als Eins sind, seine Näherungsbrüche zuletzt immer in demselben Sinne fortschreiten, wobei (wenigstens von ganz speciellen Ausnahmsfällen abgesehen), der Bruch convergiren muss. Ist hingegen $x > 1$, so schwanken die Näherungsbrüche zuletzt beständig zwischen Wachsen und Abnehmen, wobei eine genauer eingehende Untersuchung erforderlich wäre, um zu unterscheiden, ob und wann hier noch Convergenz möglich ist. Für negative x, wo der Bruch zu denjenigen gehört, welche sich aus lauter positiven Stücken zusammensetzen, convergirt er immer.

Ueber die

# Zersetzungen salpetersaurer Salze

durch Kohle.

Von

*August Vogel*, *jun.*

### Ueber die

# Zersetzungen salpetersaurer Salze durch Kohle

von

## *August Vogel*, *jun.*

In dem Umstande, dass die salpetrigsauren Salze noch so wenig für allgemeine technische Zwecke Anwendung finden, liegt wohl der Grund, dass man bisher deren vereinfachte Darstellungsweise nicht nachhaltiger zum Gegenstande der Bearbeitung machte. Salpetrigsaures Kali und Natron werden bekanntlich erhalten, wenn man salpetersaures Kali oder Natron so lange schmilzt, bis eine herausgenommene Probe der geschmolzenen Salze, beim Auflösen, eine alkalisch reagirende Lösung gibt, in welcher eine Auflösung von salpetersaurem Silberoxyd einen bräunlichen Niederschlag, ein Gemenge von salpetrigsaurem Silberoxyd und Silberoxyd, hervorbringt. Nachdem das so erhaltene salpetrigsaure Silberoxyd durch wiederholtes Auflösen und Krystallisiren gereinigt ist, bietet es allerdings ein geeignetes, aber sehr umständliches und auch kostspieliges Mittel dar, um durch doppelte Zerlegung andere salpetrigsaure Salze zu gewinnen.

Einer grösseren Menge salpetrigsauren Kali's zu einem mehr technischen Zwecke benöthigt, versuchte ich die Darstellung des salpetrigsauren Kali's durch Reduktion von Salpeter mittelst Kohle zu bewerkstelligen, und lege in dem Folgenden meine hiebei gewonnenen wissenschaftlichen Resultate vor.

Wenn ein Gemisch von Kohle und Salpeter einer Temperatur ausgesetzt wird, welche die des schmelzenden letzteren Bestandtheils nur um wenige Grade übersteigt, so oxydirt sich die Kohle auf Kosten des Sauerstoffs der Salpetersäure schon ohne Feuererscheinung vollständig und zwar zu Kohlensäure. Bei gesteigerter Temperatur geht dieser Prozess mit Feuererscheinung und je nach der grösseren oder geringeren Menge der angewendeten Kohle mit heftigerer oder schwächerer Detonation von Statten. Der auf diese Weise entstandene feste Rückstand ist ebenfalls von dem grösseren oder geringeren Vorherrschen eines der Bestandtheile des Gemisches abhängig, und er besteht hiernach entweder aus kohlensaurem oder salpetrigsaurem Kali oder einem Gemische von beiden, wobei die gasförmigen Produkte der Hauptsache nach nur Kohlensäure sind. Die Zersetzung geht nämlich nach folgenden Formeln vor sich:

$$\left.\begin{matrix}\mathrm{KO,\ NO_5}\\ \mathrm{C}\end{matrix}\right\} = \overbrace{\mathrm{KO,\ NO_3}}^{\text{Rückstand}} + \overbrace{\mathrm{CO_2}}^{\text{Gas}}$$

oder

$$\left.\begin{matrix}\mathrm{2\,(KO,\ NO_5)}\\ \mathrm{5\ C}\end{matrix}\right\} = \mathrm{2\,(KO,\ CO_2) + 3\ CO^2 + 2\ N.}$$

Im ersteren Falle entweicht also nur Kohlensäure, im zweiten dagegen zugleich der Stickstoff des Salpeters in reiner Gasform. In diesem letzteren Falle geht die Zersetzung mit besonders heftiger Detonation von Statten. Das als Rückstand bleibende kohlensaure Kali, von dem indess ein bedeutender Theil durch die Heftigkeit der Explosion mechanisch entführt wird, enthält Spuren von salpetrigsaurem Kali.

Im ersterwähnten Fall, welcher speciell Gegenstand der vorliegenden Untersuchung ist, bleibt nach vollständig erfolgter Oxydation des Kohlenstoffs ein leichtflüssiger Rückstand von schwach gelblich grüner Farbe, der im Wesentlichen aus salpetrigsaurem Kali besteht, verunreinigt durch geringe Mengen von kohlensaurem Kali oder nach Umständen auch durch Salpeter.

So bequem es nun auch für die Darstellung salpetrigsaurer Salze wäre, wenn sich auf diesem Wege ein völlig reines Kalisalz darstellen liesse, so war diess doch bisher nicht möglich, indem eine obwohl unbedeutende Menge von Kohlensäure sich nach dieser Methode nicht wohl vermeiden zu lassen scheint. Die Beimengung von kohlensaurem Kali ist jedoch zum Theil von einer Zersetzung bedingt, die unabhängig von den oben gegebenen Formeln vor sich geht, da sie mit einer gewissen untergeordneten Menge von Stickoxyd in dem gebildeten Gase in Relation steht. Als ich nämlich, um die Natur der entwickelten gasförmigen Produkte zu untersuchen, eine Probe des nach der obigen Formel zusammen gesetzten Gemenges aus Salpeter und Kohle (nämlich 101,2: 6) im Kohlensäurestrom erhitzte und das über Quecksilber aufgefangene Gas nachher von Kalilauge absorbiren liess, lieferten 0,214 Gramm. des Gemisches einen Rückstand von 5,2 CC. eines Gases, das an der Luft sich gelb färbte und sich nicht entzünden oder verpuffen liess. Dasselbe bestand demnach nur aus Stickoxydgas. Namentlich war aber auch durch diesen Versuch die Abwesenheit des Kohlenoxydes in dem erhaltenen Gase dargethan, auf die ich sogleich noch zurückkommen werde.

Die eben genannte Einmischung von Stickoxyd in dem erhaltenen

Gasgemenge geht, wie oben bemerkt, Hand in Hand mit dem verunreinigenden Gehalte an kohlensaurem Kali im Rückstande. Der Zusammenhang zwischen beiden ergibt sich leicht aus der Formel:

$$\left.\begin{matrix}2\,KO,\,NO_5\\3\,C\end{matrix}\right\} = 2\,KO,\,CO_2 + 1\,CO_2 + 2\,NO_2$$

Durch das völlige Zerfallen der Salpetersäure in der Art, dass die Produkte nicht mehr fähig sind, das gleichzeitig von der Säure befreite Alkali zu neutralisiren, tritt mit dieser freien Basis die ebenfalls neu entstandene Kohlensäure in Verbindung. Nach der obigen Angabe waren 5,2 CC. Stickoxydgas erhalten worden, wobei vorläufig eine Beimengung von Stickgas unentschieden gelassen wurde. Diese 5,2 CC. entsprechen einem Gewicht = 0,007 Gramm.

In dem Rückstande wurde die Kohlensäure als kohlensaurer Kalk gefällt. Aus der Formel ergibt sich, dass 2 Aequivalente des entwickelten Stickoxydgases auch 2 Aequivalenten kohlensauren Kalkes im Rückstande entsprechen. Man hätte demnach eine der 7 Milligrmm. Stickoxydgas im Aequivalentenverhältniss entsprechende Menge des Kalkniederschlages erhalten müssen. Nämlich $50 : 30 = x : 7$

$$CaO,\,CO_2 = 0{,}012 \text{ Gramm.}$$

Der Versuch ergab aber statt

$$0{,}012 - 0{,}017.$$

Dieses Mehrgewicht deutet offenbar darauf hin, dass jene 5,2 CC. als Rückstand von der Absorption des Kali gebliebenen Gases nicht reines Stickoxydgas waren, sondern dass demselben noch eine kleine Menge Stickgas mechanisch beigemengt war, herrührend von einer partiellen Zersetzung der Probe nach dem Schema

$$\left.\begin{matrix}2\,KO,\,NO_5\\5\,C\end{matrix}\right\} = 2\,KO,\,CO_2 + 3\,CO_2 + 2\,N.$$

Wäre jener Gasrückstand reines Stickgas gewesen, so hätten 21 Milligramm kohlensauren Kalkes aus dem Rückstande erhalten werden müssen.

Der Kürze wegen sind nur die Werthe der mittlern von 3 verschiedenen Beobachtungen hier angeführt worden, deren Abweichen aber zeigte, dass jene Bildung von Stickoxyd- und Stickgas nur von zufälligen äusseren Verhältnissen, von der Temperatur und nicht vollkommen zu erreichender Mischung abhänge, und daher nicht constant ist. In den beiden Versuchen wurden nämlich folgende Werthe gefunden:

| Gemenge: | von Kali nicht absorbirtes:<br>$m\,(NO_2) + n\,(N)$ |
|---|---|
| 0,214 | 4,8 c. c. |
| 0,214 | 8,0 c. c. |

In beiden Rückständen fand sich mehr kohlensaures Kali, als dem entwickelten, nicht vom Kali absorbirten Gase entsprochen hätte, wenn es reines Stickoxydgas gewesen wäre; so namentlich im letzteren Versuche.

Da auf diese Weise ein Theil des Kohlenstoffs im Gemenge dazu verwendet wird, die Zerlegung des Salpeters in ihm ferner liegende Verbindungen, als das salpetrigsaure Kali zu bewirken, so wird natürlich bei dem angegebenen Verhältniss

$$1\,KO, NO_5 : 1\,C$$

offenbar ein Theil Salpeter ganz unzerlegt bleiben müssen, der sich denn auch in der That durch die Löslichkeit von Blattgold in der mit Chlorwasserstoffsäure versetzten wässrigen Solution des Rückstandes kund gab. Indem der Kohlenstoff in die Zusammensetzung des den Rückstand verunreinigenden kohlensauren Kali's eingeht und sich dabei in der Art an den Zersetzungsprozess betheiligt, dass Stickgas und Stickoxydgas entwickelt werden, so geht diese Zersetzung nach den Formeln vor sich:

$$\text{I.}\quad \left.\begin{matrix} 2\,KO, NO_5 \\ 5\,C \end{matrix}\right\} = 2\,KO, CO_2 + 3\,CO_2 + 2\,N.$$

wo also Stickgas neben Kohlensäure als gasförmiges Produkt auftritt und:

$$\text{II.}\quad \left.\begin{matrix}2\ KO,\ NO_5\\ 3\ C\end{matrix}\right\} = 2\ KO,\ CO_2 + CO_2 + 2\ NO_2$$

wonach sich im Gase ausser Kohlensäure noch Stickoxyd findet.

In der Formel I. hätten die 5 Aequivalente Kohlenstoff nach dem Schema:

$$\left.\begin{matrix}KO,\ NO_5\\ C\end{matrix}\right\} = KO,\ NO_3 + CO_2$$

auch 5 Aequivalente Salpeter zersetzen müssen; sie zersetzten aber nur 2 Aequivalente; es bleiben daher die übrigen 3, ebenfalls für sie berechneten, unzersetzt. Gleichzeitig aber resultirten aus dieser Zersetzung 2 Aeq. kohlensaures Kali im Rückstande. Nach diesem Schema kann man also von der gefundenen Menge kohlensauren Kali's auf den Gehalt an unzersetzten Salpeter gelangen.

Ebenso für die Formel II., wo auf 2 Aeq. kohlensauren Kali's im Rückstande 1 Aeq. unzersetzten salpetersauren Kali's kömmt.

Hieraus erklärt sich, warum in allen Versuchen der nach dem Prozess bleibende Rückstand von salpetrigsaurem Kali dem Gewichte nach grösser gefunden wurde, als er berechnet war. Der zur Bildung des kohlensauren Kali's verwendete Theil des Salpeters zersetzte sich nach der Formel:

$$\left.\begin{matrix}5\ KO,\ NO\\ 5\ C\end{matrix}\right\} = 3\ KO,\ NO_5 + \begin{matrix}2\ KO,\ NO_5\\ 5\ C\end{matrix}$$

Anstatt also 5 Aeq. salpetrigsauren Kali's zu bekommen, ergaben sich 3 Aeq. unzersetzten Salpeters und 2 Aequ. kohlensaures Kali, welches folgenden Einfluss auf das absolute Gewicht der Beobachtungsprobe äusserte:

$$\begin{array}{lrl} \text{Die berechneten 5 Aeq.} & = 425 & \\ \text{Statt dessen gefunden: 3 Aeq.} & = 303 & \multirow{2}{*}{$\Big\} = 441$} \\ \text{und 2 Aequ. } KO,\ CO_2 & = 138 & \\ \text{Also auf je zwei Aequ. } KO, CO_2 & = 138 & \end{array}$$

$$\text{eine Gewichtszunahme von} \quad \begin{array}{r} 441 \\ -\ 425 \\ \hline \text{Zunahme} = 16 \end{array}$$

So ergaben sich z. B. bei einem Versuche aus 214 Milligramm des Gemisches 101 : 6 nicht wie berechnet auf $KO,\ NO_3 = 170$, sondern 175 Milligramm. In demselben fanden sich 4,8 Milligramm kohlensaures Kali, während nach der obigen Rechnung 5,6 Milligramm zu erwarten waren; ähnliche Resultate lieferte eine Reihe weiterer specieller Versuche.

Hier ist nun aber zu bemerken, dass die Anwesenheit von Stickoxyd im entwickelten Gase wieder eine Gewichts-Abnahme im Rückstande bedingen würde, herrührend von dem Prozesse nach dem Schema

$$2\ KO,\ NO_5 + 3\ C$$

und man erhält in diesem Falle

$$\begin{array}{llr} \text{statt der berechneten} & 3 \text{ Aeq. } KO,\ NO_3 & = 255 \\ & 2 \text{ Aeq. } KO,\ CO_2 & = 138 \\ & 1 \text{ Aeq. } KO,\ NO_5 & = 101 \end{array} \Big\} = 239$$

$$\text{diess bedingt auf die 138 } KO, CO_2 \text{ im Rückstande einen Verlust} = \begin{array}{r} 255 \\ -\ 239 \\ \hline 16 \end{array}$$

Wäre also das von der Kalilauge nicht absorbirte Gas gerade zur Hälfte aus Stickgas und aus Stickoxyd zusammen gesetzt gewesen, so hätte sich die Zunahme mit der Abnahme gerade corrigiren müssen. Da sich erstere aber im Verhältniss zur gefundenen Menge an kohlensaurem Kali im Rückstande durch den Versuch sehr constant fand, so berechtigt diess wohl zu der Voraussetzung, dass das Gasgemenge nur einen unbedeutenden Theil nach aus Stickoxyd bestehe, dagegen Stickgas im grossen Uebergewicht enthalte.

Ich kehre nun zu der oben schon bewiesenen Abwesenheit des Kohlenoxydgases in den gasförmigen Produkten des Zersetzungsprozesses zurück. Durch direkte Versuche hatte ich mich überzeugt, dass Kohlenoxydgas beim Durchleiten durch schmelzenden und weit über jene Temperatur erhitzten Salpeters, bei welcher damit gemengte Kohle vollständig oxydirt, sich durchaus nicht verändert. Diese Thatsache festgestellt, hätte man vielleicht vermuthen können, dass auch bei gegenseitiger Einwirkung des Salpeters und der Kohle sich zunächst diese Oxydationsstufe des Kohlenstoffs bilden dürfte, oder ein Gemeng von beiden Oxydationsstufen. Wie gezeigt befindet sich jedoch keine Spur von Kohlenoxydgas in dem Gemenge. Der Prozess hätte sich nach dem Schema gestalten können:

$$\left.\begin{matrix} KO, NO_5 \\ 2\,C \end{matrix}\right\} = KO, NO_3 + 2\,CO.$$

Bei der niedrigen Temperatur, mit welcher der Zersetzungsprozess von Statten geht, verbindet sich der Sauerstoff indess noch nicht in einem Verhältniss von Aequivalent zu Aequivalent. Auf dieselben Resultate führte auch die Untersuchung der gasförmigen Produkte der Schiesspulverexplosion. Indem zu dem Ende in einem entsprechend construirten Apparat Schiesspulver portionenweise im Kohlensäurestrome in einem schwach rothglühenden U förmig gebogenen Rohre zur Explosion gelangte, fand ich, dass das dabei entwickelte Gas nicht nur beim Jagdpulver vollkommen frei von Kohlenoxyd war, sondern dass selbst bei einem nach der Formel des Sprengpulvers, welches doch offenbar auf die Entwicklung dieses Gases berechnet zu seyn scheint*), hergestellten schwefelfreien Pulvers in dem Gasgemenge kein Kohlenoxydgas nachgewiesen werden konnte.

---

*) Knapp's Technologie. Bd. I. pag. 305.

Aehnlich mit der theoretischen Formel für das Sprengpulver

$$KO\ NO_5 + 6\,C = N + KS + 6\,CO$$

wurde ein inniges Gemisch bereitet aus weissgeglühtem Kienruss und reinem Salpeter in dem Verhältniss von 4 Aeq. zu 1 Aeq. Das gekörnte Gemisch detonirte nach der oben angegebenen Weise in kleinen Portionen. Nach der Zersetzung des Sprengpulvers war der Vorgang nach folgendem Schema zu erwarten:

$$\left.\begin{matrix}KO\ NO_5\\ 4\,C\end{matrix}\right\} = KO\ CO_2 + 3\,CO + N.$$

Dieser Vermuthung widersprach der Versuch indess auf's entschiedenste.

375 Milligram. dieses bei 110 °C. im luftleeren Raume getrockneten Gemisches lieferten:

| | Von Kali nicht absorbirtes Gas: |
|---|---|
| Rohr Nro. 1 . . . . | 29,0 C. C. |
| „ Nro. 2 . . . . | 13,0 C. C. |
| | 42,0 C. C. |

Temperatur der Sperrflüssigkeit . . . . . 16° C.
Barometerstand . . . . . 26'' 2''' Par.
Daraus berechnet für das Volumen bei 0° und 760 M. M. Barometerstand 35,4 C. C.

Im Rückstande fand sich kein Stickgas mehr, und die ganze Quantität des Kali war durch Kohlensäure neutralisirt; zugleich fand sich dem Rückstande noch unoxydirte Kohle beigemengt. Bei gleichzeitiger Betrachtung des Gasvolumens ergibt sich hieraus, dass dasselbe kein Kohlenoxydgas enthalten konnte; denn nach obiger Formel hätten die 378 Milligramm Pulver liefern müssen:

N 42 Milligramm = 33,1 C. C.
CO 42 „ = 33,2 C. C.
66,3 C. C.

Die gefundene Menge des von Kali nicht absorbirten Gases entspricht nun fast genau dem durch die Zersetzung frei gewordenen Stickstoff; die Kohle konnte sich jedoch bei der niedrigen Temperatur nicht zu Kohlenoxyd neben der hier schon entstandenen Kohlensäure verbinden, wie es die theoretische Formel verlangt hätte. Ihr Ueberschuss blieb daher im ungebundenen Zustande dem rückständigen kohlensauren Kali beigemengt.

Obgleich das gefundene Gasvolumen um 2 C. C. (eine Abweichung, die aber wohl innerhalb der Gränzen der Fehlerquellen liegt) grösser ausgefallen, als es sich bei der vollkommenen Abwesenheit des Kohlenoxydgases darin berechnet, so konnte doch weder durch Kupferchlorür, noch durch Einleiten in Kalkwasser über glühendes Kupferoxyd Kohlenoxyd in dem Gemenge nachgewiesen werden. Es wurde somit nur Kohlensäure und Stickgas entwickelt.

Diese Versuche widersprechen allerdings früheren Beobachtungen*), welche die Explosionsprodukte grösserer Mengen von Schiesspulver zum Gegenstande hatten, wobei unter veränderten Umständen abweichende Resultate erklärlich erscheinen. Aus den von mir unter den einschränkenden Bedingungen der Detonation vorgenommenen Versuchen mit möglichst kleinen Portionen in einem schwach rothglühenden Rohre ergaben sich entschiedene und bei öfteren Wiederholungen stets constante Resultate.

Auch in einem anderen bei dieser Gelegenheit untersuchten Prozesse, nämlich der Wechselwirkung zwischen Salpeter und oxalsaurem Kali in derselben Temperatur, wobei das Kohlenoxydgas im status nascens mit dem schmelzenden Salpeter in Berührung tritt, oxydirt sich dasselbe sogleich wieder zu Kohlensäure, oder vielleicht richtiger, vereinigt sich der Sauerstoff erst mit $\frac{1}{2}$ Aeq. Kohlenstoff. Der Vorgang verläuft nach folgendem Schema:

---

*) Knapp's Technologie a. a. O.

$$\left.\begin{array}{l}2KO,\ C_2O_3 = 2KO,\ CO_2 + 2CO \\ \qquad\qquad\quad + KO,\ NO_5\end{array}\right\} = \begin{array}{l}2KO,\ CO_2 + 2CO_2 \\ + KO,\ NO_3.\end{array}$$

Hier entweicht also das Kohlenoxyd nicht als Gas aus dem Gemische, sondern wird schon bei einer geringeren Temperatur, als zur Zersetzung des oxalsauren Salzes für sich erforderlich ist, zu Kohlensäure oxydirt, obgleich auf diese keine freie Basis disponirend wirken konnte. Diese eigenthümliche Erscheinung ist vielleicht dadurch bedingt, dass eben das rückständige salpetrigsaure Kali ein viel beständigeres Salz als salpetersaures Kali ist, und dass diese Repulsion der 2O im Salpeter, combinirt mit der starken Verwandtschaft des C zu 2O in der Kohlensäure, eben keine andere Art der Zersetzung zulässt. Beide Aktionen wären indess ebensowohl beim Durchleiten von Kohlenoxyd durch schmelzenden Salpeter vorhanden; wie es scheint bleiben aber die Atome, nachdem sie einmal zu der Verbindung O : C im Kohlenoxyd zur Ruhe gekommen, völlig indifferent. Uebrigens gestalten sich die Zersetzungen aller Gemische aus Salpeter und neutralem oxalsaurem Kali in verschiedenen Verhältnissen ganz ähnlich der hier speciell in Rede stehenden mit Kohle.

Die Untersuchung der hiebei möglichen Fälle führte zu folgenden Resultaten:

Die Zersetzung geht in allen Fällen, wenn kein Ueberschuss von kleesaurem Kali vorhanden ist, bei gehörig gleichmässig gesteigertem Erhitzen und möglichst inniger Mengung der beiden Salze ohne irgend bedeutende Entwicklung von Kohlenoxydgas vor sich. Bei hinlänglicher Menge Salpeter wird derselbe zu salpetrigsauren Kali reducirt; bei einem Ueberschuss an kleesaurem Kali wird auch dieses noch zerlegt und es entweicht neben Kohlensäure noch Stickgas und der Rückstand besteht nur aus kohlensaurem Kali.

Man erhält demnach folgende bestimmt abgegränzte mögliche Fälle der Zersetzung:

1) 1 Aequivalent Salpeter und 2 Aequivalente oxalsauren Kali's.

Hier reicht gerade der bei der Reduktion des Salpeters zu salpetrigsauren Kali aus der Verbindung tretende Sauerstoff hin, um die ganze Menge des gleichzeitig aus dem oxalsauren Kali entwickelten Kohlenoxydgases im status nascens in Kohlensäure überzuführen, die dann als solche entweicht.

| | festen Rückstand | Gas |
|---|---|---|
| Es geben $KONO_5$<br>$2(KOC_2O_3)$ | $= KONO_3$<br>$2(KOCO_2)$ | $2CO_2$ |

Schon in der Gewichtsabnahme und in dem Umstande, dass bei dem Prozesse kein von Kali unabsorbirtes Gas entwickelt wurde (mit Ausnahme der geringen Spuren von Kohlenoxydgas) liegt ein hinlängliches Kriterium über die Natur dieses Vorgangs.

Es wurde auf diese Weise erhalten:

| Berechnet | Rückstand | Gas oder Gewichtsabnahme |
|---|---|---|
| $KONO_5 = 101$ | $KONO_3 = 85$ | $2CO_2 = 44$ |
| $2(KOC_2O_3) = 166$ | $2(KOCO_2) = 138$ | |
| 267 | 223 | 44 |
| Gefunden übereinstimmend in 4 Versuchen | 222 | 45 |

Durch Fällen der Kohlensäure des Rückstandes mit salpetersaurem Kalk ergaben sich 100 kohlensaurer Kalk, welche Menge genau den 2 Aequivalenten kohlensauren Kali's entspricht. Die ganze Menge des 1 Aeq. Salpeter war zu salpetrigsauren Kali reducirt, indem die mit Salzsäure versetzte Lösung desselben nur äusserst schwach auf Blattgold wirkte.

2) Ist in einem Gemische der beiden Salze mehr Salpeter vorhanden, als in Nr. 1, so bleibt dieser Ueberschuss unzerlegt. Der Prozess geht aber im Uebrigen ebenso wie sub Nr. 1 vor sich.

2 Aeq. Salpeter und 2 Aeq. oxalsaures Kali liefern im Rückstande 1 Aeq. salpetrigsaures Kali, 2 Aeq. kohlensaures Kali und 1 Aeq. unzerlegten Salpeters.

Durch den Versuch ergeben sich folgende Werthe:

| | Berechnet | Fester Rückstand | Gas oder Gewichtsabnahme |
|---|---|---|---|
| $2\left\{\begin{matrix}KONO_5\\KOC_2O_3\end{matrix}\right\} =$ | $1KONO_5$ | $= 101$ | |
| | $1KONO_3$ | $= 85$ | $2CO_2 = 44$ |
| | $2(KOCO_2)$ | $= 138$ | |
| | | 324 | 44 |
| Gefunden übereinstimmend in 2 Versuchen | | 323 | 45. |

Aus dem Rückstande wurde durch salpetersauren Kalk 101 kohlensaurer Kalk gefällt.

3) Anders gestaltet sich aber der Vorgang, wenn in dem Gemische mehr oxalsaures Kali vorhanden ist, als in Nr. 1; in diesem Falle dehnt sich die zersetzende Wirkung des Kohlenoxydgases auch noch auf das gebildete salpetrigsaure Kali aus, dessen ganzer Sauerstoffgehalt noch zur Ueberführung des Kohlenoxydes in Kohlensäure verwendet wird, wodurch der in Freiheit gesetzte Stickstoff als Gas entweicht.

Man hat für diesen Fall das Schema:

$$\left.\begin{array}{r} KONO_5 \\ 5(KOC_2O_3) \end{array}\right\} = 6(KO,\ CO_2) + 4CO_2 + N$$

oder

$$\left.\begin{array}{r} KONO_5 \\ 5(KOC_2O_3) \end{array}\right\} = \left.\begin{array}{l} KONO_3 + 2CO_2 \\ 2(KOCO_2) + 3(KOC_2O_3) \end{array}\right\} = 6(KOCO_2) + 4CO_2 + N.$$

oder

$$\left.\begin{array}{r} KONO_3 \\ 3(KOC_2O_3) \end{array}\right\} = 4(KOCO_2) + 2CO_2 + N.$$

Im Versuche ergaben sich folgende Werthe:

| | | | Fester Rückstand | | Gas oder Gewichts-Abnahme | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Berechnet: | $KONO_5$ | 101 | $KOCO_2$ | 69 | $4CO_2$ | 88 |
| | $5(KOC_2O_3)$ | 415 | $5(KOCO_2)$ | 345 | N | 14 |
| | | 516 | | 414 | | 102 |
| Gefunden (Mittel von 3 Versuchen) | | | | 410 | | 106 |

Durch den grösseren Ueberschuss an oxalsaurem Kali war es in diesem Falle schwer, die Oxydation so gleichmässig zu leiten, dass kein Kohlenoxydgas sich unter den entwickelten Gasen fand. Damit zusammenhängend fanden sich auch im Rückstande meistens Spuren von salpetrigsaurem Kali. Diese unbedeutenden Verunreinigungen rühren offenbar davon her, dass man die Methode des Experiments nicht vollkommen in der Gewalt hat; sie sind aber bei gehöriger Mischung beider Salze und langsam gesteigertem Erhitzen auf ein fast unmerkliches Minimum zurückzuführen.

Aus den angestellten Versuchen und den daraus gezogenen Schlüssen geht hervor, dass sich nach der mitgetheilten Methode aus einem Gemisch von Salpeter und Kohle allerdings kein ganz chemisch reines kohlensaures Kali darstellen lässt und ich beschränkte mich darauf, die Verhältnisse aufzufinden, unter welchen die das Präparat stets begleitenden Verunreinigungen auf ihr Minimum zurückgeführt werden können. Meine Versuche nach dieser Richtung führten zu dem entschiedenen Resultate, dass nächst den Beziehungsweisen Quantitäten von Salpeter und Kohle vor Allem eine zu bedeutende Temperaturerhöhung das Auftreten der Verunreinigungen in grösserer Menge zu veranlassen im Stande ist. Die nachfolgenden procentischen Angaben werden diess auf das Unzweifelhafteste darthun.

### A.

Zu wiederholten Versuchen wurde die Operation der Zersetzung des Salpeters durch Kohle in dem Verhältniss von 101 : 6 bei einer Temperatur vorgenommen, die den Schmelzpunkt des Salpeters nur um ein ganz Geringes überstieg. Obgleich nicht die geringste Feuererscheinung stattgefunden hatte, ergab der Rückstand dennoch einen nicht unbedeutenden Gehalt an kohlensaurem Kali.

In drei verschiedenen Versuchen zeigte sich der Rückstand folgendermassen zusammengesetzt:

| | Nr. 1. | | Berechnet nach S. 19. |
|---|---|---|---|
| Kohlensaures Kali | 9,5 | proc. | 9,5 |
| Salpetersaures Kali | 20,8 | „ | 25,3 |
| Salpetrigsaures Kali | 69,7 | „ | 65,2 |
| | Nr. 2. | | |
| Kohlensaures Kali | 8,3 | „ | 8,3 |
| Salpetersaures Kali | 18,3 | „ | 20,4 |
| Salpetrigsaures Kali | 83,4 | „ | 71,3 |
| | Nr. 3. | | |
| Kohlensaures Kali | 13,2 | „ | 13,2 |
| Salpetersaures Kali | 28,9 | „ | 28,0 |
| Salpetrigsaures Kali | 57,9 | „ | 58,8 |

In Nr. 3 war die Gasentbindung schon mit ziemlicher Energie vor sich gegangen, weshalb hier auch sogleich ein bedeutend gesteigerter Gehalt an kohlensaurem Kali wahrgenommen wird. In Nr. 1 und 2 war die Temperatur so niedrig gehalten worden, dass überhaupt eben nur noch die Oxydation des Kohlenstoffs vor sich gehen konnte und daher sehr langsam geschah, so dass in diesen beiden Versuchen der Gehalt an kohlensaurem Kali für die gegebenen Umstände wohl auf sein Minimum reducirt seyn dürfte.

Der analytischen Methode, nach welcher die drei Kalisalze des Rückstandes mit möglichster Genauigkeit quantitativ bestimmt werden konnten, musste natürlich zur Erzielung zuverlässiger Resultate die umfassendste Aufmerksamkeit zugewendet werden.

Was die Bestimmung des salpetrigsauren Kali's anbelangt, so geschah dieselbe auf direktem Wege nach Bestimmung des Gehaltes an kohlensaurem Kali durch Oxydation mittelst Salpetersäure. Kennt man die Menge des Gemisches von salpetrigsaurem, salpetersaurem und kohlensaurem Kali, so ergaben sich hiebei aus der Zunahme die relativen Mengen des salpetersauren und salpetrigsauren Kali's, indem auf je 16 Zunahme des Gemisches aus Salpeter und salpetrigsaurem Kali in demselben 1 Aeq. = 85 salpetrigsaures Kali kommen, natürlich nach Abzug der Differenz zwischen kohlensaurem und salpetersaurem Kali, bezogen auf die gefundene Menge $KOCO_2$, welches erstere ja auch in Salpeter verwandelt wird.

Das Wiederoxydiren des salpetrigsauren Kali's durch Salpetersäure, eine in ihrer Ausführung nicht ganz einfache Operation, kann begreiflicherweise auch umgangen werden, wenn man absolut sicher ist, während der Reduktion keinen Verlust am Gemenge erlitten zu haben, da man für diesen Fall ja schon im Voraus weiss, wie viel Salpeter derselbe nach der Behandlung mit Salpetersäure geben wird und man nach dem Abzuge der 101 — 69 = 32 für jedes Aequivalent kohlensauren Kali's aus der so zu sagen theoretischen Zunahme den Gehalt an den beiden fraglichen Salzen im Rückstande nach der Reduktion bestimmen kann.

Es folgt hier beispielsweise diese Rechnung mit den wirklich gefundenen Zahlen eines der angeführten Versuche, um deren Resultate mit der nach der Formel berechneten Zusammensetzung vergleichen zu können, wonach auf 2 Aequivalente kohlensauren Kali's im Rückstande 3 Aequivalente unzersetzten Salpeters kommen und die sich in den obigen Angaben vorangestellt finden.

In dem Versuche Nr. 1 wurden folgende Werthe erhalten:

Gemisch 101 + 6 . . . . . . . . . . . . . . . . 428
Rückstand . . . . . . . . . . . . . . . . . 348
Kohlensaurer Kalk = 24 berechnet auf kohlensaures Kali 33

d. h. am Procentgehalte von kohlensaurem Kali im Rückstande = 9,5.

Die 348 Milligramm Rückstand wurden mit Salpetersäure behandelt; sie lieferten eingedampft und zum ruhigen Schmelzen erhitzt 404 salpetersaures Kali. Ein Theil der Zunahme kommt auf Kosten der durch Salpetersäure ersetzten Kohlensäure, der Rest rührt her von der Oxydation des salpetrigsauren Kali's zu salpetersauren.

33 Milligramm kohlensaures Kali lieferte zu der aus der ganzen Masse des Rückstandes durch Behandeln mit Salpetersäure erhaltenen 404 Milligramm Salpeter

$$33 : x = 69 : 101$$
$$x = 45,69$$

und es bleiben für den aus dem Gemisch von unzersetztem Salpeter und dem salpetrigsauren Kali ein Rest von $404 - 45{,}69 = 358{,}31$ Salpeter; er selbst betrug an Gewicht

$$m(KO, NO_5) + n(KO, NO_3) = 348 - 33 = 315.$$

Die Sauerstoffaufnahme bei der Behandlung mit Salpetersäure betrug

$$358{,}31 - 315 = 42{,}69.$$

Von dieser Zunahme entsprechen je 2 Aeq. $O = 1:6$ einem Aequivalente salpetrigsauren Kali's in dem oxydirten Gemische und man erhält demnach

$$16 : 42{,}69 = 85 : x$$
$$x = 226{,}8$$

salpetrigsaures Kali in 348 Rückstand oder auf 100 berechnet

$$= 65{,}2 \text{ proc.},$$

woraus sich dann die procentische Zusammensetzung des Rückstandes berechnet:

| | |
|---|---|
| Kohlensaures Kali | 9,5 |
| Salpetersaures Kali | 25,3 |
| Salpetrigsaures Kali | 65,2 |
| | 100,0 |

Die Resultate dieser analytischen Methode weichen offenbar ziemlich bedeutend ab von der zuerst angegebenen theoretischen, nach welcher auf 2 Aeq. kohlensauren Kali's im Rückstande 3 Aeq. unzersetzten Salpeters angenommen wurden. Dieser Unterschied rührt jedoch von der gleichzeitigen Bildung von Stickoxyd während des Zersetzungsprozesses her, die bei der nach der theoretischen Methode gewonnenen Angabe nicht berücksichtigt worden.

Die Entwicklung von Stickoxydgas geht nach folgendem Schema von Statten:

$$\begin{array}{l}2KO, NO_5\\ 3C\end{array} = 2KO, CO_2 + CO_2 + 2NO_2$$

Man ersieht auf den ersten Blick, dass durch diese Art der Zersetzung ein noch grösseres Vorwiegen des kohlensauren Kali's gegen das salpetrigsaure hervorgehen muss, indem hiernach schon 3 Aequivalente Kohlenstoff hinreichen 2 Aequivalente kohlensaures Kali zu bilden, während nach der andern Formel, wo nur Stickstoff neben Kohlensäure als Gas auftrat, 5 Aequivalente dazu erforderlich waren. Dagegen muss das relative Gewicht des salpetersauren Kali's ebenfalls noch mehr vorherrschend werden.

Die angestellten Versuche ergaben jedoch zwischen der entwickelten Menge Stickstoff und Stickoxydgas kein constantes Verhältniss weder unter den verschiedenen Operationen, noch nach den verschiedenen Stadien der Zersetzung in den einzelnen Versuchen. Es bleibt daher nichts übrig, als diese beiden Zersetzungen als von einander unabhängig und zufälligen, wechselnden Einflüssen zugehörig zu betrachten. Hieraus erklärt sich auch zugleich die grosse Verschiedenheit in den Abweichungen der nach dem Schema $2(KO, NO_5) + 5C$ berechneten und der durch den Versuch gefundenen Werthe der Verunreinigungen des salpetrigsauren Kali's.

Um die letztere Zersetzungsweise noch weiter aufzuklären untersuchte ich die Produkte eines nach der oben dafür entwickelten Formel

$$2KONO_5 + 3C = 202 : 18$$

zusammengesetzten Gemisches, wenn gleich im Voraus angenommen werden durfte, dass der grösste Theil derselben in seiner Zersetzung den stärkeren Verwandtschaften der Schemata

$$\begin{array}{c}2KONO_5\\ 5C\end{array} \text{ und } \begin{array}{c}KONO_5\\ C\end{array}$$

folgen würde.

Das Resultat dieses Versuches war Folgendes:

110 Milligramm des nach den angegebenen Verhältnissen zusammengesetzten Gemisches wurden wie in den übrigen Versuchen in einem Strom von Kohlensäure erhitzt. Das Gemeng brennt zwar, wenn man es anzuzünden versucht, nicht von selbst fort, steigert man jedoch die Temperatur langsam, so erfolgt die Zersetzung unter heftiger Detonation. Es gelang indess durch sehr vorsichtig und langsam fortschreitendes Erwärmen die Operation im Platinschiffchen ohne alle Feuererscheinung zu bewerkstelligen. Auf diese Weise gelang es, einen von Kalilauge nicht absorbirten Gasrückstand zu erhalten von 9,3 Cubikcentimeter (nach der Reduktion auf 0° Temperatur und 0,76 M. Barometerstand).

Diese wurden mit einer concentrirten Lösung von schwefelsaurem Eisenoxydul behandelt, welches unter Auftreten der charakteristischen schwarzen Färbung 4,2 cc. Stickoxydgas davon absorbirte.

Der Gesammtrückstand wog 0,077 Gramm. In diesem bestimmte ich wie oben den Gehalt an kohlensaurem Kali durch Fällung mit salpetersaurer Kalkerde und erhielt 0,020 kohlensaure Kalkerde, welche den Gehalt an kohlensaurem Kali im Rückstande zu 27,7 Milligramm geben.

Ich versuche nun zu zeigen, welchen Aufschluss diese Daten über den Prozess zu geben im Stande sind.

Es ist klar, dass auf jedes Aequivalent Stickstoff in dem von Kalilauge nicht absorbirten Gasgemenge im Rückstande 1 Aequivalent salpetersaures Kali soweit zerlegt werden musste, dass dadurch seine Basis in Freiheit gesetzt wurde und sich mit der gleichzeitig gebildeten Kohlensäure vereinigen konnte. Im Rückstande befanden sich 27,7 Milligramm kohlensauren Kali's, welchem gerade ein darauf bezogenes Aequivalent Stickstoff im Gasgemenge entsprechen musste.

Das Gasgemeng fand sich zusammengesetzt aus:

$$NO_2 = 4{,}2 \text{ cc.} = 5{,}8 \text{ Milligramm}$$
$$N = 2{,}5 \text{ cc.} = 3{,}1 \text{ „}$$

Jene Quantität Stickoxyd entspricht

$$N = 2{,}7 \text{ Milligramm}$$

Im Ganzen sind also gefunden

$$N = 2{,}7 + 3{,}1 = 5{,}8 \text{ Milligramm.}$$

Diese würden 28,5 kohlensaurem Kali im Rückstande entsprechen. Aus dem Niederschlage der kohlensauren Kalkerde berechnet sich die Menge desselben zu 27,7. Beide Resultate differiren demnach um 0,8 Milligramm, eine Abweichung, welche wohl innerhalb der Beobachtungsfehler und unvermeidlicher Fehlerquellen liegt.

Da nur Kohlensäure und die genannten Gase entbunden wurden, so konnten das Stickgas und Stickoxydgas nur von einer Zersetzungsweise nach den oben angegebenen Schematen herrühren.

An reinem Stickgase war erhalten worden

$$N = 3{,}1 \text{ Milligram}$$

und diese müssten durch einen Prozess entbunden sein wie

$$\begin{array}{r} 2KO,NO_5 + \\ 5C + \end{array} = 2KOCO_2 + 3CO_2 + 2N,$$

wo jedes Aequivalent freies Stickgas auch 1 Aequivalente in kohlensaures Kali umgesetzten salpetersauren Kali entspricht. Es wurde also auf diese Weise durch die gefundenen 3,1 Milligramm Stickgas auf eine Zersetzung gedeutet von

$$\text{Salpeter} = 3{,}1 : x = 14 : 101{,}2$$
$$x = 22{,}41 \ KONO_5$$

und an kohlensaurem Kali erhielte man dadurch:

$$3{,}1 : x = 14 : 69{,}2$$
$$x = 15{,}32 \ KOCO_2$$

Auf ähnliche Weise mussten die gefundenen 5,8 Milligramm Stickoxyd eine aequivalente Menge Salpeter zerstören und dafür kohlensaures Kali an die Stelle bringen, wobei ein Prozess nach folgendem Schema von Statten gehen musste:

$$\left.\begin{array}{l} 2\,KONO_5 \\ 3\,C \end{array}\right\} = 2\,KOCO_2 + CO_2 + 2\,NO_2,$$

d. h. auf jedes Aequivalent des entwickelten Stickoxydes wird im Rückstande ein Aequivalent Salpeter zerstört und dafür kohlensaures Kali substituirt. Man hat demnach:

$$5{,}8 : x = 30 : 101{,}2$$
$$x = 19{,}53 \ KONO_5$$

und für das an dessen Stelle gesetzte kohlensaure Kali:

$$5{,}8 : x = 30 : 69{,}2$$
$$x = 13{,}28 \ KOCO_2$$

Im Ganzen war also durch das erhaltene Gasgemenge von N : $NO_2$ in dem Gemisch eine Umsetzung von Salpeter in kohlensaures Kali folgendermassen vor sich gegangen:

$$\begin{array}{rlcrl} KONO_5 & = 22{,}41 & \text{und} & KOCO_2 & = 15{,}32 \\ & + 19{,}53 & & & + 13{,}28 \\ \hline & = 41{,}94 & & & = 28{,}60 \end{array}$$

Im kohlensauren Kali des Rückstandes musste sich nun der grösste Theil des zur Bildung desselben verwendeten Kohlenstoffs wiederfinden, jedoch wurde er von beiden gesonderten Prozessen, der Stickoxyd- und Stickgasentwicklung, zu verschiedenen Antheilen verwendet; es sind daher die verbrauchten Kohlenstoffmengen in jedem der Prozesse für sich zu betrachten, um aus der Summe beider dann die Gesammtmenge des durch jene Prozesse übergeführten Kohlenstoffs zu erhalten.

Nach der ersten Formel, der zu Folge 5 Aequivalente Kohle 2 Aequivalente kohlensaures Kali für den Rückstand lieferten, waren an Kohlenstoff verwendet:

$$15{,}32 : x = 2 .\ 69{,}2 : 30$$
$$C = x = 3{,}32 \text{ Milligramm,}$$

und vom andern Prozesse, bei welchem auf 2 Aequivalente kohlensauren Kali's im Rückstande 3 Aequivalente Kohlenstoff erforderlich sind, erhält man:

$$13{,}28 : x = 2 .\ 69{,}2 : 18$$
$$C = x = 0{,}178 \text{ Milligramm.}$$

Zu den beiden Prozessen wurden also im Ganzen gebraucht an Kohlenstoff

$$\begin{array}{r} C = 3{,}32 \\ + 1{,}78 \\ \hline 5{,}10 \end{array}$$

Von den 9 Milligramm Kohlenstoff im Gemische sind also noch übrig:

$$\begin{array}{r} 9{,}00 \\ - 5{,}10 \\ \hline 3{,}90 \end{array}$$

für diese bleiben noch zur Zersetzung an salpetersaurem Kali:

$$\begin{array}{r} 101{,}20 \\ 41{,}94 \\ \hline 59{,}26 \end{array}$$

Nach dem Schema 1 Aeq. $KONO_5$ : 1 Aeq. C. erfordert diese Menge zur Bildung von salpetrigsaurem Kali

3,51 Kohle.

Obiger Rest von 3,90 Kohle reicht also vollkommen hin zur vollständigen Ueberführung in salpetrigsaures Kali, denn der Ueberschuss von 0,39 Milligramm darf wohl als Beobachtungsfehler gelten. In solcher Weise musste aber aus dem Salpeter im Rückstande erhalten werden 49,98 salpetrigsaures Kali, welche zu dem schon im Rückstande gefundenen 28,58 kohlensauren Kali gerechnet das Gewicht des ganzen Rückstandes geben und zwar zu:

$$\begin{array}{r} 28,58 \\ \underline{49,98} \\ 78,56 \end{array}$$

Gefunden: 77,00

Durch diesen speciellen Versuch über die Entstehungsweise des Stickoxydes ist gleichzeitig bewiesen worden, dass die Entwicklung dieses Gases unter Umständen nicht unbedeutend ist, so dass es in diesem Falle die Bildung von nahezu der Hälfte Kohlensäure im Rückstande bedingte.

In den folgenden Versuchen sind die Umstände ferner berücksichtigt, welche auf die Menge des kohlensauren Kali's in dem nach dem Schema:

$$1\,KONO_5 + 1\,C$$

dargestellten salpetrigsauren Kali's von Einfluss sind.

## B.

Waren die Proben zu den bisherigen Angaben möglichst langsam erhitzt und dadurch jede Feuererscheinung zu vermeiden gesucht worden, so wurde dagegen in weiteren Versuchen die Zersetzung durch rasches Erhitzen absichtlich befördert.

Aus den folgenden Resultaten ergibt sich, dass dadurch die Menge des gebildeten kohlensauren Kali's noch bedeutend vermehrt wurde, und da die gasförmigen Produkte dieselben waren, wie in den obigen Versuchen, so folgert daraus auch eine grössere Verunreinigung durch salpetersaures Kali.

In 3 mit raschem Erhitzen des Gemenges angestellten Versuchen ergab sich der Procentgehalt an kohlensaurem Kali

| | |
|---|---|
| Nro. 1 . . . | 18,2 |
| Nro. 2 . . . | 18,0 |
| Nro. 3 . . . | 17,4 |

woraus erhellt, dass man zur praktischen Darstellung von salpetrigsaurem Kali nach dieser Methode vor allem eine zu hohe Temperatur während der Operation und namentlich Verpuffung zu vermeiden hat.

## C.

In 3 anderen Versuchen wurde die gewogene Menge Kohlenstoff allmählig in kleineren Portionen in den eben fliessenden Salpeter eingetragen, um zu erfahren, ob nicht auf diese Weise ein reineres salpetrigsaures Kali erzeugt werden könnte, dabei von der Beobachtung ausgehend, dass in einem Gemische von $1 C : 2(KONO_5)$, wo also nur die Hälfte des Salpeters zu salpetrigsaurem Kali reducirt wird, sich keine Verunreinigung durch kohlensaures Kali vorfindet.

Drei Versuche ergaben folgenden Procentgehalt an kohlensaurem Kali:

| | |
|---|---|
| Nro. 1 . . . | 11,5 |
| Nro. 2 . . . | 13,1 |
| Nro. 3 . . . | 9,0 |

Die Verunreinigung durch unzersetzten Salpeter, welche davon herrührt, dass ein Theil des Kohlenstoffs die Salpetersäure noch weiter, als zu salpetriger Säure reducirt, lässt sich vermeiden, indem man noch eine grössere Menge Kohle zufügt und es wurde in der That aus einem Gemische von 101 reinem Salpeter und 7 ausgeglühten Kienruss ein salpetrigsaures Kali erhalten, das nach Zusatz von Salzsäure äusserst schwach auf Blattgold wirkte und daher frei oder nahezu frei von salpetersaurem Kali war. Der geringe Gehalt an kohlensaurem Kali kann in der Lösung des Salzes durch einmaliges Schütteln mit Stickoxyd und Luft leicht auf ein Minimum zurückgeführt werden.

Versuche mit anderen salpetersauren Salzen gaben ein ähnliches Resultat. Salpetersaurer Baryt wurde zum grössten Theil durch ihm im Verhältniss von 1 Aeq. zugemischte Kohle in kohlensauren Baryt und unzersetzten salpetersauren Baryt getheilt.

Salpetersaures Natron eignet sich weniger als salpetersaures Kali nach dieser Methode zur Darstellung salpetrigsaurer Salze, indem hier noch schwieriger eine heftige Detonation zu vermeiden ist, welche abermals mit einer bedeutenden Verunreinigung an kohlensaurem Alkali Hand in Hand geht.

Endlich wurde noch versucht, dem Salpeter eine der Verunreinigung durch kohlensaures Kali entsprechende Menge salpetersaurer Kalkerde zuzufügen, wo dann beim Auflösen der kohlensaure Kalk ungelöst bleiben musste und man so ein Salzgemisch erhielt, dessen Basen nur an salpetrige Säure gebunden sein konnten. Dieser Darstellungsweise chemisch reiner salpetrigsauren Salze steht als wesentliches Hinderniss die schwere Schmelzbarkeit der salpetersauren Erden entgegen. Die Gemische von salpetersaurer Kalkerde und Salpeter sind nämlich nicht leichtflüssig genug für die gehörige Einwirkung des Kohlenstoffs, und eine erhöhte Temperatur bedingt einen zu bedeutenden Gehalt an kohlensauren Salzen.

Aus der Beobachtung, dass bei einem grossen Ueberschuss von Salpeter in dem Rückstande nach der Zersetzung mit Kohle keine Verunreinigung durch kohlensaures Kali stattfindet, ergibt sich dennoch der Gewinn einer bequemeren Darstellungsweise der salpetrigsauren Salze, als die bisherigen, indem aus dem zurückbleibenden Gemisch von Salpeter und salpetrigsaurem Kali die beiden Salze nach dem Auflösen durch Krystallisation leicht zu scheiden sind und so reines salpetrigsaures Kali gewonnen werden kann. Da die Lösung des auf diese Weise erhaltenen Salzgemisches nicht wie diess bisher beim Glühen des Salpeters für sich stets der Fall war, freies Kali enthält, so wird durch die Fällung mit salpetersaurem Silberoxyd nur salpetrigsaures Silberoxyd gewonnen, welches zur Darstellung anderer salpetrigsaurer Salze durch doppelte Zerlegung besonders geeignet ist. Die Methode hat noch vor dem einfachen Glühen des Salpeters allein, wozu bekanntlich eine sehr hohe Temperatur erfordert wird, den wesentlichen Vorzug, dass durch den Zusatz von Kohle die Reduktion des Salpeters bei einer weit niederern Temperatur und rascher vor sich geht, als es beim Glühen desselben für sich der Fall ist und ausserdem nie die Ungewissheit, ob die Operation beendigt sei oder nicht, vorhanden sein kann.

## Schlussfolgerungen.

Die Hauptresultate der ausgeführten Arbeit ergeben sich in folgenden Punkten:

1) Die Oxydation des Kohlenstoffs mit Salpeter gemischt geht vollständig und ohne Feuererscheinung vor sich bei einer Temperatur, welche die des schmelzenden Salpeters kaum übersteigt.

2) Der Kohlenstoff oxydirt in diesem Prozesse nur zu Kohlensäure, nie zu Kohlenoxydgas.

3) Die Salpetersäure wird nach Umständen hiebei in Stickgas, Stickoxyd und salpetrige Säure zerlegt.

4) Je nach den Temperaturverhältnissen und den relativen Mengen des Kohlenstoffs und des Salpeters befindet sich das Kali nach dem Zersetzungsprozesse als salpetrigsaures und kohlensaures Kali, begleitet von unzersetztem Salpeter, als Gemeng dieser drei Salze im Rückstande.

5) Diese Prozesse gehen nach folgenden Schematen vor sich:

a) Rückstand salpetrigsaures Kali

$$1 \text{ Aeq. } KONO_5 + 1 \text{ Aeq. } C.$$

$$\left.\begin{array}{c} KONO_5 \\ C \end{array}\right\} = KONO_3 + CO_2$$

b) *α*. Rückstand kohlensaures Kali, Gasgemenge aus Kohlensäure und Stickgas bestehend

$$2 \text{ Aeq. } KONO_5 + 5 \text{ Aeq. } C.$$

$$\left.\begin{array}{c} 2(KONO_5) \\ 5C \end{array}\right\} = 2(KOCO_2) + 3CO_2 + 2N.$$

*β*. Gasgemenge aus Kohlensäure und Stickoxyd bestehend.

$$2 \text{ Aeq. } KONO_5 + 3 \text{ Aeq. } C.$$

$$\left.\begin{array}{c} 2(KONO_5) \\ 3C \end{array}\right\} = 2(KOCO_2) + CO_2 + 2NO_2$$

der letztere Prozess tritt nur untergeordnet in Begleitung des vorigen und nicht selbstständig auf.

6) Kohlenoxydgas wirkt nicht zersetzend auf schmelzenden Salpeter, oxydirt sich dagegen im status nascens in einem Gemenge aus

kleesaurem Kali und Salpeter zu Kohlensäure schon bei einer Temperatur, wobei das kleesaure Kali für sich noch beständig ist.

7) Zur Darstellung chemisch reinen salpetrigsauren Kali's ist es der bisherigen Methode, durch Glühen des Salpeters für sich, vorzuziehen, den schmelzenden Salpeter durch Zusatz von Kohle zu reduciren.

8) Zur Auffindung von geringen Mengen von Kohle durch Bildung von kohlensaurem Kali mittelst Schmelzen mit Salpeter, ist ein Ueberschuss des letzteren zu vermeiden, da sich bei einem Ueberschuss von Salpeter kein kohlensaures, sondern nur salpetrigsaures Kali bildet.

# Beitrag zur Kenntniss

der

# Ostracoden

von

**Dr S. Fischer.**

(Mit zwei nach der Natur gezeichneten Tafeln.)

# Beitrag zur Kenntniss der Ostracoden

von

**Dr. S. Fischer.**

Obgleich durch die Bemühungen Herrn Dr. Wilh. Zenker's (s. dessen anatomisch-systematische Studien über die Krebsthiere, Berlin 1854) in neuester Zeit die Kenntniss des Baues der Ostracoden eine bedeutende Erweiterung erhielt, wofür Jeder, der die ausserordentliche Schwierigkeit solcher Untersuchungen bei so winzigen Thierchen kennt, ihm Dank wissen muss, so scheint es mir doch, dass noch gar Manches, von ihm als apodiktisch gewiss hingestellt, der Bestätigung bedarf, und desshalb den Bemühungen, die noch dunkeln Punkte aufzuhellen, ein weites Feld geöffnet ist. Ich versuche es daher, hier theils einige Beobachtungen in Bezug auf die Anatomie, Lebensart u. s. w. dieser interessanten Thierordnung zu geben, theils mehrere auf meinen frühern Reisen aufgefundene neue Arten zu beschreiben, und hoffe, damit ein Scherflein zur genauern Kenntniss der Ostracoden beizutragen.

Herr Dr. Zenker beschreibt zwei eigenthümliche rechenartige Kauorgane, und bildet sie auch ab. Ich habe mir viele Mühe gegeben, dieselben aufzufinden, und zwar bei verschiedenen Cypris-Arten, gelangte jedoch zu der Ueberzeugung, dass sie in der angegebenen Art nicht vorhanden sind, sondern dem Theile entsprechen, den ich früher als Maxille (s. meine Abhandlung über das Genus Cypris, St. Petersb. 1851) bezeichnete. Bei der Cypris strigata Müller lässt sich die genauere Einsicht in die Struktur dieser Mundtheile leichter, als bei andern Arten gewinnen; ich habe aber auch bei Cypris Jurinii Zadd. und der C. fusca Straus und bei andern Species fast das Nämliche gefunden. Von der hintersten starken Chitinader des Labrum's entspringt unter einen spitzen Winkel eine andre, die nach hinten und unten sich richtet, und hauptsächlich mit ihren Verzweigungen ein langgestrecktes, von der Seite gesehen mehr oder minder dreieckiges Stück trägt. An diesem bemerkt man nach vorn und unten eine aus starkem Chitin gebildete, mit festen Zähnchen an ihrer vordern Seite bewaffnete Lamelle, und oft ober oder neben ihr ein behaartes Läppchen (S. T. I. f. 54). Nicht selten reisst aber bei der Zergliederung der vodere härtere Theil ab, und scheint dann mit dem Labrum durch die oben erwähnte Chitinader in Verbindung zu stehen, gerade so, wie Hr. Dr. Zenker bei seinem rechenförmigen Kauorgane es annimmt. Bei der C. Jurinii konnte ich die nämlichen Organe einmal von oben beobachten (s. Fig. 55). Nach vorn lagen die beiden Kaulamellen, und schlossen sich nach hinten verschmälert an ein ambosförmiges Chitinstück an, dessen innerer Fortsatz sich mit dem der entgegengesetzten Seite vereinte. Ganz nach rückwärts werden die Theile durch ein Löffel- oder auch schuhförmiges Brustbein geschlossen. Zum eigentlichen Kauen der Speisen dienen demnach den Cypriden der hintere untere Theil des Labrum's (Oberlippe), die untern mit starken Zähnen bewaffneten Stücke der Mandibeln, und die der Oberlippe gegenüberstehenden Chitinlamellen, mag man sie nun als Maxillen oder als Unterlippen betrachten. Da das zweite Kieferpaar der Autoren von den Seiten des oben beschriebenen dreieckigen Stückes abgeht, oder wenigstens mit demselben in Verbindung steht, auch dasselbe mit seinen untern Fortsätzen eben so wie die Mandibularpalpe nur zum Fortbewegen der Nahrungsmittel gegen die eigentliche Mundöffnung hin bestimmt zu sein scheint, so möchte wohl die erstere Ansicht als die richtigere vorzuziehen sein, besonders wenn man den Bau der Mundtheile bei den Copepoden und Branchiopoden, Thieren, die jedenfalls den Ostracoden näher stehen, als die Isopoden, damit vergleicht.

Die äussersten oder letzten zwei Glieder der zweiten Antennen oder sogenannten Antennenfüsse führen bei den meisten Arten von Cypris vier Klauen, von denen drei aus dem vorletzten Gliede, und eine von dem viel dünnern und kurzen letzten entspringen, und von mehreren (4 — 6) Börstchen begleitet werden. T. I. stellt dieselben bei C. nitens vor. Bei C. punctata (Untergatt. Cypria Zk.) dagegen entspringen vom vorletzten Gliede 3 längere und eine kurze, aus dem letzten zwei Klauen (T. I. f. 44). Den von Hrn. Dr. Zenker erörterten Bau des obern Theiles der Speiseröhre oder des eigentlichen Magenapparates kann ich nur bestätigen; da er jedoch innerhalb des festen Labrum's liegt, so ist er schwer aufzufinden.

Die rhythmische Contraktion und Expansion der sogenannten Leberschläuche habe ich sehr oft wahrgenommen, und es kann sich Jedermann leicht davon überzeugen, wenn er Cyprisarten, bei denen jene vorzüglich entwickelt sind, und eine grössere Durchsichtigkeit der Schalen zu gleicher Zeit vorhanden ist, z. B. die C. fusca oder die C. Jurinii in der Seitenlage beobachtet, und die fraglichen Organe unter dem Focus des Mikroscops aufmerksam betrachtet. Ich habe daher a. a. O. nur fragweise die Vermuthung aufgestellt, es könnten dieselben als Circulations-Organe betrachtet werden; auf jeden Fall kann man die Erscheinung mit der eigenthümlichen, fast rhythmischen Bewegung des Darms bei den Cyclops-Arten vergleichen.

Bei manchen Cypris-Arten, als z. B. der C. punctata, Ovum finden sich hinter dem Auge und oberhalb des Darms grössere oder kleinere Oeltröpfchen, meist mit orange-gelber Färbung, und von einer feinen Membran eingeschlossen; sie möchten wohl mit den Darmfunktionen in Verbindung stehen, und wahrscheinlich die Stelle der bei ihnen am gewöhnlichen Orte fehlenden Leberschläuche vertreten.

Als Beitrag zur Erklärung der Geschlechtsverhältnisse bei den Cypriden, mag wohl meine Beobachtung gelten, dass mehrere Generationen ohne Zuthun von Männchen zu Stande kommen, wie dasselbe bei den Daphniden der Fall ist. Ich habe Individuen der Cypris fusca Straus sorgfältig isolirt, und von ihren Jungen wieder einige einzeln, und erhielt auf diese Art sieben Generationen; weiter konnte ich den Versuch nicht verfolgen, weil mir die siebente Generation zu Grund ging. Ebenso glaube ich der Beachtung werth, dass bisweilen Individuen der C. fusca mit Männchen der Cypris punctata, also einer weit entfernt stehenden Art in Paarung getroffen werden (ich sah es öfters bei in Gläsern aufbehaltenen Thierchen dieser Arten) und es fragt sich nun, ob solche Paarungen fruchtbare sind, oder nicht, und ob sich das Fehlen von männlichen Individuen bei vielen Arten auf diese Weise erklären lässt. Auf jeden Fall muss es sorgfältigen spätern Untersuchungen und Beobachtungen vorbehalten bleiben, zu entscheiden, ob bei allen Ostracoden männliche Formen vorkommen, oder ob der Schleier, der über die Fortpflanzungsweise derselben noch zum Theile liegt, auf andre Art gelüftet wird.

Ich gehe nun zur Beschreibung von neuen Arten von Ostracoden über, und bedaure nur, dass ich zur Zeit der Auffindung derselben nicht immer die nöthige Musse hatte, die inneren Strukturverhältnisse an den lebenden Thieren genau zu untersuchen.

## A. Familie der Cypriden.

### I. Gattung. *Cypris.*

### 1) *C. socialis* mh.

Diese Art, von 0,50 Par. Lin. Länge, und 0,32''' Höhe, findet sich nicht selten und meist in grosser Gesellschaft in stehenden Wässern um Palermo (ich traf sie daselbst während der Monate September, October und November). Von der Seite betrachtet, ist sie so ziemlich von eirunder Gestalt; die rechte Schale bedeutend kleiner, als die linke, besonders nach vorn, oben und hinten; der vordere und hintere Rand, so wie der untere, mit Ausnahme seines mittlern Theiles, mit kleinen knötchenförmigen Hervorragungen oder Auswüchsen versehen. Der hintere Rand ist zuerst leicht nach innen ausgeschweift, oder konkav gebogen, der untere gegen seine Mitte hin leicht nach oben. Die Grundfarbe der mit vielen kleinen Haarzwiebeln und Haaren besetzten Schalen ist gelbröthlich, und man bemerkt eine Menge kleiner, dunklerer, unregelmässiger Fleckchen, in deren Mitte die Grundfarbe mehr oder minder durchblickt, und die an manchen Stellen dichter zusammengedrängt unregelmässige Flecken und Bänder bilden. Der Leberschlauch verläuft schief von unter den Muskeleindrücken nach hinten und unten, und der Eierstock ober demselben, dann aber am Ende stark nach hinten und oben gebogen, und sind beide durch die Schale hindurch leicht bemerkbar. In Bezug auf innern Bau stimmt die C. socialis so ziemlich mit der C. fusca; die befiederten Ruderborsten der zweiten Antennen reichen bis zum Ende der Klauen; die Kralle des ersten Fusses ist lang und stark gekrümmt, die vodere Klaue des Schwanzes, so wie die hintere kleinere, zuerst gerade, dann unter einem stumpfen Winkel gekrümmt; das Auge ist einfach; die beiden seitlichen Glaskörper sind etwas schief nach rückwärts geneigt.

Von oben betrachtet ist die Gestalt der Schalen eine länglich-eiförmige, nach vorn zugespitzt.

Unter allen von mir beobachteten Individuen fanden sich keine männliche.

### 2) *Cypris declivis* mh.

Diese durch ihre eigenthümliche Gestalt ausgezeichnete Art fand ich in der Provinz Fayoum in Aegypten in stehenden Wässern, so wie ebendaselbst die C. ornata Müller. Wenigstens konnte ich keinen irgend bedeutenden Unterschied weder im äussern noch innern Bau finden. Es ist auch interessant, dass diese Species (C. ornata) in Griechenland sich findet, wie ich an Exemplaren, die Herr Dr. Roth bei Eleusis an zeitweise vom Meere überschwemmten Orten gesammelt hatte, bemerkte.

Die Länge von ausgewachsenen Individuen der C. declivis beträgt 1,0‴, die grösste Höhe, die gegen das Ende des ersten Dritttheils oder etwas hinter das Auge fällt 0,58‴. Ihre Farbe ist grünlichgelb oder hellgrün, mit unregelmässigen dunklern Flecken und Streifen. Der Leberschlauch verräth sich durch die Schale hindurch durch eine Reihe von weisslichen Fleckchen. Der Voderrand der Schale (beim Thier in der Seitenlage) ist abgerundet, und erhebt sich mehr und mehr nach oben und rückwärts, so dass er etwas hinter dem Auge mit einer starken Erhöhung in den schief nach hinten und unten verlaufenden obern Rand oder Rücken übergeht; der Hinterrand fällt ebenfalls zuerst stark in der nämlichen Richtung ab, und geht dann mässig abgerundet in den fast gerade verlaufenden untern Rand über. Die Schale ist mit zerstreuten Haaren, die dichter am Vorder- und Hinterrande stehen, besetzt. Sehr auffallend ist es, dass die linke Schale bedeutend kürzer ist, als die rechte, wie man besonders bei der Ansicht von oben bemerkt. In Bezug auf innern Bau stimmt sie mit der C. pubera und ornata Müll.

überein; die bis an's Ende der Krallen reichenden Ruderborsten der zweiten Antennen sind befiedert. Sie schwimmt und läuft desshalb, wie auch die C. socialis, vortrefflich, obgleich sie mit dieser den Aufenthalt im Schlamme vorzieht. Die jungen Thiere zeichnen sich durch fast regelmässige Eiform aus.

### 3) *Aelas junior C. biplicatae Koch?*

Bei fast allen Cyprisarten findet man zu gleicher Zeit jüngere und ältere Individuen an demselben Fundorte; bei der C. biplicata fiel mir immer die Abwesenheit der erstern auf. Nun fand ich sowohl bei Palermo als in Aegypten die nämliche Art, und ward durch an einigen Exemplaren beobachtete stachlige Fortsätze auf die Vermuthung gebracht, dass die auf T. I. f. 8 dargestellte höchst merkwürdige Form, die ich auch später häufiger in dem schwach gesalznen Wasser der Tümpel um den Ausfluss der Newa fand, den Jugendzustand dieser Species darstellt. Die Thierchen haben 0,38‴ Lg. und 0,30‴ Höhe. Die Schalen sind von grüner Farbe, mit einer Menge dunklerer, in der Mitte hellerer Fleckchen, und mit sehr zahlreichen, im Verhältnisse zur Grösse des Thieres starken Haaren, und vielen theils lanzenförmigen theils gekrümmten zugespitzten Stacheln, die besonders deutlich meist am Vorderrande und an dem schief abfallenden Theile des Rückens bemerkt werden, besetzt. Der Vorder- und Hintertheil der Schale sind abgerundet; ersterer geht nach oben und hinten aufsteigend in den obern Rand oder Rücken über, der in derselben Richtung sich ungefähr bis zur Mitte der Schale fortsetzt, um dann sehr stark in schiefer Richtung nach hinten und unten abzufallen. Die grösste Höhe der Schale fällt demnach in ihre Mitte, und beträgt mehr als zwei Drittel der Länge. Der untere Rand verläuft fast gerade. Der Vorderrand ist am meisten und mit den längsten, gekrümmten Haaren besetzt. Ganz junge Thiere zeichnen sich durch mehr eiförmige Gestalt aus, wobei die grösste Höhe unmittelbar über das Auge fällt. Sollte sich meine Ansicht nicht bestätigen, dass die beschriebene Form nur als Altersstufe der C. biplicata oder einer ähnlichen Cyprisart zu betrachten sei — was vielleicht der Fall ist, weil ich an einigen Individuen Eierstöcke mit ziemlich entwickelten Eiern bemerkt habe — so schlage ich für sie den Namen C. Hystrix vor. Uebrigens ist die rechte Schale etwas kleiner, als die linke.

### 4) *Cypris prasina* mh.

Ich fand sie ebenfalls in der Umgebung Palermo's, in stehenden Wässern. Ihre Grösse ist etwas veränderlich. Die grössten Weibchen messen 1,25''' Lg. und 0,80''' Höhe; die Männchen 0,83''' Lg. bei 0,50''' Höhe.

Erstere sind, von der Seite betrachtet, ziemlich nierenförmig, von oben gesehen, länglich eiförmig. Bei ganz jungen Thieren ist die Mitte des Rückens sehr hoch. Die Männchen sind mehr eiförmig, da der Rücken nach hinten und unten schief abfällt. Die Farbe der Schalen ist eine gelbgrünliche, mit dunklerer Färbung gegen ihre Ränder hin; ausserdem bemerkt man fast immer zwei Binden von dunklerer grüner Farbe, deren eine etwas hinter dem Auge beginnt, und sich fast gerade gegen den untern Rand der Schale hinzieht, und eine zweite von gleicher Richtung ziemlich nahe hinter der erstern. Leberschläuche und Eierstöcke schimmern deutlich durch die Schale durch. In Bezug auf innern Bau steht diese Art der C. ornata Müll. am nächsten, die zweiten Antennen führen befiederte, bis an's Ende der Krallen reichende Schwimmborsten, wesshalb das Thier schnell und behend läuft und schwimmt, obgleich es vorzieht, sich im Schlamme aufzuhalten. Bei den Männchen ist der Verlauf der hintern Hodenschläuche durch die Schale ziemlich deutlich zu sehen; die Schleimdrüsen derselben stimmen in ihrer Struktur mit der von C. monacha und dispar; das Auge ist jedoch, wie auch bei letzterer (T. I. f. 53) einfach, obgleich deutlich aus zwei Einzelaugen zusammengesetzt. Die rechte Kiemenpalpe der Männchen besitzt ein länglich viereckiges erstes Glied, nach unten und hinten mit ein Paar starker Dornen bewaffnet, und ein hackenförmiges zweites. Die linke Kiemenpalpe besteht aus einem viel breitern Basaltheil, der nach unten und hinten in einen stumpfen Dorn ausgeht, und einem schuhförmigen zweiten Gliede, an dessen Spitze ein stumpfes gerades klauenförmiges Gebilde sich anschliesst. Der Hinterleib der Männchen verlängert sich beiderseits in einen dreieckigen, gegen seine Spitze etwas nach unten gekrümmten Fortsatz. Die Schalen sind übrigens ziemlich behaart.

### 6) *Cypris ophthalmica* Jurine.

Ich glaube nicht zu irren, wenn ich die T. I. f. 14 und 16 dargestellte Cypris auf die C. ophthalmica Jurine beziehe; indess ist es bei der sehr kurzen und mangelhaften Beschreibung desselben unmöglich auszusprechen, dass er gerade dasselbe Thier vor Augen hatte. Ich fand diese durch ihre Gestalt ausgezeichnete Art, die 0,35''' Lg. und 0,22''' Höhe besitzt, auf der Insel Madeira, bei Lissabon, Baden-Baden und Schlangenbad in stehenden Wässern nicht sehr selten; sie schwimmt und läuft gut. Ihre Farbe ist grünlich oder grünlichgelb. Betrachtet man das Thier von der Seite, so fällt sogleich der bedeutende Unterschied in der Grösse der beiden Schalen auf; die linke ist nämlich viel kleiner, besonders nach oben, so dass die rechte Schale sich links herüberbiegt, und der Rücken ganz allein durch sie gebildet wird. Der Rücken ist stark konvex gebogen, der untere Rand fast gerade, nur gegen seine Mitte etwas nach oben ausgeschweift, der vordere und hintere abgerundet, letzterer weniger hoch. Die grösste Höhe der Schalen fällt gegen die Mitte hin. Von oben betrachtet, ist das Thier länglich oval, nach vorn stark zugespitzt. Unter dem Mikroskope betrachtet, zeigen sich die Schalen mit vielen dunklern unregelmässigen Fleckchen von bräunlichgrüner Farbe, in deren Mitte die Grundfarbe durchblickt, und mit sehr zahlreichen und starken langen Haaren, die häufig aus kleinen Knötchen ihren Ursprung nehmen, besetzt. Das einfache Auge ist von schwarzer Farbe; die zwei Abtheilungen des Darms scheinen mit schwärzlichbrauner Färbung durch die Schalen; der Eiersack ist stark gekrümmt, und verläuft daher hauptsächlich am untern und hintern Rande der Schale; Leberschläuche fehlen. Die reifen Eier sind zinnoberroth. Bei jüngern Thieren, die von der Seite gesehen, mehr eiförmig sind, fällt die grösste Höhe der Schalen ober das Auge. In Bezug auf innern Bau scheint das Thier mit der Cypris (Cypria Zk.) punctata übereinzustimmen; die Klauen der kräftigen zweiten Antennen sind stark, am Ende gekrümmt; ihre Schwimmborsten sehr lang und gegen ihre Mitte stark nach hinten und unten gebogen. Männliche Individuen kamen mir nicht vor.

### 6) *Cypris Madeirensis* mh.

Diese Art, von 0,55''' Lg. und 0,30''' Höhe, findet sich auf der Insel Madeira am häufigsten. Sie steht in Bezug auf äussern und innern Bau der C. fusca Straus am nächsten. Von der Seite betrachtet, ist sie länglichoval; Vorder- und Hinterrand abgerundet, der Rücken mässig gewölbt, der Unterrand gerade, nur gegen seine Mitte hin ein wenig nach oben ausgeschweift. Von oben betrachtet, ist sie länglichoval, der Vorder- und Hintertheil fast gleichförmig zugespitzt. Die rechte Schale ist etwas kleiner, als die linke, und ihr vorderer Rand mit kleinen knötchenförmigen Hervorragungen und vielen gekrümmten Haaren besetzt; der linke vordere Schalenrand besitzt viele von der Zellhaut ausgehende konische kleine Fortsätze, die bis zu dem wasserhellen Saume reichen, aus deren Spitze fast immer Haare entspringen. Da der hintere Theil der Schalen etwas niedriger ist, als der vordere, fällt ihre grösste Höhe gegen das Ende des ersten Drittels, oder etwas hinter das Auge.

Unter dem Mikroscope erscheinen die Schalen von röthlichbrauner Farbe, mit vielen dunklern Fleckchen, in deren Mitte die Grundfarbe durchblickt, und mit ziemlich vielen Haaren besetzt; auch werden gedrängt stehende vertiefte Punkte auf ihnen bemerkt. Die Ruderborsten der mit vier starken Klauen versehenen zweiten Antennen reichen bis zum Ende der Klauen. Das letzte Glied der zweiten Füsse trägt eine stark gekrümmte, hackenförmige Klaue, und eine gerade Borste. Männliche Individuen traf ich nicht.

### 7) *Cypris exserta* mh.

Diese kleine Cypris, von 0,45''' Lg. und 0,21 Höhe, fand ich sowohl in Aegypten, in Wasserbehältern der Gärten Alexandriens und im Seewasser des Hafens, als auch um Palermo in stehenden Gewässern. Sie zeichnet sich durch die bedeutende Höhe des Rückens hinter dem Auge aus und durch das Hervortreten des untern Schalenrandes unterhalb der Mundgegend. Die grösste Höhe des Thieres fällt daher gleich hinter das Auge; von diesem Punkte an steigt der Rücken schief nach unten und hinten ab. Die rechte Schale ist kürzer als die linke, deren wasserheller vorderer und hinterer Saum über sie hervorragen, und sich bis gegen die Mitte des untern Randes fortsetzen. Unter dem Mikroskope erscheinen die Schalen gelblich oder gelbbräunlich (dem freien Auge gelblich oder grünlich) mit dunklen neblichen Flecken und mit zerstreuten, langen und gekrümmten Haaren besetzt, die am häufigsten am Vorder- und Hinterrande stehen. Das einfache, grosse Auge ist von bräunlichschwarzer Farbe; mit gleicher Färbung scheint der Darmkanal durch. Die Richtung der Eierstöcke verhält sich wie bei der C. ophthalmica. Die Klauen der zweiten Antennen sind stark und lang, die Schwimmborsten über sie hinausreichend. Die rechte Kiemenpalpe bei den nicht seltnen Männchen zeichnet sich durch eine lanzenförmige Borste des ersten Gliedes, und durch die äusserst starke Krümmung des zweiten aus. Die Schleimdrüse ähnelt der von C. punctata. Von oben betrachtet ist das Thier länglich oval, das Vorderende stark zugespitzt.

### 8) *Cypris Palermitana* mh.

Was oben in Bezug auf die rechte Schale der C. ophthalmica angeführt wurde, gilt in verstärktem Masse für die linke Schale dieser Species, bei der also die rechte besonders nach oben sehr verkürzt erscheint. Sie findet sich in stehenden Wässern um Palermo, jedoch viel seltner, als die C. socialis, mit der sie übrigens im innern Bau übereinstimmt. Sie hat 0,48‴ bis 0,50‴ Lg. und 0,35‴ Höhe. Ihre Farbe ist gelblich oder gelbröthlich, mit dunklern Flecken, in deren Mitte meist die Grundfarbe durchschimmert. Die Schalen sind stark behaart, und deshalb oft so mit Schmutz und Schlamm, in dem das Thier sich vorzüglich gern aufhält, überzogen, dass sie ganz dunkelschwarz erscheinen. Vorder-, Hinter- und unterer Rand der rechten Schale — letzterer mit Ausnahme seines mittlern Theils — besitzen kleine knötchenartige Hervorragungen. Da der Rücken des Thieres sich allmälig von vorn nach hinten aufsteigend erhebt, um dann mit einer starken Krümmung in den Hinterrand überzugehen, so fällt die grösste Höhe des Thieres bedeutend hinter die Mitte, der untere Rand verläuft gerade. Leberschläuche und Eierstöcke scheinen als fleckige Binden durch die Schalen durch. Männchen wurden von mir nicht aufgefunden.

### 9) *Cypris nitens* mh.

Obgleich diese schöne und grosse Art von 1,15‴ bis 1,25‴ Lg. und 0,50‴ Höhe der C. fasciata Müll. sehr nahe steht, so ist sie doch gewiss von ihr verschieden, wie ich mich durch Vergleichung einer grossen Anzahl jüngerer und älterer Individuen überzeugte. Die C. fasciata ist immer langgestreckter, im Verhältniss zur Höhe, der Rücken nach vorn und hinten stärker abfallend; der Unterrand gegen seine

Mitte bedeutender nach oben ausgeschweift, und bei den jüngern Individuen die grünschwärzlichen Binden hinter dem Auge deutlich ausgesprochen. Bei der C. nitens ist die rechte Schale besonders nach vorn und hinten kürzer als die linke, und mit vielen, aus kleinen konischen Fortsätzen der Zellhaut entspringenden Haaren besetzt. Beide sonst glatte und glänzende Schalen erscheinen unter dem Mikroskope grüngelblich, mit vielen unregelmässigen dunklern, meist grünen Fleckchen, die besonders nach dem Verlaufe der Leberdrüsen und Eierstöcke zusammengedrängt stehen, und mehr oder minder deutliche Binden bilden, und mit ziemlich langen, zerstreuten, meist aus kleinen Grübchen entspringenden Haaren von weisslicher Farbe besetzt. Die Struktur der innern Theile ähnelt der von C. fasciata; nur ist der Schwanz bedeutend kräftiger, und an seinem Unterrande mit dicht stehenden starren Haaren oder Börstchen besetzt. Männliche Individuen kamen mir nicht vor.

### 10) *Cypris triangularis* mh.

Diese der C. vidua nahe stehende Art von $\frac{1}{4}'''$ Lg. und fast eben so grosse Breite, fand ich in Wasserbehältern des botanischen Gartens von Palermo, jedoch nur in ein Paar Exemplaren. Ich konnte sie nur von oben beobachten, da es mir nie glückte, sie in die Seitenlage zu bringen. Sie ist abgestumpft eiförmig, die Schalen hellgrün, glänzend, stark behaart, besonders am Vorder- und Hinterrande. Neben dem Vordersaume zieht sich ein aus schwärzlichen Fleckchen bestehender Streifen oder Binde bis zur Gegend des grossen, viereckigen, schwarzen Auges herauf, hinter welchem seitwärts ein runder, gelber, aus kleinen Körnchen — ob Oeltröpfchen? — zusammengesetzter Fleck steht. Eine dreieckige aus schwarzen Fleckchen und Punkten bestehende Binde, deren Spitze nach oben und innen gekehrt ist, liegt hinter ihm an den Seiten der Schalen. [illegible]

### 11) *Cypris aurantia* Jurine.

Es ist schwer zu entscheiden, ob Jurine gerade das nämliche Thier oder eine sehr verwandte Form vor Augen hatte. Auf jeden Fall steht sie der C. fusca Straus sehr nahe. Ich fand sie, wenn auch mit einigen Variationen an Grösse und Farbe, sowohl bei St. Petersburg (selten), bei München, Baden-Baden, um Palermo, in Oberägypten bei Theben und in der Provinz Fayoum, auf der Insel Madeira und im südlichen Russland bei Tambow. Sie unterscheidet sich von der C. fusca durch etwas gestrecktere Gestalt, durch die knötchenförmigen Hervorragungen am Vorder, Hinter- und Unterrande der rechten Schale, mit Ausnahme des mittlern, etwas nach oben ausgeschweiſten Theiles des letztern, und die vertieſten, unregelmässigen, zerstreuten Punkte auf der Schalenoberfläche. Die Gestalt der Schalen, von der Seite betrachtet, ist länglich oval, von oben gesehen, länglich eiförmig. Der schief von den Ansatzpunkten des Schalenschliessmuskels nach hinten und etwas nach unten verlaufende Leberschlauch und der ober demselben liegende gegen dessen Ende nach rückwärts und oben umgebogene Eierstock verrathen sich als entsprechende gefleckte Bänder durch die Schale, die meist von gelber, in's Orange ziehender oder auch gelblichgrüner Färbung ist. Der Darmkanal, der Körper des Thieres mit Antennen, Füssen u. s. w. scheinen mit dunklerer Farbe durch. Das einfache, schwarze Auge besitzt 2 Glaskörper oder Linsen, die oft als glänzende, goldgelbe Körper durch die Schale schimmern. Die jungen Thiere, mit bedeutend höherm vordern Schalentheile, zeichnen sich, von oben betrachtet, durch die zugespitzte Gestalt des vordern und hintern Endes aus. Bei dieser Art kann man sehr leicht beobachten, dass sie ihre rothen Eier an die Seiten der Gläser, worin sie in Gefangenschaft gehalten wird, ablegt, und mittelst einer Art Kitt fest miteinander verbindet. Bei der C. fusca war diess nie der Fall, und es scheint demnach, dass selbst so nahe stehende Formen, wie die C. aurantia, fusca und rubra manche Eigenthümlichkeiten in ihren Sitten aufweisen. Männliche Individuen kamen mir nie vor.

### 12) *Cypris rubra* Jurine.

Es gilt von ihr die nämliche Bemerkung, die ich am Anfang der Beschreibung der vorhergehenden Art machte. Bei ihr fehlen die knötchenförmigen Hervorragungen an der rechten Schale gänzlich. Letztere ist übrigens, wie es auch bei der C. aurantia der Fall, besonders nach vorn, kürzer als die linke, und ihr vorderer Schalenrand einfach abgerundet, bisweilen leicht wellenförmig gebogen. Die hellgelblichen, öfters auch gelbröthlichen oder auch von anhängendem Schmutze grauschwärzlichen Schalen sind viel weicher und nachgiebiger, als bei der vorigen Art, und ebenso wie bei dieser mit zerstreuten Grübchen und mit aus diesen oder aus kleinen Knötchen entspringenden, ziemlich zahlreichen Haaren besetzt. Die Länge beträgt 0,70''' und die Höhe 0,40''', während die erstere bei der C. aurantia 0,75''', die letztere 0,50''' ist. Es muss übrigens erst weitere Beobachtung lehren, ob nicht Uebergangsformen zwischen C. aurantia, fusca und rubra stattfinden, und sie alle drei nur als eine Species zu betrachten sind, da ihr Körperbau durchaus keine wesentliche Verschiedenheit wahrnehmen lässt.

### 13) *Cypris rivularis* mh.

Diese kleine, der C. candida Müll. zunächst stehende Art, von 0,45''' Lg. und 0,25''' Höhe (masc.) und 0,50''' Lg. und 0,30''' Höhe (femina), fand sich häufig im Schlamme kleiner Gräben um Palermo, die zum Bewässern von Gärten und Feldern verwendet werden, und daher oft auch einen halben oder ganzen Tag grossen Theils austrocknen. Ihre Farbe ist gelblich oder gelblich weiss; bei der Seitenlage des Thieres erscheinen die Schalen von länglich nierenförmiger Gestalt, von oben gesehen, fast eirund. Der Rücken ist bei ersterer mässig gewölbt, Vorder- und Hinterrand abgerundet, der untere in der Mitte schwach nach oben ausgeschweift. Die rechte Schale ist etwas kleiner als die linke, und an ihren vordern und hintern Rande, nebst einem Theile des untern, mit kleinen knötchenförmigen Auswüchsen besetzt. Die Schalen sind übrigens mit zahlreichen kleinen Knötchen, aus denen meist Haare entspringen, die besonders am Vorder- und Hinterrande am stärksten und häufigsten sind, versehen. Das einfache Auge steht ziemlich weit nach vorn. Das Thier kriecht langsam, schwimmt nicht, ebenso wie die C. candida, und kömmt mit letzterer so ziemlich in Struktur überein; die linke hintere Kiemenpalpe des Männchens besitzt ein hackenförmiges zweites Glied, während die rechte ein sehr breites, pflugschaarartiges führt. Die Schleimdrüse verhält sich auf ganz ähnliche Art, wie bei der C. candida.

### 14) *Cypris* (Cypria) *exsculpta* mh.

C. punctata var. striata, Zenker, Anat. Syst. Stud. p. 77?

Da die Schalen bei C. punctata immer glatt und gefleckt erscheinen, auch sie kleiner ist, und in der Gestalt ein erheblicher Unterschied sich zeigt, so stehe ich nicht an, die T. I. f. 37 abgebildete Cypris für eine andere Art zu erklären. Sie ist 0,45''' lang und 0,34''' hoch, und von graugrünlicher Farbe. Der Rücken ist hoch gewölbt, der Vorderrand abgerundet, der hintere fast gerade, nur gekrümmt in den untern übergehend, der in seinem mittlern Theile bauchig nach unten hervortritt. Die rechte Schale ist kleiner als die linke, deren vorderer und hinterer Saum herausragen, sich noch etwas am untern Rande fortsetzen, und wasserhell sind. Die Schalen sind übrigens fein gestreift oder gestrichelt; die Streifen ziehen sich fast gerade von vorn nach hinten. Bei starker Vergrösserung sieht man, dass die Streifung von ziemlich geradverlaufenden, sich jedoch häufig miteinander verbindenden Linien herrührt, die mir in die Substanz der Schale eingegraben vorkamen, so dass die hellern Zwischenräume als mehr erhaben und beleuchtet zu betrachten waren. Hinter dem grossen, schwarzen Auge steht, wie bei C. punctata, ein orangegelber Fleck, aus über dem Darme gelagerten Oelbläschen bestehend. In Bezug auf innere Struktur stimmt sie ohne Zweifel mit der C. punctata überein.

### 15) *Cypris Mareotica* mh.

Ich fand diese hellgrünliche, mit dunklern unregelmässigen Flecken der Schalen versehene Cypris, von 0,68''' Lg. und 0,40''' Höhe, im See Mareotis bei Alexandrien. In der Seitenlage, in die sie sich sehr schwer bringen lässt; ist sie bohnenförmig, von oben gesehen abgestumpft eiförmig. Die Schalen sind mit zerstreuten Haaren besetzt, lassen Leberschläuche und Eierstöcke als schiefe Binden durchschimmern, sind sonst glatt, glänzend. Das Auge grün, glänzend, schwer zu sehen. Die rechte Schale ist etwas kleiner als die linke. Männliche Individuen etwa um ein Drittel kleiner, sonst aber äusserlich ähnlich gestattet, kamen mir vor.

### 16) *Cypris aspera* mh.

Diese kleine Cyprisart, von 0,33''' Lg. und 0,20''' Breite und 0,18''' Höhe, ist mit der C. strigata Müll. verwandt und ebenso wie diese schwer in die Seitenlage zu bringen. Ich fand sie nicht selten auf der Insel Madeira. Von der Seite betrachtet, ist sie länglich oval. Der abgerundete Vorderrand steigt sanft nach oben und hinten auf, um etwas hinter dem Auge den höchsten Theil des Rückens zu erreichen, worauf dieser allmälig nach hinten und unten abfällt. Der Unterrand verläuft fast gerade. Die Schalen sind von dunkel-grüner Farbe, mit unregelmässigen glänzenden Fleckchen, und mit sehr vielen und starken Haaren besetzt. Meist unterscheidet man eine dicht hinter dem Auge stehende, queere, schwärzliche Binde. Bei der Rückenlage des Thieres erblickt man neben dem hellern untern, fast gerade verlaufenden rechten Saum gegen seine Mitte hin eine halbmondförmige, etwas ausgehöhlte, mit einer Linie von Haaren besetzte Stelle, der ein correspondirender, halbmondförmiger Vorsprung der entgegengesetzten Seite entspricht.

---

## B. Familie der Cytheriden.

### *I. Gattung. Paradoxostoma* mh.

*Char.* Die Mundtheile, Labrum, Mandibula, Maxilla zu einem konischen Körper verschmolzen, der in der Mitte einen röhrigen Kanal (Speiseröhre) enthält, an dessen unterer Oeffnung ein Kranz kreisförmig gestellter Börstchen sich befindet. Antennen, Füsse und sonstige Körperstruktur wie bei der Gattung Cythere. Nur ein einfaches Auge.

#### 1) *Paradoxostoma dispar* mh.

Dieses kleine, von 0,30''' Lg. und 0,15''' Höhe, Thierchen fand ich auf der Insel Madeira, und zwar zwischen Seepflanzen auf Klippen, die bei der Ebbe mehr oder minder von Wasser entblösst wurden, jedoch nur in dem Masse, dass die Seepflanzen immer noch feucht blieben. Das Thier, von der Seite betrachtet, ist länglich eiförmig, von oben gesehen, erscheint es nach vorn und hinten stark zugespitzt, schmal, mit wenig konvexen Seiten. Die Schalen selbst sind von gelblicher Farbe, ziemlich durchsichtig, mit unregelmässigen schwärzlichen und bräunlichen Flecken, die besonders gegen den Rücken hin stärker und deutlicher sind, hie und da mit kleinen Knötchen und einzelnen, ziemlich langen, starren, schwärzlichgrünen Haaren besetzt. Der vordere und hintere Saum derselben ist breit, und durch dreieckige Fortsätze der Zellenhaut in Felder abgetheilt. Aus der Spitze der dreieckigen Fortsätze entspringt meist ein Haar. Unter dem Auge, dessen Glaskörper mehr oder minder violett gefärbt ist, bemerkt man einen eigenthümlichen schnabel- oder auch rüsselförmigen Fortsatz; unterhalb desselben entspringen die siebengliedrigen ersten Antennen; das erste oder Basalglied ist voluminös, das zweite und dritte cylindrisch, und letzteres ein Börstchen am obern Ende tragend, das vierte sehr lang und dünn, am Ende zwei Börstchen führend; die 3 letzten Glieder noch dünner, kurz, und das äusserste an seiner Spitze ein längeres und zwei kürzere seitliche Börstchen tragend. Die fünfgliedrigen Antennenfüsse (zweite Antennen) nehmen ihren Ursprung unterhalb den ersten; ihr Basalglied ist stark, schenkelförmig, das zweite kurz, knieförmig, und zwischen beiden an der obern Seite entspringt ein dreigliedriger Stachel. Sein erstes Glied ist anfangs stark gehrümmt, dann fast senkrecht verlaufend, schmal und cylindrisch, das 2te und 3te viel kürzer, und letzteres endet mit einer stumpfen Spitze. Das dritte und vierte Glied der Antennenfüsse von fast gleicher Länge tragen jedes nach hinten und unten eine kurze Borste; das fünfte ist sehr kurz, an seinem Ende mit zwei gebogenen ziemlich starken Klauen bewaffnet. Hinter und unter den Antennenfüssen entspringt der voluminöse Mundapparat, dessen mittlere Röhre so ziemlich gerade nach oben verläuft, und gegen ihre Mitte häufig zu beiden Seiten eine drüsenartige Masse bemerken lässt, mit der Chitinleisten in Verbindung stehen; ob sie daher als verdickte Chitinmasse oder als Speichel- oder Leberdrüsen zu betrachten sei, lasse ich für jetzt dahin gestellt. Nach der ganzen Anordnung scheint der Mundapparat, da sich an dem Beginne der Speiseröhre oder an der Mundöffnung nur ein Kreis von Börstchen oder starken Haaren befindet, nur zum Saugen bestimmt zu sein. Hinter ihm zwischen dem ersten Paar Füsse stehen warzenförmige Vorsprünge, mit Büscheln feiner, langer Haare, die wohl als eine Art Palpen zu betrachten sind, analog dem

Maxillarfusspaar der Copepoden. Bei einigen Exemplaren bemerkte ich von der obern hintern Seite des Mundapparates ausgehend einen sehr langen, dünnen Fortsatz, am Ende mit 3 — 4 Borsten versehen. Zu jeder Seite des Körpers entspringen drei Gehfüsse, wovon der erste fünf- die andern viergliedrig sind. Ihre drei letzten Glieder sind sehr häufig nach oben und rückwärts umgeschlagen, und so unter der Schale verborgen: das zweite Glied des ersten Fusses, bei den übrigen das erste, ist an seinem untern vordern Ende mit einem gekrümmten Stachel bewaffnet, sowie auch das darauf folgende Glied mit einem kurzen, geraden. Das letzte Glied trägt bei allen eine starke, am Ende gekrümmte, nach vorwärts gerichtete Kralle. Hinter dem letzten Paar Füsse liegen bei den Weibchen die dreieckigen äussern Genitaltheile, und hinter diesen zwei längliche konische mit einem oder mehreren kurzen Börstchen versehene Fortsätze, die wohl als Schwanz betrachtet werden können. Bei den Männchen ist der äussere Genitalapparat sehr entwickelt, und auf T. I. f. 4 dargestellt. Der Darmkanal ist sehr einfach, und fast überall gleich weit; den Verlauf und die Struktur der Eierstöcke und Hoden konnte ich nie genau unterscheiden; sie verhalten sich aber höchst wahrscheinlich wie bei der Gattung Cythere.

## *II. Gattung. Cythere.*

### 1) *Cythere maculata* mh.

Diese kleine Cytherenart, von 0,35''' Lg. und 0,23''' Höhe, ähnelt der von Dr. Zenker abgebildeten Cythere flavida und C. lutea. Da indessen seine Abbildungen und Beschreibungen auf andre Arten, als die von Müller sicher bezogen werden müssen, so schlage ich für erstere den Namen C. rhomboidea und für die zweite C. Zenkeri vor. Ich fand die C. maculata nicht sehr selten in Gesellschaft des Paradoxostoma dispar zwischen Seepflanzen am Gestade Madeira's. Sie ist, von der Seite betrachtet, verschoben viereckig; der Rücken verläuft gerade;

ober dem Auge krümmt er sich nach vorn und unten, um in den abgerundeten Vorderrand überzugehen. Der Hinterrand läuft zuerst schief und etwas konkav nach vorn ausgehöhlt nach hinten und unten, springt dann abgerundet nach hinten hervor, und geht nach einer starken Ausbuchtung nach innen mit einer neuen bogenförmigen Schwingung in den untern Rand über, der gegen seine Mitte stark nach oben ausgebuchtet ist. Die ziemlich dicken und schweren Schalen sind gelbgraulich, mit vielen schwärzlichen unregelmässigen Flecken und kleinen knötchenförmigen Erhöhungen, aus denen steife Haare entspringen. Bei starker Vergrösserung bemerkt man kleine und grössere weissliche Flecken auf der Schale, wahrscheinlich von einem Mangel des Pigments herrührend, gelbliche Pigmentnetze und schwarze Flecken. Letztere, sowie die weisslichen Flecken sind mit äusserst kleinen Stachelchen umgeben, die übrigens auch sonst auf der Oberfläche der Schale zerstreut sind. Gegen den vordern und hintern Schalensaum hin sieht man, von einer geschwungenen Linie ausgehend, dreieckige oder stachelförmige Fortsätze als Fortsetzung der Zellenhaut, aus deren Spitze meist Haare entspringen. Das weit nach vorn gelegene Auge ist doppelt, und sein Glaskörper glänzend, grün, durchsichtig. Die fünfgliedrigen, langen ersten Antennen nehmen unterhalb des Auges ihren Ursprung; ihr erstes, langes Glied ist schenkelförmig, das zweite fast um zwei Drittel kürzer, und am obern Rande mit starken kurzen Haaren oder Börstchen bewaffnet, das dritte noch kürzer, cylindrisch, zwei Borsten tragend, das vierte lang und dünn, gegen seine Mitte mit zwei sich gegenüberstehenden Börstchen und am Ende mit zwei dergleichen etwas längern versehen, das fünfte etwa halb so lang, noch schmäler, und an seiner Spitze drei Borsten, deren mittlern die längste ist, führend. Die starken fünfgliedrigen zweiten Antennen (das Verbindungsglied mit dem Körper ungerechnet) entsprechen in ihrer Struktur der der gleichnamigen Organe bei Paradoxostoma dispar; nur ist der Giftstachel dünner und zweigliedrig. Die Mundtheile sind fast eben so gebildet, wie bei den Cypris-Arten. Die sechs viergliedrigen sehr langen Füsse, deren näherer Bau in T. I. f. 12 dargestellt ist, tragen an der Spitze des letzten Gliedes eine stark gekrümmte, nach vorn und aufwärts gerichtete Klaue. Der Schwanz liegt unter dem Rectum, ist doppelt, und besteht aus zwei konischen gekrümmten Fortsätzen, die stark mit kurzen Haaren besetzt sind. Bei den Weibchen liegt der Eiersack an jeder Seite des Leibes hinter den letzten Füssen. Die äussern Genitalorgane der Männchen sind sehr voluminös, und entsprechen denen von C. rhomboidea. (S. Zenker a. angef. O.)

2) *Cythere lutea* Müller.
C. lutea Müller, Entom. p. 65. t. 7. f. 3. 4.

Dieses kleine Thierchen, von 0,30‴ Lg. und 0,17‴ Höhe, das ich an den nämlichen Orten, wie das vorhergehende, traf, scheint mir ungeachtet der weiten Entfernung der Insel Madeira von dem Kattegat doch mit dem von Müller beobachteten übereinzustimmen, und ich überlasse es weiterer Beobachtung, ob die Müllerische Art mit ihm nur verwandt ist, da dessen kurze Beschreibung nicht ausreicht, um die vollkommene Identität darzuthun. Die Farbe der Schalen ist gelb oder röthlichgelb; sie selbst, von der Seite gesehen, länglich rund. Der abgerundete Vorderrand geht sich allmälig erhebend in den schwach gekrümmten obern (Rücken) über; der untere Rand ist gegen seine Mitte mässig nach oben ausgebuchtet. Am vordern und hintern Schalensaume bemerkt man, von dessen hinteren geschwungenen Gränze ausgehend, als Fortsetzung der Zellenhaut länglich stachelförmige Fortsätze, die strahlenartig gegen den äussern Rand des Saumes sich hinziehen, und aus ihrer Spitze ein oder zwei Haare austreten lassen. Uebrigens sind die Schalen mit vielen knötchenartigen Erhabenheiten, häufig den Trägern von Haaren besetzt. Das zweigetheilte Auge besitzt einen glänzend blauen Glaskörper. Vor den beiden Augen in der Mittellinie des Körpers bemerkte ich häufig einen schwarzen Fleck; es ist mir aber nicht klar geworden, ob er als Nebenauge zu betrachten ist. Die sechsgliedrigen ersten Antennen sind viel kürzer als bei der C. maculata, und ihre vier äussersten Glieder theils mit kleinen Dornen und Börstchen, theils, wie das letzte, mit drei Borsten besetzt. Die viergliedrigen zweiten Antennen sind in ihrer Struktur denen bei C. maculata ähnlich; nur ist der Giftstachel kürzer, aber stärker gebaut. Die Füsse verhalten sich ebenfalls auf ähnliche Weise, wie bei der erwähnten Art; ihr erstes Glied jedoch ist viel voluminöser. Der Schwanz bei den Weibchen besteht aus zwei kurzen konischen Hervorragungen, die an der Spitze ein längeres und ein kürzeres Börstchen tragen. Die äussern männlichen Genitalorgane sind ziemlich einfach: es frägt sich, ob der T. II. f. 18 abgebildete Theil c als zu ihnen gehörig zu betrachten ist, oder als Schwanz betrachtet werden kann. Von oben betrachtet, ist das Thier länglich eiförmig, nach vorn zugespitzt; die Seiten etwas wellenförmig gekrümmt; die grösste Breite fällt in die Mitte.

### 3) *Cythere lurida* mh.

Ich fand diese kleine, nur 0,25''' lg. und 0,15''' hohe Cythere an dem nämlichen Standorte, wie die C. maculata, jedoch nur in ein Paar Exemplaren. Sie war immer so an den Schalenrändern und ihrer Oberfläche mit Confervenresten inkrustirt, dass es sehr schwer war, etwas von ihrer Organisation wahrzunehmen. Von der Seite betrachtet, ist sie länglich oval; Vorder- und Hinterrand abgerundet, Rücken sehr wenig konvex, der untere Rand gegen die Mitte hin etwas ausgebuchtet. Die grösste Höhe des Thieres fällt gegen das Ende des ersten Dritttheils. Die Schalen sind von graulichgelber Farbe, mit dunklern unregelmässigen Flecken, und scheinen mit starren Haaren, besonders am Vorder- und Hinterrande, jedoch ziemlich sparsam besetzt. Gegen den Vordersaum hin bemerkt man eine eigenthümliche zackige Zeichnung, die von unregelmässigen dreieckigen Fortsätzen der Zellenhaut herrührt. Die sechsgliedrigen ersten Antennen entspringen mit den zweiten aus einem gemeinschaftlichen starken Basalgliede, und zeichnen sich durch ihr vorletztes sehr starkes Glied aus, das an seiner hintern Seite fünf starke Stacheln trägt, während das letzte kleine und kurze einen dergleichen und zwei Börstchen führt. Die viergliedrigen zweiten Antennen sind gleichfalls durch starke Dornfortsätze ausgezeichnet. Der Giftstachel ist kurz. Die viergliedrigen sechs Füsse stimmen so ziemlich mit denen der vorhergehenden Art. Von oben betrachtet (T. II. f. 2) zeichnet sie sich durch fast gerade Seiten, und die ausgezackte Beschaffenheit des Hintertheils der Schalen, so dass sie wie zernagt aussehen, aus.

## *III. Gattung. Asterope* Philippi.

### 1) *Asterope Groenlandica* mh.

Das von Philippi zuerst aufgestellte Genus Asterope (s. Wiegmanns Archiv VI. Jahrg. I. Bd. p. 186 — 188) scheint wohl mit dem Genus Cypridina M. Edwards verwandt, aber gewiss von ihm verschieden. Die innere Struktur beider ist noch bei weitem nicht gehörig erforscht, und leider kann ich, da ich nur ein schon lange Zeit in Weingeist befindliches Exemplar, das sich in der Sammlung der kais. Akademie zu St. Petersburg befindet, untersuchte, nur Weniges beifügen. Man kennt bis jetzt von diesem Genus die von Philippi beschriebene Asterope elliptica, im Meere bei Palermo gefunden, die A. Mac-Andrei, Baird und A. Adamsi Baird, erstere aus der See bei den Shetland Inseln, die zweite aus dem südatlantischen Ocean. Baird bezeichnet sie mit dem Namen Cypridina, zu welchem Genus sie höchst wahrscheinlich nicht gehören.

Die A. groenlandica (von woher sie nach der Aufschrift des Finders stammt) ist eine Pariser Linie lang. Von der Seite betrachtet, ist sie so ziemlich eirund, von oben gesehen, fast länglich viereckig, mit abgestumpften Kanten. Die Schalen sind von weisslicher oder weissgelblicher Farbe, und von ein Paar röthlicher Binden, die sich hauptsächlich von vorn nach rückwärts ziehen, und sich durch Ausläufer verbinden, durchzogen. Bei starker Vergrösserung bemerkt man auf ihnen viele eckige Hervorragungen oder Unebenheiten, auf denen steife Haare oder vielmehr Börstchen stehen.

Der Ober- und Unterrand sind fast gleich gewölbt, jedoch natürlich der eine nach oben, der andere nach unten; der Hinterrand beginnt mit einer starken, aber seichten Ausbuchtung nach vorn, und geht dann mit einer starken Ausbiegung nach hinten in den Unterrand über. Der Vorderrand ist durch einen Einschnitt in einen rostrumförmigen obern Theil, und einen schwach gewölbten untern geschieden. In der Spalte erblickt man die Klauen der zweiten Antennen. Die fünfgliedrigen ersten Antennen sind durch ihre Länge ausgezeichnet. Ihr zweites Glied, eben so lang als das erste, ist an seinem obern Rande mit Büschelchen von Haaren, und gegen das Ende desselben mit einer vielgliedrigen Borste versehen, deren zwei auf der untern Seite stehen; das dritte und vierte Glied sind kurz, jedes mit 2 Borsten bewaffnet, das letzte führt an seiner Spitze sieben lange vielgliedrige Borsten. Die zweiten sehr kräftigen und voluminösen Antennen von vier Gliedern ähneln zwar im Ganzen denen der Cypriden, zeichnen sich jedoch durch die zahlreichen vielgliedrigen Borsten aus, die gegen ihr äusseres Ende zu mit starken Haaren befiedert sind. Am Ende des obern Randes des zweiten Gliedes derselben steht ein zapfenartiger Fortsatz, mit zwei vielgliedrigen Börstchen — wohl als Ueberrest des Giftstachels der Cytheren zu betrachten. Das äusserste Glied der zweiten Antennen trägt drei gekrümmte starke Klauen. Die Mundtheile sind wegen der Menge von gefiederten Borsten sehr schwer zu unterscheiden und schienen mir aus einem stark behaarten Labrum, zwei Mandibeln und zwei Maxillen zu bestehen. Der Körper der Mandibeln ist sehr breit, sein Kautheil sehr verschmälert; an dem Vordertheile des ersten stehen breite, abgerundete Blättchen, mit befiederten Borsten, also ohne Zweifel als Mandibularpalpe zu betrachten. Uebrigens war auch der vordere und hintere Theil des Mandibularkörpers mit solchen gefiederten Borsten besetzt. Hinter der Mandibel liegt ein ebenso bauchiger Körper, dessen unterer Theil durch vier starke, an ihrem Ende mit Börstchen und Haaren befiederte, Palpen, die von der Seite des Körpers ihren Ursprung nehmen, verdeckt ist — also wohl Maxille. Hinter ihm liegt die ziemlich grosse und starke Kieme, mit ikren zahlreichen befiederten Strahlen, und unmittelbar unter derselben zwei nach rückwärts gerichtete, mit starken befiederten Borsten versehene Palpen.

Von der Kiemenlamelle zum Theil bedeckt liegt zu jeder Seite des Körpers ein schon von Baird in Annals in Mag. of Nat. Hist. Ser. II. T. I. pl. VI. f. 4. et pl. VII. f. 3 abgebildeter mehr oder minder runder Körper (T. II. f. 33), der Basaltheil für die Insertion der Füsse. Der eine entspringt nach vorn, und besteht aus zehn Gliedern, deren erstes am längsten ist; die übrigen sind ziemlich gleich lang, und geben nach vorn einer langen vielgegliederten Borste, und nach rückwärts einem Dörnchen den Ursprung; aus der Spitze des letzten kommen vier dergleichen kürzere Borsten*). Der Schwanz ist an Gestalt dem bei den Daphniden ziemlich ähnlich, und aus zwei breiten nach oben und vorn vereinigten Lamellen zusammengesetzt, die an ihrer hintern Seite je 12, von vorn nach rückwärts an Grösse und Stärke abnehmende, gebogene Krallen führen. Ueber die Struktur der Genitalien konnte ich keine bestimmte Aufklärung erlangen, und das vermuthlich doppelte Auge war wegen der Dicke der Schale nicht sichtbar.

---

*) Unter und etwas hinter demselben kommt der 2te Fuss zum Vorschein, der nur aus 2 Gliedern besteht, einen kurzen ersten mit 4 kleinen Börstchen und einem langen, mit drei dergleichen und zwei geraden Klauen am Ende.

## Erklärung der Tafeln.

T. I. f. 1. Cypris socialis, von der Seite gesehen, stark vergrössert.
„ f. 2. Dieselbe, natürliche Grösse.
„ f. 3. Dieselbe, von oben betrachtet, mässig vergrössert.
„ f. 4. Cypris declivis, natürl. Grösse.
„ f. 5. Dieselbe, von der Seite gesehen, mässig vergrössert.
„ f. 6. Dieselbe, von oben.
„ f. 7. Cypris biplicata, aetas junior? natürl. Grösse.
„ f. 8. Dieselbe, von der Seite, m. vgr
„ f. 9. Cypris prasina (fem.) von der Seite, m. vgr.
„ f. 10. Dieselbe, n. Gr.
„ f. 11. Dieselbe, von oben.
„ f. 12. Dieselbe, Jugendalter, m. vergr.
„ f. 13. Dieselbe (mas.), von der Seite.
„ f. 14. Cypris ophthalmica, von der linken Seite gesehen, m. vergr.
„ f. 15. Dieselbe, n. Gr.
„ f. 16. Dieselbe, von der rechten Seite betrachtet, stärker vergr.
„ f. 17. Dieselbe, von oben.
„ f. 18. Cypris Madeirensis, von der Seite, m. vgr.
„ f. 19. Dieselbe, n. Gr.
„ f. 20. Dieselbe, von oben.
„ f. 21. Cypris exserta, n. Gr.
„ f. 22. Dieselbe, von der Seite, m. vgr.
„ f. 23a. Cypris Palermitana, n. Gr.
„ f. 23b. Dieselbe, von der Seite, m. vgr.
„ f. 24. Cyris nitens, n. Gr.
„ f. 25. Dieselbe von der Seite, m. vgr.

T. I. f. 26. Dieselbe, von oben.
„ f. 27. Cypris (Cypria) triangularis, n. Gr.
„ f. 28. Dieselbe, von oben, m. vgr.
„ f. 29. Cypris aurantia, n. Gr.
„ f. 30. Dieselbe, von der Seite, m. vgr.
„ f. 31. Dieselbe, von oben.
„ f. 32. Cypris rubra, n. Gr.
„ f. 33. Dieselbe, von der Seite, m. vgr.
„ f. 34. Cypris rivularis, n. Gr.
„ f. 35. Dieselbe, von der Seite, st. vgr.
„ f. 36. Cypris (Cypria) exsculpta, n. Gr.
„ f. 37. Dieselbe, von der Seite, m. vgr.
„ f. 38. Die Streifung der Schale derselben, s. st. vgr.
„ f. 39. Cypris Mareotica, von der Seite, m. vgr.
„ f. 40. Dieselbe, n. Gr.
„ f. 41. Dieselbe, von oben.
„ f. 42. Rechte hintere Kiemenpalpe der Cypris exserta (mas.) a) Basalglied, b) lanzenförmiger Anhang derselben, c) zweites backenförmiges Glied.
„ f. 43. Die untersten zwei Glieder der zweiten Antenne von Cypris nitens, a) vorletztes Glied, b) letztes Glied, c. c. die 4 Klauen.
„ f. 44. Eine zweite Antenne von Cypris (Cypria) punctata: 1) erstes, 2) zweites, 3) drittes, 4) viertes, 5) fünftes Glied, a) Klauen vom vierten und b) vom fünften Glied entspringend, c) Ursprung der Ruderborsten.
„ f. 45. Cypris aspera, von der Seite.
„ f. 46. Dieselbe, n. Gr.
„ f. 47. Eine rechte Schale ders., von unten gesehen.
„ f. 48. Eine linke Schale, ebenso gesehen.
„ f. 49. Auge von Cypris socialis, stark vgr. a. a. Glaskörper, b) Pigmentkörper, c) Ganglion ophthalmicum? d. d. Abtheilungen desselben?
„ f. 50. Schwanz von Cypris socialis.
„ f. 51. Rechte hintere Kiemenpalpe der Cypris prasina (mas.) (III. Kieferpaar aut.).
„ f. 52. Linke hintere Kiemenpalpe derselben.
„ f. 53. Hintere Kiemenpalpe der Cypris Madeirensis.

T. I. f. 54. A. Labrum der Cypris strigata Müll. a. a. a. a. Chitinadern, b) Kautheil (Oberlippe), B. Mittelstück der Mundtheile, c) Kautheil, ob als Maxille oder als Unterlippe zu betrachten? d) behaartes Läppchen, e) Sternum.

„ f. 55. Dieselben Theile, von oben gesehen. A. Labrum, b) Kautheil desselben, a) Chitinader desselben, B. Mittelstück der Mundtheile, c. c. Kautheile desselben, f. f. hintere ambosförmige Stücke der letztern, g. g. vordere Theile, die sich in der Mittellinie vereinigen, e) Sternaltheil.

„ f. 56. Linke hintere Kiemenpalpe von Cypris rivularis.

„ f. 57. Rechte hintere Kiemenpalpe derselben.

„ f. 58. Schwanz von Cypris nitens.

„ f. 59. Schwanz von Cypris rivularis.

„ f. 60. Vorderer Saum der rechten Schale von Cypris aurantia, mit den knötchenförmigen Hervorragungen.

„ f. 61. Hinterer Saum der rechten Schale von derselben.

„ f. 62. Rechte hintere Kiemenpalpe von Cypris dispar.

„ f. 63. Auge derselben.

T. II. f. 1. Paradoxostoma dispar, n. Gr. f. 2. Dasselbe, von der Seite gesehen, st. vgr. a) Auge, b) rüsselförmiger Fortsatz, c) erste und d) zweite Antenne, e) konischer Mundtheil, f) erster, g) zweiter, h) dritter Fuss, i) Darmkanal.

„ f. 3. Dasselbe Thier, von oben, wenig vgr.

„ f. 4. Männliches äusseres Genitalorgan desselben, a) Darm, b) Schwanz (?), c) Borsten, d) Penis (?), e) hackenförmiges Haftorgan.

„ f. 5. Körpertheile desselben, st. vgr., a) erste Antennen, 1) Basal-, 2) zweites und 3) drittes Glied derselben u. s. f., b) zweite Antennen (die Zahlen bezeichnen die einzelnen Glieder), c) Giftstachel, d) konischer Körper der verschmolzenen Mundtheile, e) Borstenkranz am Eingang des Oesophagus, f) letzterer selbst, k) ob Leberdrüse, ob Chitinanschwellung? g) lange Palpe? i) Palpen, h) erster Fuss.

„ f. 6. Zweiter Fuss des P. dispar. f. 7. Dritter Fuss desselben.

„ f. 8. Hintertheil des Körpers v. P. dispar, a) und b) Schwanz, c) äussere weibl. Genitalien.

„ f. 9. Cythere maculata, von der Seite gesehen. f. 10. Dieselbe, n. Gr. f. 11. Dieselbe, von oben. f. 12. Körper derselben, a) erste Antennen, b) zweite mit dem Giftstachel, c) Mandibel, d) Mandibularpalpe, e) Labrum, f) Maxille, oder Unterlippe? h) g) Maxillarpalpen (III. Kieferpaar der aut.), i) Kieme, k) erster, l) zweiter, m) dritter Fuss, n) Eierstock, o) Darm, q) äussere weibl. Genitalien (?), p) Schwanz.

T. II. f. 12b. Ein Stück der Schale v. C. maculata, s. st. vgr.

„ f. 13. Cythere lutea, von der Seite, a) Augen, b) Nebenauge (?), c) Fortsätze der Zellenhaut, d) erste und e) zweite Antennen, f) erster, g) zweiter, h) dritter Fuss.

„ f. 14. Dieselbe, n. Gr. f. 15. Ebenfalls, von oben. f. 16. Erste Antenne derselben, 1) zweites, 2) drittes Glied u. s. f. f. 17. Erster Fuss von derselben.

„ f. 17b. Zweite Antenne von derselben. f. 18. Aeussere männliche Genitalien derselben.

„ f. 19. Cythere lurida, von der Seite, a) Auge, bb) dreieckige Fortsätze der Zellhaut, c) erste, d) zweite Antenne, e) erster, f) zweiter, g) dritter Fuss. f. 20. Dieselbe, von oben.

„ f. 21. Dieselbe, n. Gr. f. 22. Erste Antenne, st. vgr. f. 22b. Die zwei letzten Glieder von dieser, mehr seitlich gesehen. f. 23. Zweite Antenne derselben. f. 24. Erster Fuss und f. 25. dritter Fuss, st. vgr.

„ f. 26. Asterope Groenlandica, von der Seite, m. vgr. f. 27. Dieselbe, n. Gr.

„ f. 28. Zweite Antenne derselben, st. vgr., a) Basaltheil, b) zweites, c) drittes, d) viertes Glied, e) Endklauen f. f. f. vielgliedrige Borsten, g) zapfenförmiger Fortsatz (Giftstachel), h) starke Dornen.

„ f. 29. Schwanz, von der Seite gesehen.

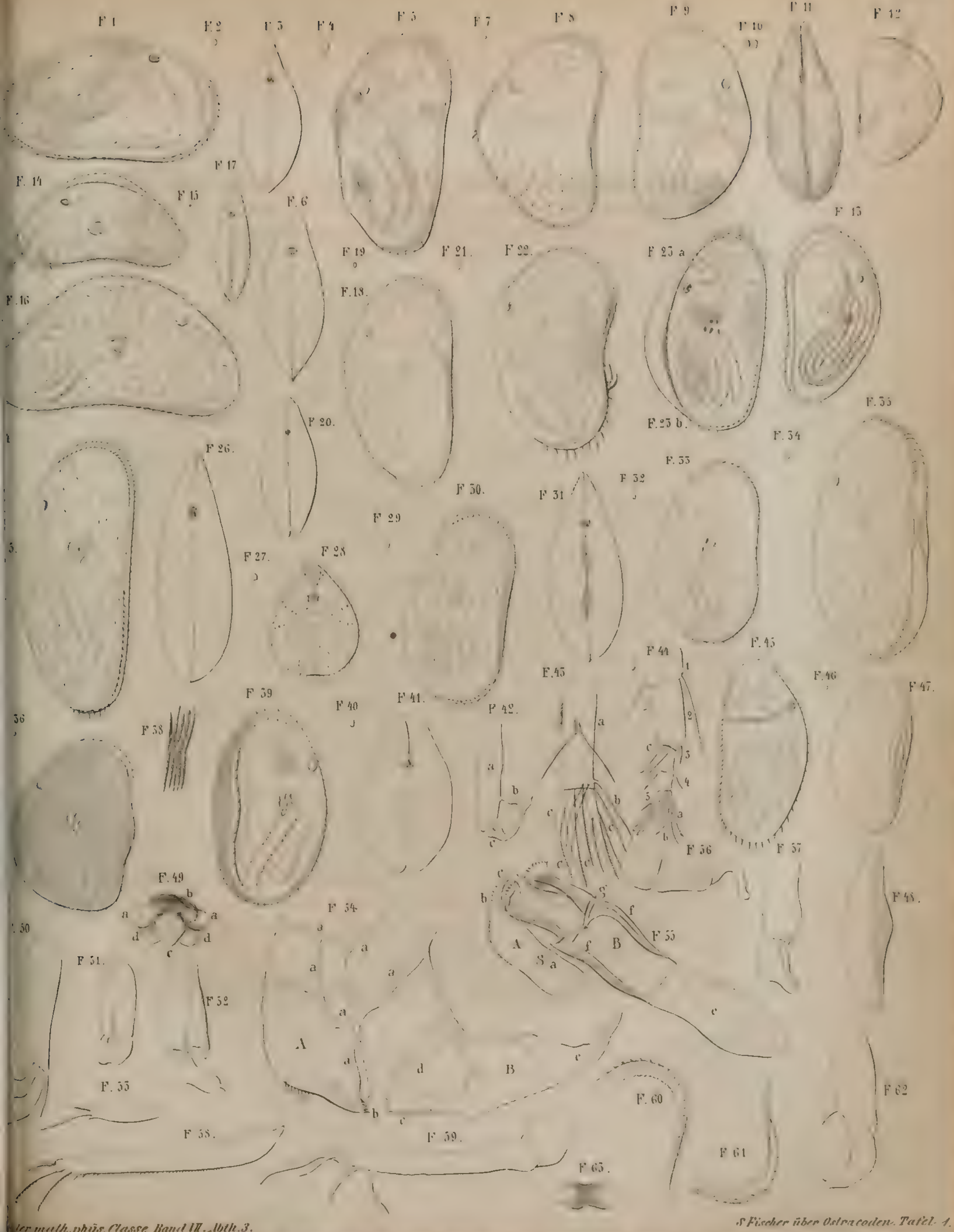
„ f. 30. Mandibel, a) Körper, b) Kautheil, c) Palpe, d) befiederte Borsten derselben.

„ f. 31. Schwanz von unten gesehen.

„ f. 32. a) Basaltheil der Füsse, b) Ursprung des ersten und c) des zweiten Fusses.

„ f. 33. Zweiter Fuss mit a) vorderem Theile der Basallamelle 1) dem ersten und 2) dem zweiten Gliede.

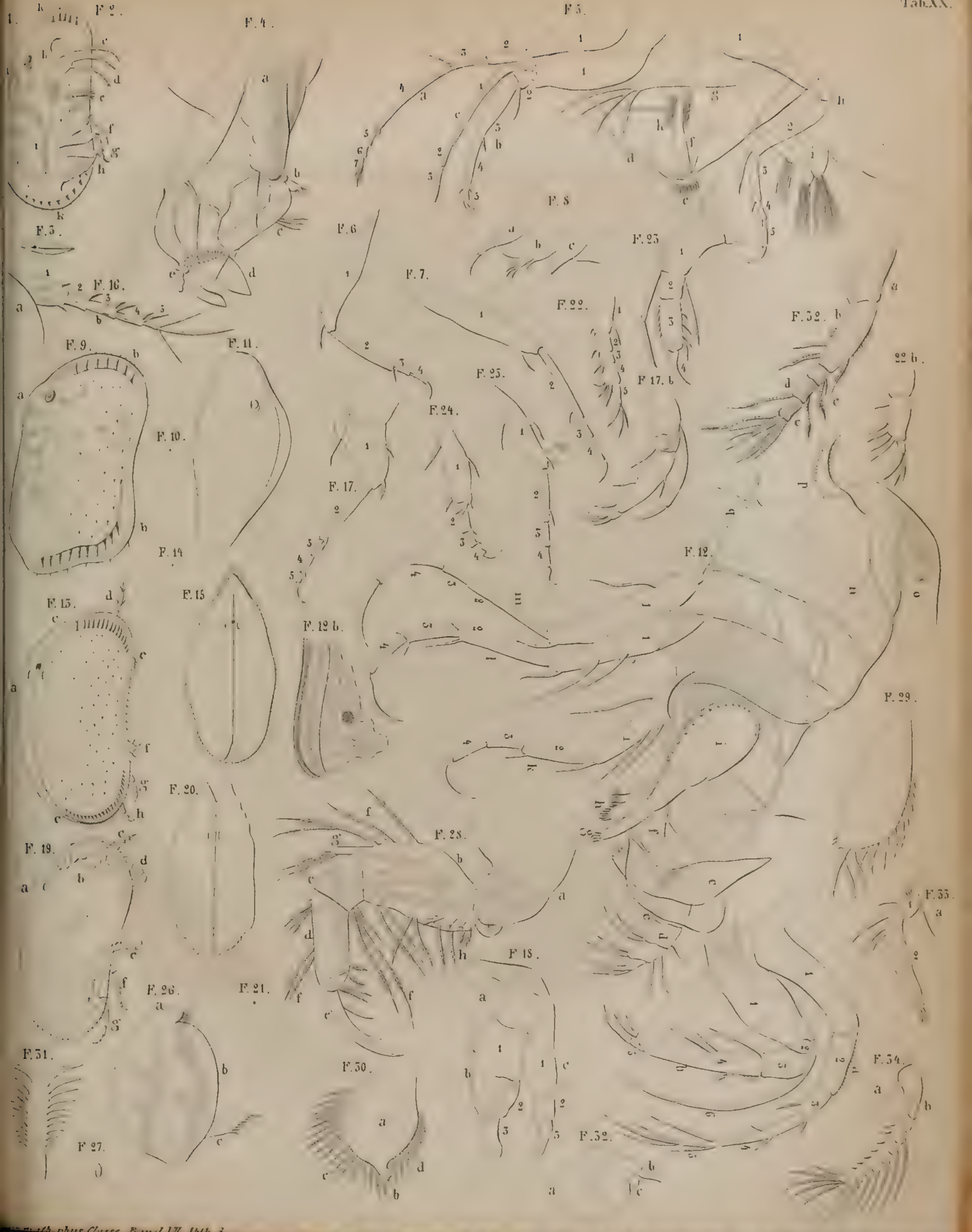
„ f. 34. Erster Fuss, a) vorderer oberer Theil der Basallamelle, b) die zehn Glieder des Fusses selbst.


F 1
F 2
F 3
F 4
F 5
F 7
F 8
F 9
F 10
F 11
F 12
F 13
F 14
F 15
F 16
F 17
F 6
F 18
F 19
F 20
F 21
F 22
F 23 a
F 23 b
F 25
F 26
F 27
F 28
F 29
F 30
F 31
F 32
F 33
F 34
F 35
F 36
F 38
F 39
F 40
F 41
F 42
F 43
F 44
F 45
F 46
F 47
F 48
F 49
F 50
F 51
F 52
F 53
F 54
F 55
F 56
F 57
F 58
F 59
F 60
F 61
F 62
F 63
a
b
c
d
e
f
g
A
B
S
1
2
3
4
5

*ter math. phys. Classe Band VII. Abth. 3.*

*S Fischer über Ostracoden. Tafel. 4.*

NATURAL HISTORY.


F. 1.
F. 2.
F. 3.
F. 4.
F. 5.
F. 6.
F. 7.
F. 8.
F. 9.
F. 10.
F. 11.
F. 12.
F. 12 b.
F. 13.
F. 14.
F. 15.
F. 16.
F. 17.
F. 17. b
F. 18.
F. 19.
F. 20.
F. 21.
F. 22.
22 b.
F. 23.
F. 24.
F. 25.
F. 26.
F. 27.
F. 28.
F. 29.
F. 30.
F. 31.
F. 32.
F. 33.
F. 34.
a
b
c
d
e
f
g
h
k
1
2
3
4
5
6
7

th. phys. Classe. Band VII. Abth. 3.

S. Fischer über Ostracoden. Taf. 2.

HISTORY.

# Beitrag zur Kenntniss
# der
# oxalsauren Salze.

Von

*August Vogel, jun.*

# Beitrag zur Kenntniss
# der
# oxalsauren Salze.

Von

**_August Vogel, jun._**

---

## I.

Die von mir angegebene Methode der Darstellung des Eisenoxyds aus kleesaurem Eisenoxydul*) hat die Aufmerksamkeit der technischen Chemiker auf die Anwendung der kleesauren Salze im Allgemeinen in dieser Richtung gelenkt. Die vorzügliche Brauchbarkeit**) des nach meiner Erfindung gewonnenen Eisenoxydes zum Poliren der optischen Gläser und der Metalle, sowie die populäre Darstellung der höchst einfachen Methode***) war für sich allein schon hinreichende Veranlassung, dieser Art der Fabrikation in der Technik allgemeinen Eingang zu verschaffen. Bei der überaus günstigen Aufnahme, welche die Entdeckung allenthalben gefunden*), konnte es natürlich nicht fehlen, dass mir von den verschiedensten Seiten Aufforderungen zugingen, auch die kleesauren Verbindungen anderer Metalloxyde in Untersuchung zu nehmen. Zunächst musste es mein Bestreben seyn, die Constitution und den Zersetzungsvorgang des kleesauren Eisenoxyduls, über deren Natur bisher verschiedene Ansichten herrschten, vollkommen aufzuklären und somit, nachdem durch meine Arbeit ein technisches Problem gelöst erscheint, auch der rein wissenschaftlichen Seite des Gegenstandes Rechnung zu tragen.

---

*) *Dingler's polytechnisches Journal.* Bd. 134. p. 4.

**) *Bulletin* de la societé d'encouragement pour l'industrie nationale, redigé par M. M. Combes et Peligot.

*Moniteur industriel.* Nr. 1909: „Le rouge à polir obtenu par le procedé qui vient d'être decrit *vaut sous tous les rapports* le rouge ordinaire et sa preparation demande moins de temps que celle de ce dernier; les lavages considerables que celui ci exige ont d'ailleurs souvent preoccupé les chimistes. — Ce rouge *se prête à merveille au polissage* des plaques daguerriennes, du verre, de l'or et de l'argent, qui en acquierent dans très peu de temps le poli le plus délicat.

***) Besonderer Abdruck aus dem Kunst- und Gewerbeblatt 1855.

Zur Ermittlung des Wassergehaltes des kleesauren Eisenoxyduls wurde das Salz aus einem (zink- und kupferfreiem) Eisenvitriol dargestellt und nach vollständigem Auswaschen im trocknen Luftstrome bei 100° C. getrocknet. Das darin enthaltene Eisenoxydul bestimmte ich einmal durch einfaches Glühen an der Luft, dann durch Auflösen des so erhaltenen Oxydes in Königswasser und Fällen mit Ammoniak.

In beiden Versuchen wurde eine ganz gleiche Menge von Eisenoxyd erhalten und zwar gaben 1,177 Grmm. kleesaures Eisenoxydul

Nr. 1. 0,522 Eisenoxyd
Nr. 2. 0,522 „

Aus diesen Daten berechnet sich die Zusammensetzung des kleesauren Eisenoxyduls zu

$$FeO, C_2O_3 + 2aq,$$

---

*) Herr Ministerialrath Steinheil, ein hervorragender Coryphae wissenschaftlicher Technik, äussert sich hierüber wie folgt: „Hierzu (d. h. zur gewünschten Vollendung der Instrumente mit verhältnissmässig geringer Arbeit) trägt das ausgezeichnete Eisenoxyd des Prof. Vogel jun., dessen ich mich ausschliesslich bediene, wesentlich bei.

S. Eröffnung der optischen und astronomischen Werkstätte von C. A. Steinheil in München.
Leipzig, Giesecke und Devrient, Typ. Inst.

indem hiernach die zum Versuche verwendeten 1,177 Grmm. Salz 0,523 Eisenoxyd hätten liefern müssen.

Das Aequivalent und die prozentige Zusammensetzung sind somit:

| | | |
|---|---|---|
| FeO | 36 | 40 |
| $C_2O_3$ | 36 | 40 |
| 2aq | 18 | 20 |
| | 90 | 100 |

Zugleich ergibt sich aus diesem Versuche, dass die Oxydation des im untersuchten Salze enthaltenen Oxyduls beim Glühen an der Luft vollständig zu Oxyd stattfindet und nicht wie bei der gewöhnlichen Verbrennung des metallischen Eisens Oxydationsstufen entstehen mit weniger Sauerstoff, als im Oxyde.

Was die Existenz eines wasserfreien Salzes anbelangt, so war es mir nicht möglich, das kleesaure Eisenoxydul von den letzten Resten von Wasser zu befreien, ohne gleichzeitige Zersetzung des Salzes. Bei 194° C. begann schon unter Entwicklung von Kohlenoxyd und Kohlensäure dessen Zersetzung, die bis zu ihrer Vollendung kurz vor der Glühhitze von einer beständigen Entweichung von Wasserdämpfen begleitet war.

Wird kleesaures Eisenoxydul in einer Retorte oder in einer Proberöhre erhitzt, so bleibt nach der vollständigen Entwicklung des Kohlenoxydes und der Kohlensäure ein äusserst fein vertheilter schwarzer Rückstand, welcher, an die Luft gebracht, zu Eisenoxyd verbrennt.

Ueber die Natur dieses schwarzen, an der Luft entzündlichen Rückstandes sind die bisherigen Angaben etwas von einander abweichend. Er wird einmal als selbstentzündliches metallisches Eisen*) und dann als Eisenoxydoxydul *) oder kohlenstoffhaltiges Eisenoxydoxydul betrachtet. Nimmt man den Zersetzungsvorgang so an, dass sich beim Glühen des kleesauren Eisenoxyduls nur Kohlensäure entwickelt nach der Formel:

---

*) Wöhler's Grundriss der Chemie 1851. S. 144.

$$\left.\begin{matrix}FeO\\C_2O_3\end{matrix}\right\} = C_2O_4 + Fe = 2(CO_2) + Fe,$$

so müsste allerdings metallisches Eisen zurückbleiben; dagegen spricht aber bekanntlich die Thatsache, dass sich neben der Kohlensäure ganz entschieden Kohlenoxydgas entwickelt, wovon man sich schon durch die deutliche blaue Färbung der Flamme beim Entzünden des Gases überzeugen kann.

Zur Entscheidung der Frage wurde bei 100° C. getrocknetes kleesaures Eisenoxydul in einem Strome von Stickgas in einer U-förmigen Röhre erhitzt, wodurch sich die quantitative Bestimmung des Wassers und der Kohlensäure ergab.

1,000 Grm. kleesaures Eisenoxydul lieferte auf diese Weise

| | | |
|---|---|---|
| Kohlensäure | 246 | Milligrmm. |
| Wasser | 196 | „ |

Der als Rückstand bleibende schwarze pyrophorische Körper betrug der Menge nach in drei Versuchen von je 1,000 Grmm.

| | | |
|---|---|---|
| Nr. 1. | 403 | Milligrmm. |
| Nr. 2. | 405 | „ |
| Nr. 3. | 403 | „ |

Derselbe lieferte durch Oxydiren, Auflösen in Salzsäure und Präcipitiren mit Ammoniak

---

*) Ebend. 1854. S. 182 und L. Gmelin, Handbuch der Chemie B. 4. S. 855.

Nr. 1. Eisenoxyd 443 Milligrmm.
Nr. 2. „ 442 „
Nr. 3. „ 443 „

Sauerstoffgas über den Pyrophor im glühenden Zustande geleitet, trübte das Kalkwasser nicht, zum Beweise, dass keine Kohle im Rückstande seyn konnte *).

Diesen Versuchen zufolge besteht also der pyrophorische Rückstand nur aus Eisenoxydul, von welchem sich auf

$$1{,}000 \text{ Grmm. } FeO, C_2O_3 + 2aq$$

400 Milligrmm., entsprechend 444 Milligrmm. Eisenoxyd berechnen.

Ich werde weiter unten auf das durch den Versuch erhaltene unbedeutende Mehrgewicht von 3 bis 5 Milligrmm. zurückkommen.

Nach den gewonnenen Resultaten kann also der pyrophorische Rückstand nicht als Eisenoxydul-Oxyd betrachtet werden. Dieser Voraussetzung hätten auf 1,000 Grmm. des Salzes 430 Milligrmm. Rückstand ($FeO + Fe_2O_2$) entsprochen, eine Menge, die von der durch den Versuch erhaltenen offenbar weit abweicht. Ausserdem hätte dann auch die salzsaure Lösung des Pyrophors durch Alkalien schwarz gefällt werden müssen, während hier nur die gewöhnliche Färbung des Eisenoxyduls stattfand.

Die angeführten Daten reichen hin, um uns über den Zersetzungsvorgang des kleesauren Eisenoxyduls beim Erhitzen unter Ausschluss der Luft in's Klare zu setzen. Das Faktum, dass nur Eisenoxydul als Rückstand bleibt, weist schon darauf hin, dass die Zersetzung der vorher mit demselben verbundenen Oxalsäure selbständig vor sich geht.

---

*) In einigen Fällen, namentlich beim raschen Erhitzen, hinterliess der Pyrophor, mit Salzsäure behandelt, unwägbare Spuren von Kohle.

Die durch den Versuch erhaltene Menge Kohlensäure entspricht gerade der Hälfte der in der Oxalsäure enthaltenen Menge Kohlenstoffs (gefunden 246, berechnet 244,4), und es kann also kein Zweifel seyn, dass dieselbe sich gerade theilt, wie bei der Zersetzung der oxalsauren Alkalien, in Kohlensäure und Kohlenoxyd, nur mit dem Unterschiede, dass hier beide Gebilde als Gasarten entweichen, während im anderen Falle die Kohlensäure mit der Basis verbunden bleibt.

Zu demselben Resultate führte noch ein anderer Versuch, in welchem das oxalsaure Eisenoxydul im Strome von reinem Kohlensäuregas bis zum schwachen Glühen erhitzt und somit bis zu dessen vollständiger Zersetzung erhitzt wurde, um das gebildete Kohlenoxyd seiner Menge nach zu bestimmen. Der Versuch lieferte folgende Zahlenwerthe:

| | |
|---|---|
| Oxalsaures Eisenoxydul . . . | 1,000 Grmm. |
| Von Kali nicht absorbirtes Gas<br>(Kohlenoxydgas) | 128 C. C. |
| Barometerhöhe . . . . . . . | 26″ 4,5‴ Par. |
| Thermometerstand . . . . . . | 19° C. |
| (Sperrflüssigkeit Wasser) | |

Nach dem oben angegebenen Schema der Zersetzung hätten unter diesen Verhältnissen nur 121 C. C. Kohlenoxydgas erhalten werden sollen. Ein Theil dieses Ueberschusses an dem erhaltenen Gase kömmt nun vielleicht wohl auf Rechnung der kleinen Unsicherheiten des Druckes, der Temperaturen und der Tension. In Verbindung mit der oben schon angeführten Abweichung der gefundenen von der berechneten Menge des Eisenoxyduls findet er jedoch eine natürliche Erklärung. Für 1,000 Grmm. kohlensaures Eisenoxydul berechnet sich nämlich die Menge des Eisenoxyduls auf 400 Milligrmm.; erhalten wurden aber in den drei oben angegebenen Versuchen

403, 405, 405 Milligrm.

Das gefundene Resultat weicht hiernach offenbar durch einen Mehrgehalt an Sauerstoff von dem theoretischen ab. Es fragt sich nun, woher stammt dieser Sauerstoff? Berücksichtigt man die von mir gemachte Beobachtung, dass selbst bis zu den letzten Stadien der Zersetzung des Salzes noch Wasserdämpfe entwickelt werden, so kann dieser grössere Gehalt an Sauerstoff nicht wohl befremden. In einer Atmosphäre von Wassergas, wie in den angestellten Versuchen, muss natürlich das Eisenoxydul noch bei dieser Temperatur zersetzend auf dasselbe wirken, woraus dann eine Zunahme des schwarzen Rückstandes an Sauerstoff und gleichzeitig eine Wasserstoffgas-Entwicklung resultirt. Letztere war offenbar der Grund, dass in den Versuchen das Vol. des Kohlenoxydgases etwas zu gross ausfallen musste. In dem Versuche, welcher das Kohlenoxydgasvol. zu 128 C. C. ergab, waren im Rückstande 5 Milligramm Sauerstoffgas zu viel gefunden worden. Diese entsprechen $\frac{5}{8}$ Milligramm oder 9 C. C. Wasserstoffgas, welche zu den berechneten 121 C. C. Kohlenoxydgas addirt, nach dieser Betrachtung einem Gasvolumen von 130 C. C. entsprechen. Die geringe Abweichung von dem gefundenen Resultate (128 C. C.) fällt innerhalb der Gränzen der Fehlerquellen.

Für diese Wasserzersetzung spricht ausserdem noch der Umstand, dass bei rascher Erhitzung und ohne künstliche Wegführung des Wassers der pyrophorische Rückstand an Gewicht zunimmt, und zwar ergab sich für 1,000 Grmm. kleesaures Eisenoxydul statt der berechneten 400 Milligrmm. eine Zunahme bis zu 409 Milligrmm. an Gewicht, bedingt durch den Mehrgehalt an Sauerstoff, d. i. durch beigemengtes Oxyd.

Abgesehen von dieser ohnehin unbedeutenden Nebenzersetzung findet nach den mitgetheilten Versuchen die Zersetzung des kleesauren Eisenoxyduls nach folgendem Schema statt:

$$\mathrm{FeO,\ C_2O_3 + 2aq = FeO + CO_2 + CO + 2aq.}\ ^{*)}$$

---

*) Buchner's Repertorium. Bd. IV. p. 1.

## II.

Nachdem ich gleich dem kleesauren Eisenoxydul auch das kleesaure Zinnoxydul zur Darstellung von Zinnasche zur Anwendung gebracht habe*), eine Methode, welche ein Präparat liefert, wie es auf keine andere Weise von solcher Güte und mit absoluter Sicherheit erzielt werden kann, und daher auch jetzt schon allgemein Eingang gefunden hat, so lag die Aufforderung nahe, sowohl die Constitution als die Zersetzungsweise auch dieses Salzes einer speciellen Untersuchung zu unterstellen. Die hier im Folgenden mitgetheilten Versuche liefern, wie es mir scheint, auch zur richtigen Erkenntniss der oxalsauren Salze im Allgemeinen einen Beitrag.

Wenn man oxalsaures Zinnoxydul, erhalten durch Fällung von Zinnchlorürlösung mittelst freier Oxalsäure oder oxalsaurer Salze, nach dem vollständigen Trocknen im Luftstrome über 100° C. noch weiter hinaus erhitzt, so beginnt die Zerlegung desselben, indem die Oxalsäure als Kohlenoxyd und Kohlensäure aus der Verbindung austritt und die Basis als ein grauschwarzes Pulver zurückbleibt. Das rückständige Zinnoxydul oxydirt sich beim freien Luftzutritt unter lebhaften Erglühen gleichzeitig zu Oxyd. Wenn nun beim ersten Prozess der Zerlegung die Probe schon bedeutend an Volumen zunimmt, so ist dieses bei der Oxydation noch in viel höherem Grade der Fall. Auf diesem Umstande beruht eben die nach meiner Erfindung angegebene Darstellung einer so fein vertheilten Zinnasche, dass sie ohne vorhergehendes Schlämmen, analog dem aus kleesaurem Eisenoxydul gewonnenen Eisenoxyd, mit absoluter Sicherheit zum Poliren angewendet werden kann.

Wird die Erhitzung in einer Eprouvette vorgenommen, so bemerkt man ausserdem noch einen schwachen Anflug von Wasser, selbst wenn das Salz nach längerem Erwärmen bei 100° C. im trocknen Luftstrom nichts mehr an Gewicht verlor. Die Frage nun zu entscheiden, ob dieses Wasser zur chemischen Constitution des Salzes gehöre oder ob es von demselben nur hygroskopisch hartnäckig zurückgehalten werde, war der nächste Gegenstand dieser Versuche.

---

*) Kunst- und Gewerbeblatt. Febr. 1855. Dingler's polytech Journal. Mai 1855.

Die erwähnte Zersetzung, begleitet von der ausserordentlichen Volumvermehrung, geht selbst beim vorsichtigsten Erwärmen mit einer solchen Energie vor sich, dass selbst bei Anwendung eines zwei Fuss langen Glasrohres einzelne Theilchen der Substanz durch die entweichenden Gase entführt werden. Darin lag die Unmöglichkeit, den in Frage stehenden Wassergehalt auf direktem Wege zu bestimmen, und es blieb somit kein anderer Weg übrig, als denselben durch die quantitative Bestimmung der übrigen Bestandtheile aus der Differenz abzuleiten.

Zu dem Zwecke wurde das Salz in Chlorwasserstoffsäure aufgelöst und sein Gehalt an Zinnoxydul durch Schwefelwasserstoff gefällt. Nachdem das erhaltene Zinnsulfür durch Rösten in Zinnoxyd übergeführt war, ergab aus diesem die Berechnung den Gehalt des Salzes an Zinnoxydul. Auf diese Weise resultirte in zwei Versuchen von 500 Milligramm oxalsauren Zinnoxyduls an Zinnoxyd:

Nr. 1. 360
Nr. 2. 358

Um eine möglicherweise beim Rösten entstandene Spur von Schwefelsäure zu verjagen, erhitzte ich das Oxyd nochmals mit kohlensaurem Ammoniak, wonach jedoch das Gewicht desselben in beiden Versuchen unverändert geblieben war.

In dem Filtrate von der Fällung des Zinnoxyduls mittelst Schwefelwasserstoff wurde nach vollständigster Neutralisation und bei Luftabschluss die Oxalsäure durch Chlorcalciumlösung gefällt, und deren Menge aus dem kohlensauren Kalk berechnet.

In beiden Versuchen ergaben sich

223 Milligrmm. kohlensaurer Kalk.

Aus diesen Zahlenwerthen berechnet sich die prozentige Zusammensetzung zu:

| | Nr. 1. | Nr. 2. |
|---|---|---|
| Zinnoxydul . . . . . | 64,4 | 63,9 |
| Oxalsäure . . . . . | 33,5 | 33,5 |
| Wasser und Verlust | 2,1 | 2,6 |
| | 100,0 | 100,0 |

Ausserdem wählte ich zur Controlirung dieses Versuches für die Bestimmung der Oxalsäure noch einen anderen Weg, nämlich die Zerlegung des Salzes durch concentrirte Schwefelsäure beim Erwärmen. Abweichend von der gebräuchlichen Methode geschah die Berechnung der Menge der Oxalsäure aus dem nach der Behandlung mit Kalilauge rückständigem Kohlenoxydgase. Dazu gab der Umstand Veranlassung, dass bei der nämlichen Zersetzungsmethode anderer oxalsaurer Salze schon öfter, wenn die Oxalsäure aus der Kohlensäure abgeleitet wurde, ein von der theoretischen Menge nicht unbedeutend abweichendes Resultat, und zwar stets ein Ueberschuss an Oxalsäure erhalten worden war. Diese Fehlerquelle liegt in der bei dem kleinen Apparate nicht wohl zu umgehenden Korkverbindung, welche sich gegen die Zersetzung durch die erwärmte Schwefelsäure, namentlich gegen Ende der Operation nie vollkommen und nur äusserst schwierig schützen lässt. Dabei werden namentlich schweflige Säure und Kohlensäure frei, welche sich bei der Absorption der gemessenen Kohlensäure addiren. Bedeutend weniger ist die Methode von dieser Fehlerquelle behaftet, wenn man das rückständige Kohlenoxydgas misst, indem bei der Zersetzung der Korksubstanz durch Schwefelsäure von diesem Gase nur eine geringe Quantität gegen die der Kohlensäure und schwefligen Säure entwickelt wird. Ich suchte durch direkte Versuche über diesen Punkt Aufklärung zu gewinnen und erhielt in einer Reihe von Versuchen beim Erhitzen von Kork mit Schwefelsäure auf 100 Vol. von Kali absorbirten Gase 14 bis 16 Vol. rückständiges Kohlenoxydgas.

In einer Eprouvette wurden 181 Milligrmm. getrockneten oxalsauren Zinnoxyduls abgewogen und mit englischer Schwefelsäure übergossen. Das Gasleitungsrohr war mit einer durch Lack vermittelten luftdichten Verbindung angefügt und mündete unter die graduirte Röhre der Quecksilberwanne. Wegen der Korkverbindung konnte natürlich das Proberöhrchen nicht ganz mit Schwefelsäure angefüllt werden, weshalb das darin enthaltene gemessene Luftvolumen von den nach der Behandlung mit Kalilauge zurückbleibenden Gasen abzuziehen war.

Auf diese Weise ergaben sich folgende Resultate:

*Rohr Nr. I.*

*A.* Vor der Behandlung mit Kalilauge

Gasvolumen . . . 45, 6 C. C.

Barometer . . . . 26″ 7‴ Par. } = 704 M. M.
Negativer Druck 7‴ — }

Temperatur . . 20° C.
d. h. Wassertension . . . . . . — 17 M. M.

Wahrer Druck 687 M. M.

Daher Volumen bei 760 M. M. Druck
und 0° C. Temperatur . . . . . 38,42 C. C.

*B.* Nach der Behandlung mit Kalilauge

Gasvolumen . . . 27,8 C. C.
Barometer . . . . 26″ 7‴ Par. } = 623 M. M.
Negativer Druck 3″ 7‴ —
Temperatur . . 20° C.
d. h. Wassertension . . . . . . — 17 M. M.

Wahrer Druck 606 M. M.

Daher Volumen bei 760 M. M. Druck
und 0° C. Temperatur . . . . . . 20,68 C. C.

*Rohr Nr. II.*

*A.* Vor der Behandlung mit Kalilauge

Gasvolumen . . . 20,0 C. C.
Barometer . . . . 26″ 7‴ Par. } = 523 M. M.
Negativer Druck 7″ 4‴ —
Temperatur . . 20° C.
d. h. Wassertension . . . . . . — 17 M. M.

Wahrer Druck 506 M. M.

Daher Volumen bei 760 M. M. Druck
und 0° C. Temperatur . . . . . . 12,1 C. C.

*B.* Nach der Behandlung mit Kalilauge

Gasvolumen . . . 5,8 C. C.
Barometer . . . . 26″ 7‴ Par. } = 422 M. M.
Negativer Druck 10″ 7‴ —
Temperatur . . 20° C.
d. h. Wassertension . . . . . . — 17 M. M.

Wahrer Druck 405 M. M.

Daher Volumen bei 760 M. M. Druck
und 0° C. Temperatur . . . . . . 2,9 C. C.

Daraus ergibt sich die Gesammtausbeute an beiden Gasen:

I. Kohlensäure

| | *Rohr Nr. I.* | *Rohr Nr. II.* |
|---|---|---|
| Vor der Behandlung mit Kalilauge | 38,42 | 12,1 |
| Nach der „ „ „ | 20,68 | 2,9 |
| Kohlensäure | 17,74 C. C. | 9,2 C. C. |

Kohlensäure im Ganzen 17,74 + 9,2 = 26,9 C. C.

II. Kohlenoxydgas

| | |
|---|---|
| Rohr Nr. I. | 20,7 |
| „ Nr. II. | 2,9 |
| | 23,6 C. C. |

Von diesem letzteren Volumen ist jedoch nun noch, um auf das wahre Volumen des Kohlenoxydgases zu gelangen, die in dem Entbindungsgefässe vorher enthaltene Luft zu subtrahiren. Dieser Gehalt betrug 6 C. C., auf den Normaldruck und Temperatur 0° C. reducirt = 5,1 C. C.

Die wirkliche Ausbeute an Kohlenoxydgas ist also:

23.6
— 5,1
— 18,5 C. C.

Diese wiegen 23.4 Milligrmm. und entsprechen 60,2 Milligrmm. Oxalsäure in der zum Versuche verwendeten Menge des Zinnoxydulsalzes. Wie angegeben, waren zu dem Versuche 181 Milligrmm. genommen worden; es sind demnach in 100 Thln. des Salzes

33,3 proc. Oxalsäure

enthalten.

Dieser Werth stimmt sehr genau mit dem durch die beiden Fällungen als oxalsaurer Kalk gefundenen zusammen.

Wollte man aus dem obigen von Kalilauge absorbirten Gase den Gehalt an Oxalsäure nach der üblicheren Methode berechnen, so fällt derselbe viel zu hoch aus, nämlich in diesem speciellen Falle sogar zu 48,4 proc.; dass dann aber eine bedeutende Menge schwefliger Säure mit in Rechnung kam, zeigt schon die Leichtigkeit, mit welcher die Absorption durch Wasser stattfand.

Stellen wir nun die gefundenen Resultate neben einander, so ergibt sich für die procentige Zusammensetzung des untersuchten Salzes:

| | Berechnet. | | Gefunden. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Nach $SnO$, $C_2O_3 + aq$. | Nach $SnO$, $C_2O_3$ | Nr. I. | Nr. II. | Nr. III. |
| Zinnoxyd | 60,5 | 64,98 | 64,4 | 63,9 | — |
| Oxalsäure | 31,7 | 35,02 | 33,5 | 33,5 | 33,3 |
| Wasser | 7,8 | Wasser u. Verlust | 2,1 | 2,6 | — |

Es resultirt hieraus auf den ersten Blick, dass das kleesaure Zinnoxydul seiner chemischen Constitution nach entschieden als wasserfrei angesehen werden muss und jener Anflug von Wasser, der zunächst die Ausgangsfrage der Untersuchung war, von hygroskopischer Feuchtigkeit herrührte.

## III.

Nach der genauen Feststellung der Constitution des oxalsauren Zinnoxyduls blieb noch die Aufgabe, die Zersetzung desselben in höherer Temperatur einer specielleren Untersuchung zu unterstellen.

Schon oben ist erwähnt worden, dass wenn man das Salz bei abgehaltenem Luftzutritt erhitzt, die Oxalsäure in Kohlensäure und Kohlenoxydgas zerfällt und die Basis frei zurückbleibt. Die Reinheit dieses rückständigen Oxyduls hängt, wie die folgenden Versuche zeigen werden, sehr wesentlich von dem angewandten Temperaturgrade ab.

Eine bekannte Eigenschaft des Zinnoxyduls ist, dass es sich an der Luft entzünden lässt und dann wie Zunder fortbrennt, hierin abweichend von dem aus kleesaurem Eisenoxydul gewonnenen fein vertheilten Eisenoxydul, welches bekanntlich frisch bereitet, sobald es mit der Luft in Berührung kommt, auch in kaltem Zustande zu brennen anfängt. Diese Oxydation des Zinnoxyduls hat Veranlassung zu einem der instruktivsten Vorlesungsversuche gegeben, um die Gewichtsvermehrung durch Sauerstoffaufnahme während der Verbrennung nachzuweisen. Ich verfahre dabei auf folgende Weise.

Eine geringe Quantität des durch schwaches Glühen aus dem kleesauren Zinnoxydul erhaltenen Rückstandes wird auf einem dünnen Platinblech, auf eine Tarirwage oder eine kleine Handwage gebracht und tarirt. Man entzündet nun das schwarze Pulver durch eine Flamme, wonach es unter langsamem, aber lebhaftem Erglühen zu Zinnoxyd verbrennt. Schon während der Operation selbst zeigt die Wage einige Oscillationen und nach dem Erkalten tritt das Sinken der Wagschaale auf das deutlichste hervor. Es wird kaum auf eine andere mehr augenscheinliche Weise durch den Versuch die Gewichtszunahme eines Körpers bei einer unter der Erscheinung des Glühens stattfindenden Verbrennung nachgewiesen werden können. $\frac{1}{2}$ Grmm. Substanz ist bei einer nur einigermassen empfindlichen Wage hinreichend, den Versuch auszuführen.

Sogleich bei den ersten Wägungen musste es auffallen, dass die Zunahme des durch Glühen des oxalsauren Zinnoxyduls erhaltenen Rückstandes beim Verbrennen nicht mit der aus dem Zinnoxydul berechneten Menge übereinstimmte. Denn während eine Aufnahme von 11,98 proc. Sauerstoff erwartet werden musste, ergab eine Reihe von Wägungen, wobei der Versuch mit Zinnoxydul von verschiedenen Operationen vorgenommen war, dieselbe zwischen 6,5 proc. und 10,6 proc. variirend.

Es lag nahe, diese Abweichung im beigemengten Zinnoxyd zu suchen. Die dafür nöthige Sauerstoffmenge konnte aber nicht schon während der Zersetzung etwa aus der Luft aufgenommen seyn, denn dieselbe war im Vacuum ausgeführt worden. Ebenso wäre es möglich gewesen, dass das Zinnoxydul bei jener Temperatur, die indess die schwache Rothglühhitze nicht überstieg, schon zersetzend auf die aus der Kleesäure sich entwickelnde Kohlensäure gewirkt hätte. Für diesen Fall müsste der Versuch dann aber eine grössere Ausbeute an Kohlenoxydgas, als Produkt dieser Zersetzung gegeben haben. Der direkte Versuch negirte jedoch auch diese Möglichkeit; denn als die Zersetzung des oxalsauren Zinnoxyduls im getrockneten Kohlensäurestrome bei schwacher Glühhitze vorgenommen wurde, ergaben sich folgende Zahlenwerthe:

Oxalsaures Zinnoxydul 239 Milligrmm.

lieferten:

Kohlenoxydgas . . . . . 29 C. C.
bei Barometerstand . . 722 M. M.
und 10° C. Temperatur
d. h. Wassertension . . —9

Wahrer Druck 719 M. M.

Aus diesen Daten erhält man das auf den Normaldruck und 0° C. Temperatur reducirte Volumen des Kohlenoxydgases zu

26,2 C. C.

Diese wiegen 33.1 Milligrmm., während die zum Versuche verwendeten 239 Milligrmm. oxalsauren Zinnoxyduls der Berechnung nach 32.5 Milligrmm. liefern mussten. Es fand also offenbar keine Kohlensäurezerlegung durch das Zinnoxydul statt.

Sie hätte der Beobachtung sich schwerlich entziehen können, indem die beim Verbrennen gefundene mittlere Gewichtszunahme = 7,5 proc.

hier schon eine dieselbe zu der aus dem Oxydul berechneten ergänzende, nämlich 11,98 — 7,5 = 4,5 proç. voraussetzte.

Dem entspräche also auch eine aequivalente Entbindung von Kohlenoxydgas, und zwar von den zum Versuche verwendeten 239 Milligrmm. oxalsauren Zinnoxyduls 11,7 Milligrmm. oder 9,3 C. C. Eine so bedeutend vermehrte Zunahme des Kohlenoxydgas-Volumens hätte nicht wohl unbemerkt bleiben können.

Durch Oxydation an der Luft konnte ebenfalls nicht unmöglicher Weise das zum Versuche angewendete kleesaure Zinnoxydul oxydhaltig werden, ähnlich wie diess ja beim Zinnchlorür in so bedeutendem Grade der Fall ist. Auch hierüber versuchte ich auf analytischem Wege Gewissheit zu erhalten. Das kleesaure Zinnoxydul wurde, nachdem es, um eine allenfallsige weitere Oxydation nicht auszuschliesen, längere Zeit in offenen Gefässen an der Luft aufbewahrt worden, in Salzsäure gelöst und diese Lösung mit überschüssigem Quecksilberchlorid gefällt; aus dem erhaltenen Calomel berechnet sich der Oxydulgehalt des Salzes.

Der Versuch lieferte folgende Zahlenwerthe:

| | | |
|---|---|---|
| Oxalsaures Zinnoxydul | 514 | Milligrm. |
| Quecksilberchlorür . . | 1187 | „ |
| i. e. Zinnoxydul . . | 366 | „ |

oder in 100 Thln. kleesauren Zinnoxyduls:

| *Berechnet* | *Gefunden* |
|---|---|
| 64,98 | 65,5 |

Damit war die völlige Freiheit des Salzes von Zinnoxyd bewiesen; wegen der sehr nöthigen Vorsicht beim Trocknen des Calomels kann der geringe Ueberschuss an Oxydul, zu dem der Versuch führte, nicht wohl befremden.

Demnach war auch in einem Gehalte des ursprünglichen Salzes an Oxyd der Grund nicht zu suchen, dass das erhaltene Oxydul eine geringere Sauerstoffaufnahme beim Verbrennen zeigte, als nach der Theorie sich ergeben sollte.

In einer Reihe von Wägungen, wozu der als Zinnoxydul in Frage stehende Rückstand im Wasserstoffstrom reducirt worden, fand sich stets, wenn die Reduktion vollständig zu Ende geführt war, d. h. wenn das rückständige Zinn wirklich zu grösseren Metallkugeln zusammengeflossen erschien (wozu über der Berzelius'schen Lampe eine nicht unbeträchtliche Zeit erforderlich ist), dass die im Chlorcalciumrohre erhaltene Wassermenge auf Sauerstoff berechnet weniger betrug, als die Gewichtsabnahme des fraglichen Zinnoxyduls. Daraus folgte offenbar, dass in jenem Rückstande neben dem Sauerstoff des Oxyduls noch ein bei der Reduktion sich verflüchtigender Körper vorhanden seyn musste. Am nächsten lag natürlich die Vermuthung, dass ein Theil des Salzes selbst sich hartnäckig der Zerlegung widersetze. Diese Vermuthung gab die Veranlassung, die bei der Oxydation sich bildenden Gase auf Kohlensäure näher zu prüfen. Eine starke Trübung des zwischen dem Aspirator und dem für die Oxydation bestimmten Rohre eingeschalteten Kalkwassers rechtfertigte diese Deutung, so dass sogleich zu einer quantitativen Bestimmung der entwickelten Kohlensäure geschritten werden konnte.

Es ergaben sich folgende Zahlenwerthe:

Substanz (fragliches Zinnoxydul) . . 655 Milligrmm.
{ Kaliapparatzunahme . . . . 17 }
{ Chlorcalciumrohr . . . . . 10 } = 27 Kohlensäure.
Zinnoxyd . . . 709

Hier zeigt sich somit ein Kohlensäuregehalt von nicht weniger als 4,1 proc. Schon oben ist aber auf direktem Wege bewiesen worden, dass bei der Zersetzung der ganze entsprechende Gehalt an Kohlenoxydgas als Gas erhalten wird. Die nun hier gefundene Kohlensäure musste also offenbar als solche und nicht als Kohlenoxyd in dem Zinnoxydul enthalten seyn. Berücksichtigt man ferner, dass die Zunahme nach der Oxydation bei diesem Rückstande, nämlich von 655 auf 709, schon 8,2 proc. beträgt, dagegen 4,1 proc. als Kohlensäure austreten, so nahm das kohlensäurefreie Zinnoxydul in der That um 12,3 zu. Dieser Werth übersteigt nun sogar noch den theoretischen: 11,98, so dass während anfangs eine scheinbar zu geringe Sauerstoffaufnahme beobachtet worden, jetzt, nachdem gleichzeitig ein Austreten von Kohlensäure wahrgenommen war, dieselbe noch grösser als die berechnete ausfällt.

Die in dem Zinnoxydul von verschiedenen Operationen stets wechselnde Menge von Kohlensäure lässt sich auch ihrem grösseren Theile nach durch längere Maceration mit Chlorwasserstoffsäure austreiben. Die Entwicklung geht jedoch stets sehr schwach und langsam von Statten, so dass sie leicht übersehen werden kann.

Es drängt sich nun aber die theoretisch-wichtige Frage auf, durch welche eigenthümliche Kraft diese offenbar ihrer Menge nach mit der Basis durchaus in keinem äquivalenten Verhältnisse stehende Kohlensäure in dem Zinnoxydul bei einer so hohen Temperatur zurückgehalten werde?

Gewiss dürfte es nicht zu gewagt erscheinen, das beobachtete Faktum für einen Ausfluss der Contaktverdichtung zu erklären, wie sie bekanntlich im fein vertheilten Platin, z. B. für Gase, in so ausserordentlichem Grade wirksam ist; in jener Eigenschaft, welche noch jüngst von G. Rose in so eleganter Weise als eine allgemeine allen irdischen Körpern inwohnende Kraft nachgewiesen ist, und daher auch für das Zinnoxydul hier vindicirt werden muss, darf der Grund der überraschenden Thatsache gesucht werden, wissen wir ja doch ebenfalls aus den Forschungen G. Rose's, dass diese Contaktverdichtung sogar die Veranlassung ist, dass das specifische Gewicht fein vertheilter Körper höher ausfällt, als wenn die Bestimmung mit grösseren Stücken vorgenommen wird. Auf solche Weise erklärt sich denn auch, dass in einer zur Aufklärung dieser Frage angestellten Versuchsreihe mit Zinnoxydul, welches durch heftiges Glühen aus dem oxalsauren Salze dargestellt worden war, bei zunehmendem Temperaturgrade stets geringere Mengen absorbirter Kohlensäure erhalten wurden, indem dann das Zinnoxydul ja gleichzeitig seinen sonst so äusserst fein vertheilten Zustand eingebüsst hatte. Es folgen hier die Resultate zweier Versuche, welche mit einem solchen Zinnoxydul angestellt worden sind.

Die Darstellung des Materials geschah dadurch, dass das oxalsaure Zinnoxydul in einem zur Spitze ausgezogenen Rohre vom besten böhmischen Glase mittelst eines mit Sand gefüllten Tiegels einer so hohen Temperatur ausgesetzt wurde, als das Glas nur noch zu ertragen vermochte, unter Beibehaltung dieser Temperatur so lange noch eine Gasentwicklung bemerkbar war. Hieraus resultirte, wie die gleich anzuführenden Daten beweisen, beinahe reines Oxydul. Dasselbe unterscheidet sich jedoch von dem nach sonst üblichen Methoden dargestellten auffallend durch seine Färbung, welche nicht wie sonst schwarzgrau, sondern lichtschiefergrau erschien, obgleich offenbar durchaus kein Zinnoxyd beigemischt war. Das Oxydul schrumpft bei dieser hohen Temperatur sehr bedeutend zusammen, verbrennt daher an der Luft nicht mit jener Leichtigkeit, als das bei niederer Temperatur entstandene und oxydirt sich auch ohne Anwendung künstlicher Mittel nicht vollständig. Zu dem oben empfohlenen Vorlesungsversuche ist daher das feiner vertheilte kohlensäurehaltige Zinnoxydul trotz des durch gleichzeitiges Entweichen der Kohlensäure während der Oxydation entspringenden Verlustes besser geeignet.

Ueber das glühende Oxydul wurde zum Versuche mittelst des Aspirators atmosphärische Luft geleitet und dadurch die Oxydation bewerkstelligt.

Es resultirten folgende Zahlenwerthe:

| | Nr. I. | | Nr. II. | |
|---|---|---|---|---|
| Zinnoxydul | 726 | | 778 | |
| Zinnoxyd | 819 | | 875 | |
| Kaliapparatzunahme | $-5$ | $= 5\,CO_2$ | $-14$ | $= 5\,CO_2$ |
| Chlorcalciumrohrzunahme | $+10$ | | $+19$ | |
| d. h. Sauerstoffaufnahme | 12,9 proc. | | 12,4 proc. | |

Zur nochmaligen Ueberzeugung, dass das erhaltene Zinnoxyd auch wirklich die entsprechende Menge Zinn enthielte, wurde die Probe Nr. II. in einem Strome von Wasserstoffgas reducirt und ergab:

| | | In 100 Thln. | |
|---|---|---|---|
| Zinnoxyd | 875 | gefunden | berechnet |
| Zinn | 693 | 79,20 | 78,61 |
| Wasser | 210 | 21,22 | 21,39 |
| | | 100,53 | 100,00 |

## IV.

Den hier mitgetheilten Resultaten reihen sich meine über die Zusammensetzung des kleesauren Cadmiumoxydes ausgeführten Versuche an. Die einzige vorliegende Arbeit über oxalsaures Cadmiumoxyd hat R. Marchand*) geliefert. Von dieser her datirt sich die Annahme eines Cadmiumsuboxydes, analog dem von Boussingault beschriebenen **)

---

*) Poggendorfs Annalen. Bd. 38. S. 144.

**) Poggendorfs Annalen. Bd. 31. S. 622.

Bleisuboxyde aus dem oxalsauren Salze durch Erhitzen dargestellt, dessen Existenz indess noch nicht über allen Zweifel dargethan seyn dürfte. Einige über die Constitution dieses Salzes und dessen Verhalten in höherer Temperatur vorgenommene Versuche, welche hier mitgetheilt werden, haben zu Resultaten geführt, welche mit denen von Marchand gewonnenen nicht übereinstimmen.

Das zur Untersuchung verwendete Salz war durch Fällen der neutralen Chlorcadmiumlösung mittelst oxalsauren Ammoniakes erhalten und so lange ausgewaschen worden, bis das Filtrat durch Chlorcalcium nicht mehr getrübt wurde. Zunächst war es Aufgabe, sich über die Zusammensetzung des Salzes Gewissheit zu verschaffen. Schon bei der Wasserbestimmung ergab sich in zwei wesentlichen Punkten eine Abweichung von Marchand's Resultaten. Einmal gab das Salz, bei 100° im trocknen Luftstrome erhitzt, seinen Wassergehalt bis auf unbedeutende Spuren ab, wogegen es nach Marchand diese Temperatur ohne den geringsten Gewichtsverlust ertragen sollte. Sodann ergab sich der Wassergehalt des 14 Tage über Schwefelsäure getrockneten Salzes nicht zu zwei, sondern zu drei Aequivalenten.

Durch Erwärmen des Salzes im Wasserbade bei Ueberleitung eines trockenen Luftstromes konnte dessen Wassergehalt in einem zwischen dem Salze und Aspirator eingeschalteten Chlorcalciumrohre gewogen werden; sodann aber bei höher gesteigerter Temperatur, um die Zersetzung des Salzes im Luftstrome einzuleiten, konnte nach deren Beendigung der ganze Gehalt an Cadmiumoxyd im Salze als Rückstand gewogen werden. Zur Bestätigung, dass derselbe vollkommen in Oxyd verwandelt war, wurde er mit verdünnter Essigsäure behandelt, die ihn vollständig löste. Aus der Differenz ergab sich dann die Oxalsäure.

Diess führte zu folgenden Zahlenwerthen:

| | |
|---|---|
| Substanz . . . . | 260 Milligrmm. |
| Chlorcalciumrohr . . | 53 „ |
| Wasserfreies Salz | 207 „ |
| Cadmiumoxyd . . . | 131 |
| Chlorcalciumrohr . | 1,0 |

Es kommen darin also auf 206 Milligrmm. wasserfreies Salz 54 Wasser, d. h. auf 1 Aeq. oder 99,7 kommen 26,991 oder 3 Aeq. Das über Schwefelsäure getrocknete Salz entspricht demnach der Formel:

$$CdO,\ C_2O_3 + 3aq$$

und seine Zusammensetzung ergibt sich zu:

| | | In 100 Thln. | |
|---|---|---|---|
| | | berechnet | gefunden |
| $CdO$ | 63,7 | 50,3 | 50,4 |
| $C_2O_3$ | 36,0 | 28,4 | 28,8 |
| 3aq | 27,0 | 21,3 | 20,8 |
| | | 100,00 | 100,00 |
| Wasserfreies Salz ($CdO, C_2O_3$) | 99,7 | 78,7 | 79,3 |

Als Marchand die Zersetzung seines Salzes in höherer Temperatur beim Schmelzpunkte des Bleies vornahm, glaubte er eine eigene Oxydationsstufe des Cadmiums, nämlich Cadmiumsuboxyd $Cd_2O$ als Rückstand erhalten zu haben, ähnlich wie früher Boussingault dieselbe für das Blei beschrieben hatte. Als die Produkte dieser Zersetzung gab Marchand Wasser, Kohlensäure und Kohlenwasserstoff an. Bei den mit wasserfreiem Salze angestellten Versuchen konnte natürlich unter den Erzeugnissen des Prozesses kein Kohlenwasserstoff auftreten. Aber auch der von dieser Zersetzung resultirende Rückstand dürfte nach den damit angestellten

Versuchen schwerlich als Cadmiumsuboxyd betrachtet werden. Allerdings wurde gleich Marchand, wenn die Zersetzung des Salzes im Stickstoffstrome vorgenommen war, ein gelbgrüner Rückstand erhalten, wenn auch nicht von jener rein grünen Färbung des Chromoxyds, wie sie Marchand beschreibt. Marchand beobachtete schon, dass sich sein in Rede stehendes Cadmiumsuboxyd beim stärkeren Erhitzen in Oxyd und Metall zerlegte, wie auch, dass die ganze Zersetzung des Salzes bei höherer Temperatur sich anders gestalte. Um daher bei der Zersetzung des Salzes die Temperatur der des schmelzenden Bleies möglichst nahe zu erhalten, wurde dieselbe direkt im Bleibade vorgenommen, und dabei durch eine Berzelius'sche Lampe die Temperatur so geleitet, dass sie eben zum Schmelzen des Bleies hinreichte. Das Produkt dieses Prozesses muss jedoch entschieden als ein Gemenge von Cadmium und Cadmiumoxyd angesehen werden und zwar ohne dass zwischen beiden ein Verhältniss nach Aequivalenten bestünde. In dem Umstande, dass der Schmelzpunkt des Cadmiums mit dem des Bleies so nahe zusammenfällt, ist in diesem speciellen Beispiele einer der seltenen Fälle gegeben, wobei mit Hilfe des Mikroskopes über die Constitution eines zweifelhaften chemischen Produktes auf das Entschiedenste Gewissheit erlangt werden konnte. Behandelt man nämlich jenen Rückstand mit schwacher Essigsäure, so wird augenblicklich daraus Cadmiumoxyd aufgenommen und metallisches Cadmium bleibt als grauliches Pulver zurück. Dieses Pulver zeigt nun, auch wenn die Zersetzung des Cadmiumsalzes bei der möglichst niedrigen Temperatur von Statten ging, unter dem Mikroskop sich deutlich als glänzende Kügelchen von verschiedener Grösse, wonach es wohl keine Frage seyn kann, dass dieses Gebilde ein Gemisch von schon zusammengeschmolzenem Cadmium und Cadmiumoxyd und nicht eine chemische Verbindung nach der Formel $Cd_2O$ ist.

Aber auch Marchand's eigene Daten ziehen selbst die Existenz des Cadmiumsuboxydes in Zweifel. Er fand nämlich: 2682 Substanz lieferten 2847 Cadmiumoxyd, woraus sich eine Zusammensetzung berechnet zu:

$$\left\{\begin{matrix} \mathrm{Cd} = 80{,}4 \\ \mathrm{O} = 19{,}6 \end{matrix}\right\} \text{ während für } \mathrm{Cd_2O} \text{ dieselbe } \left\{\begin{matrix} \mathrm{Cd} = 93{,}3 \\ \mathrm{O} = \phantom{0}6{,}7 \end{matrix}\right\}$$

verlangt wird. Ob dieser Widerspruch aus einem Druck- oder Rechnungsfehler entstand, oder ob sein erhaltenes Cadmiumsuboxyd wirklich dennoch nicht frei von Oxyd angenommen werden sollte, lässt sich aus der Abhandlung nicht entscheiden.

Eine Reihe von Zersetzungen des Salzes bei verschiedenen Temperaturen vorgenommen führte zu dem Resultate, dass deren Produkte ihren Quantitätsverhältnissen nach je nach den angewandten Temperaturen ganz verschieden sind. Der von Marchand angegebene Rückstand von Cadmiumsuboxyd entspricht einer Zersetzungsweise wie

$$2\mathrm{CdO},\ \mathrm{C_2O_3} = \mathrm{Cd_2O} + 4\mathrm{CO_2} + \mathrm{CO}.$$

Nimmt man dagegen die Zersetzung bei einer so gesteigerten Temperatur in einer Glasröhre über der Berzelius'schen Lampe vor, dass die Gasblasen behufs der Kohlensäurebestimmung gleichmässig durch den vorgelegten Kaliapparat steigen, so wurden in 6 Versuchen Zahlenwerthe erhalten, welche äusserst nahe einem Vorgange

$$4(\mathrm{CdO},\ \mathrm{C_2O_3}) \left\{\begin{matrix} 3\mathrm{Cd} + \mathrm{CdO} \\ 7\mathrm{CO_2} + \mathrm{CO} \end{matrix}\right.$$

kommen, wo im Rückstande also nur halb so viel Sauerstoff blieb, als in Marchands Versuch.

Die speciellen Werthe sind hier der Kürze wegen vorläufig übergangen.

Wurde die Probe noch plötzlicher einer höheren Temperatur ausgesetzt, z. B. vor der Glasbläserlampe, so resultirte eine noch unbedeutendere Ausbeute von Cadmiumoxyd. Ebenso kann der Gehalt an Oxyd bei der am niedrigsten gehaltenen Temperatur während der Zersetzung, namentlich im leeren Raume gesteigert werden, so dass sich derselbe in einigen Versuchen, wobei jeder Zutritt von Sauerstoff vollkommen abgeschnitten war, bis auf 54—60 proc. im Rückstande gebracht werden konnte.

Berechnet man aus Marchand's angegebenen Zahlenwerthen den Gehalt seines sogenannten Suboxydes an Oxyd, so ergibt sich derselbe zu 52,9 proc., ein Werth, der mit denen, die ich beobachtete, nahezu übereinstimmt. Diess vermehrt noch die Wahrscheinlichkeit, dass der hier untersuchte Körper wirklich derselbe ist, welchen Marchand als das Suboxyd des Cadmiums bezeichnete.

Es erscheint hiernach nicht unmöglich, dass sich die Zerlegung des oxalsauren Cadmiumoxydes unter den günstigsten Umständen selbst so gestalten könne, dass der ganze Gehalt an Oxalsäure gerade auf in Kohlensäure und Kohlenoxyd zerfällt und die Basis frei zurücklässt, wie diess bei den oxalsauren Eisenoxydul- und Zinnoxydulsalzen dargethan ist. Diese Annahme liesse sich auch schon daraus folgern, dass nach einem direkt angestellten Versuche Kohlenoxydgas bei dem Schmelzgrade des Bleies, welcher leider zu einer Differenz von 260 zu 360 angegeben ist, nicht reducirend auf Cadmiumoxyd wirkt, wogegen kohlensaures Cadmiumoxyd bei dieser Temperatur gerade anfängt, seine Kohlensäure zu verlieren, es aber ausserdem nicht gelang, auch bei gesteigerter Temperatur durch Kohlenoxydgas das Cadmiumoxyd zu einem Suboxyd, d. h. zu einer Zwischenstufe von metallischem Cadmium und Cadmiumoxyd zu reduciren, ähnlich wie Wöhler das Silberoxydul durch Reduktion mit Wasserstoffgas darstellte, sondern es zerfiel bei einer Temperatur, wobei überhaupt das Kohlenoxydgas wirkte, sogleich zu metallischem Cadmium.

## V.

Als Hauptresultat der ausgeführten Arbeit ergibt sich:

1) Die Zersetzung des oxalsauren Eisenoxyduls findet nach folgendem Schema statt:

$$FeO,\ C_4O_3 + 2aq = FeO + CO_2 + CO + 2q.$$

2) Das durch Fällen von Zinnchlorür mittelst Oxalsäure oder ihren Salzen erhaltene oxalsaure Zinnoxydul ist seiner chemischen Constitution nach wasserfrei und hat also die Formel

$$SnO,\ C_2O_3.$$

3) Das oxalsaure Zinnoxydul zerfällt beim Erhitzen in

rückständiges Oxydul

entweichendes $\left\{\begin{array}{l}\text{Kohlenoxydgas}\\ \text{kohlensaures Gas}\end{array}\right.$

4) Das aus kleesaurem Zinnoxydul dargestellte Zinnoxydul besitzt in seiner feinen Vertheilung die Eigenschaft der Contaktverdichtung in so hohem Grade, dass es noch bei der Kirschroth-Glühhitze gegen 4 proc. Kohlensäure zurückzuhalten im Stande ist.

5) Erst eine bis zur Hellroth-Glühhitze gesteigerte Temperatur ist geeignet, diese (durch Contaktverdichtung bedingte) Absorption von Kohlensäure des Zinnoxyduls zu überwinden.

6) Das durch Fällen von Chlorcadmium mit oxalsaurem Ammoniak erhaltene oxalsaure Cadmiumoxyd ist zusammengesetzt nach der Formel

$$CdO,\ C_2O_3 + 3aq.$$

7) Das oxalsaure Cadmiumoxyd gibt bei 100° C. im Luftstrom getrocknet seinen Wassergehalt vollständig ab.

8) Der durch Zersetzung des oxalsauren Cadmiumoxyds erhaltene Rückstand ist nicht als Suboxyd, sondern als ein Gemeng von metallischen Cadmiumkügelchen und Cadmiumoxyd zu betrachten.

# Beiträge
zu einer
wissenschaftlichen Begründung
der
# Lehre vom Mienenspiel.

---

Von

**Prof. Dr. E. Harless.**

---

# Beiträge

## zu einer

# wissenschaftlichen Begründung der Lehre vom Mienenspiel.

Von

**Prof. Dr. E. Harless.**

---

So lange es Menschen giebt, welche mit einander verkehren, hat neben der Sprache das Mienenspiel die wichtigste Bedeutung für die Möglichkeit eines solchen Verkehres. Das Wort bildet den allgemeinen Ausdruck eines Gedankens, die Miene lässt den individuellen Werth desselben gegenüber der Aussenwelt, oder überhaupt gegenüber seinem ursächlichen Moment erkennen. Das geschriebene Wort hat darum eine bei weitem grössere Vieldeutigkeit als das gesprochene. Die Sprachen haben sich in eine unendliche Anzahl von Stämmen und Dialekten zersplittert, die Mienen haben überall die gleiche Grundlage, aber ein individuelles Gepräge. Die Sprachforschung bedarf der Rücksicht auf das Individuum nicht, dessen die Physiognomik nicht entbehren kann. Durch diesen Umstand ist die Philologie eine begrenzte und selbstständige Wissenschaft, die Physiognomik eine nicht zu begrenzende wegen der Unendlichkeit ihrer Objecte. Der linguistische Werth eines Wortes bleibt in jedem Mund der gleiche, die Form einer Miene ändert ihre Bedeutung mit dem Hintergrund der Persönlichkeit, an welcher sie wahrgenommen wird.

Die Erkenntniss einer Persönlichkeit ist abhängig von der Individualität dessen, der sie erforschen will, wodurch der Maasstab der Beurtheilung ein subjectiver wird. Bei dieser Sachlage scheint jede Möglichkeit abgeschnitten, auf diesem Gebiet der wissenschaftlichen Forschung ein Feld einzuräumen, dagegen dem in Selbstgenügsamkeit schwelgenden Dilettantismus Thür und Thor geöffnet mit seinen Phantasien die nicht wissenschaftlich Gebildeten mit dem für jeden Menschen so interessanten Thema zu unterhalten.

Seit Lavater, dem Schöpfer einer derartigen Physiognomik, hat sich diese Methode um so mehr breit gemacht, je mehr die Männer der Wissenschaft über diesen Gegenstand stillgeschwiegen, oder geradezu behauptet haben, er sei einer wissenschaftlichen Behandlung ebenso unzugänglich wie die Phrenologie. Die Phrenologie hat *einen* Grundsatz, welcher weder a priori beweisbar ist, noch durch die Erfahrung bestätigt wird, dass nämlich geistige Kraft oder Fähigkeit in geradem Verhältniss zur Masse der Hirnsubstanz stehe. Nur eine ganz oberflächliche Betrachtung konnte hiezu verleiten, jede gründliche Vergleichung widerlegt ihn. Ist aber dieser oberste Grundsatz falsch, so verlohnt es nicht weiter, alle übrigen damit zusammenhängenden Irrthümer zu widerlegen, und bei der Unmöglichkeit, aus der Schädelform etwas anderes als ein allgemeines Bild von der Massenvertheilung des Gehirns abzuleiten, bleibt die Phrenologie vorläufig jeder wissenschaftlichen Grundlage baar.

Wie der Hirnschädel so ist der Gesichtsschädel in seiner Configuration von einer sehr grossen Anzahl variabler Grössen abhängig, welche ausser dem Bereich der Berechnung gelegen sind. Nahrung, Lebensweise, Assimilation, Stoffwandel influiren auf die physikalischen Eigenschaften der Knochen neben dem an und für sich bestehenden und in seinen einzelnen Factoren unerkannten Wachsthumstrieb der Knochensubstanz überhaupt. Von dem allen hängt wieder die Widerstandsfähigkeit der Skelettheile des Gesichtes gegen die Muskelkraft ab, welche, wie Engel gezeigt hat, von so wesentlichem Einfluss auf die endliche Form des Antlitzes ist. Und doch ist von diesen so variablen und nicht bestimmbaren Grössen die Form der Nase, der Augenhöhle, die Prominenz der Kiefer abhängig, was nothwendig wieder auf die Lagerungsweise der darüber befindlichen Weichtheile zurückwirkt. Die Weichtheile selbst, besonders das Fettpolster, steht unter den keiner Berechnung zu unterziehenden Ernährungsbedingungen, während doch ihre Masse von wesentlichem Einfluss auf die Form und Zahl der Falten und Vertiefungen in der äusseren Decke ist, welche als Züge die Chiffern der Mienensprache bilden.

Die Physiognomiker werfen in der Regel zwei Objecte zusammen, erstens nämlich die Stereotypie der Züge einer bestimmten Persönlichkeit, und zweitens die vorübergehende Wirkung einer Vorstellung auf den Gesichtsausdruck.

In Beziehung auf das erste Object glaube ich vorläufig denjenigen beipflichten zu müssen, welche die Physiognomik mit der heutigen Phrenologie von wissenschaftlichem Standpunkt aus über Bord werfen. Das andere Object dagegen ist von Factoren abhängig, welche der Forschung zugänglich sind, und deswegen nicht blos Gegenstand einer wissenschaftlichen Untersuchung seyn können, sondern auch müssen, um die Resultate ihrer Wirkung statt blos paraphrasirt und subjectiv beurtheilt, objectiv festgestellt zu sehen.

Dieses ist nur dann möglich, wenn die allgemeine Grundlage gesichert ist, auf welcher unabhängig von der einzelnen Persönlichkeit das wechselnde Spiel der Mienen abläuft; denn jene allein, nicht aber diese ist einer objectiven Betrachtung weiter zugänglich. Jene Grundlage kann in nichts anderem gesucht werden als in den möglichen Leistungen der Mittel, welche zu dem Mienenspiel verwendet werden. Diese Mittel sind nicht besondere, etwa allein im Gesicht vorzufindende Apparate, sondern Gewebe, welche sonst auch in unserem Organismus angetroffen werden, von denen man daher nichts anderes voraussetzen kann, als was sie an jeder anderen Stelle im Körper zu leisten vermögen. Noch weniger stellen die Gesichtszüge Symbole von geistigen Thätigkeiten oder Zuständen vor, so dass man aus Schwung und Länge der Linien oder ihren Verknüpfungen wie aus den Linien der Chiromanten weissagen könnte, wess Geistes Kind der Inhaber eines solchen Gesichtes ist. Es ist dies von den Physiognomikern häufig genug geschehen! man lese Lavaters Exklamationen über die Nasen, den Lippenschnitt, die Ohrform etc.; man lese die gekrönte Preisschrift von Leuchs über die Schönheit des menschlichen Körpers — anderer physiognomischer Betrachtungen gar nicht zu gedenken. Indessen habe ich hierüber nicht weiter zu sprechen; denn es gilt das von derjenigen Physiognomik, welche sich mit dem stereotypen Gesichtsausdruck beschäftigt, musste hier aber erwähnt werden, weil auch das Object, welches zunächst in's Auge gefasst werden soll, die vorübergehende Miene, von diesem Standpunkt aus häufig genug gedeutet oder vielmehr missdeutet worden ist. In beiden Fällen ist ein und derselbe Irrthum durch einen Schluss im Zirkel mituntergelaufen. Alle unsere Begriffsbestimmungen des Geistigen sind von dem Sinnlichen, überhaupt dem Physischen hergenommen. Die Begriffe von Richtung, Energie, von den Qualitäten der Gefühle, alles das stammt aus der bewusst gewordenen Wirkung körperlicher Zustände auf unseren Geist. Der Sprachgebrauch hat die Bezeichnung der von körperlichen Zuständen zunächst ausgehenden Gefühle, Empfindungen und Vorstellungen auch auf solche übergetragen, welche ihr Entstehen aus einer ganz anderen Quelle als der des Physischen ableiten. Es ist aus dem Letzteren nur das Bild, der Vergleich hergenommen. Darnach findet der Physiognomiker zu seinem grossen

Erstaunen, dass der herbe Schmerz wirklich in der Gegend des Geschmacksorganes seinen sprechenden Zug hat, der geistige Widerwille oder Eckel vor einem absolut unriechbaren Object sich in der Gegend der Nase markirt, ohne daran zu denken, dass die Sprache hinterher, nachdem die Miene bereits hier oder dort in Folge einer bestimmten inneren Erregung ausgeprägt war, aus dieser Miene selbst die Bestimmung für diese oder jene Bezeichnung einer Empfindung oder eines Gefühles abgeleitet hatte. Es bildet sich in der Vorstellung eine Idee von der Identität eines geistigen und körperlichen Zustandes, welche nicht besteht, und der Physiognomiker hat mit der Ableitung und Deutung des ersteren aus letzterem nichts gewonnen und nichts erklärt, als was Jeder sonst schon weiss.

Das Mienenspiel ist abhängig von der Thätigkeit der Muskeln, deren Zustände durch allgemeine Verhältnisse des Nervensystems, und durch bestimmte Impulse des Willens regulirt werden. Als letzte Wirkung eines jeden Muskels ist ganz allgemein zu betrachten, dass er die räumliche Beziehung zwischen seinen beiden Endpunkten, oder den daran befestigten beweglichen Organen innerhalb bestimmter Grenzen festzustellen im Stande ist, und dass er schliesslich bei seiner Thätigkeit irgend welche mechanische Effekte herbeizuführen vermag.

Mehr ist kein Muskel zu leisten im Stande; und es haben die mimischen Muskeln nicht das Geringste vor allen übrigen voraus. Die ganze Wirkung des Mienenspieles muss daher aus diesen Momenten allein abgeleitet werden können.

Es ist eine unleugbare Thatsache, dass die allgemeinen Zustände des Nervensystems, als auffallend erhöhte oder verminderte Erregtheit oder einem mittleren Grad derselben entsprechend, auf das ganze Muskelsystem zurückwirken. Es zeigt sich dasselbe bald schlaffer, bald strammer gespannt, um den Wirkungen der Schwere je nach der Lage der Glieder entgegenzuwirken oder nicht. Alle unsere Bewegungen gehen heute mit Leichtigkeit und Präcision vor sich, ein anderesmal dagegen nicht. Dieselben Bewegungen, welche bei gleichem Zweck im einen Fall mit einer ziemlichen Energie ausgeführt werden, bleiben in einem anderen matt und kraftlos. Was das Nervensystem so oder so disponirt, bleibt der Berechnung unzugänglich; erfahrungsgemäss hängt damit eine gewisse Stimmung, nämlich das Gemeingefühl, zusammen und es bleibt zuletzt gleichgültig, ob dieses auf die motorischen Centra, oder die Zustände der letzteren mitbestimmend auf jenes einwirken. Es sind die Bedingungen für eine gewisse Art des Gemeingefühles so eng mit einander verknüpft, dass ebensowohl auf das Nervensystem beschränkte Zustände oder Alterationen dasselbe verändern, wie bei normalem Nervensystem krankhafte Veränderungen in den verschiedensten anderen Theilen des Körpers Rückwirkungen auf das Gemeingefühl unter Vermittlung der Nerven äussern. Daraus erklärt es sich, dass Störungen der verschiedensten Art, und in den verschiedensten Organen, dass Reize von sehr ungleicher Natur von einem gewissen Punkt an von dem gleichen Effekt, von Schmerz, begleitet sind, welcher sich zunächst, je weiter nämlich seine Ursache im Körper verbreitet, oder je unbestimmter die Erkenntniss seines Ortes ist, als Veränderung des Gemeingefühles zu erkennen giebt. Bei dem unläugbaren Zusammenhang von geistiger Stimmung und Nerventhätigkeit muss jene ebenfalls als ein auf die Nerven und somit rückwärts wieder auf das Gemeingefühl influirendes Agens betrachtet werden, so zwar, dass die Natur jener geistigen Stimmung uns erst durch die Natur des Gemeingefühles bewusst wird.

Die Elasticität der Muskelsubstanz ist keineswegs eine diesen Gebilden unter allen Umständen in der gleichen Weise zukommende Kraft. Wir wissen, dass ihr Werth abhängig ist von den Zuständen, in welche sie versetzt werden. Wir wissen, dass der Wechsel dieser Zustände abhängig oder begleitet ist von chemischen Processen, und niemand zweifelt mehr daran, dass die chemischen Processe unter dem Regulativ des Nerveneinflusses stehen. Mag man daher einen von den Nervenimpulsen abhängigen Tonus (Volkmann) statuiren, oder denselben nur als den Ausdruck der Elasticität der Muskelsubstanz (Weber) betrachten — die auch in der Ruhe vorkommenden Spannungsgrade der Muskeln erweisen sich nothwendig als abhängig von dem eben bestehenden, inneren Zustand der Muskelsubstanz, unter Umständen also auch von denen der Nervenmasse.

Wir fassen einen geistigen Zustand zunächst in's Auge, welcher sich als herabgestimmtes Gemeingefühl für uns zu erkennen giebt. Für das Muskelsystem im Ganzen ist es verbunden mit dem Gefühl der Ermüdung in ihm. Dies erlaubt die Voraussetzung, dass in der Muskelsubstanz eine Veränderung vor sich gegangen ist, welche dasselbe Gefühl auch aus einer beliebig anderen Ursache erzeugt haben könnte.

Physiognomisch muss sich die Wirkung einer solchen inneren Veränderung erstens an der ganzen Kopfhaltung, und zweitens an solchen Muskeln des Gesichtes bemerklich machen, welche in einem mehr ununterbrochenen Zustand wirklicher Contraction beharren. Der Kopf sinkt bei der hohen Lage seines Schwerpunktes, bei der zugleich mehr vorgeneigten Haltung des ganzen Körpers nach vorwärts gegen die Brust oder die Schulter herab. Die Erschlaffung des levator und orbicularis palpeprae führt zu einer partiellen Senkung des oberen Augenliedes. Die Schwere des Unterkiefers lässt die Zahnreihen sich etwas mehr von einander entfernen.

Bei der Ermüdung vermindert sich die Hubhöhe eines Muskels. Diese ist um so grösser je länger ein Muskel ist; es ist also auch ihre Verminderung um so auffallender, je länger der Muskel. Alle Heber des Mundwinkels sind beträchtlich länger als die Herabzieher; gleichmässige

Erschlaffung in beiden Gruppen wird nicht in Folge irgend welcher Wirkung der Schwere den Zug um den Mund hängend erscheinen lassen, sondern die Zunahme des tiefen Standes seiner Winkel ist Folge der mehr in die Augen fallenden Abnahme in der von der Elasticität abhängigen Hubhöhe der levatores trotz der gleichzeitig verminderten antagonistischen Wirkung seiner depressores.

In dem entgegengesetzten geistigen Zustand bewirkt die mit dem mehr erregten Gemeingefühl verbundene Erhöhung der Muskelelasticität die stärkere Zurückziehung des oberen Augenliedes, die mehr gerade oft nach rückwärts gebeugte Stellung des Hauptes, die weitere Oeffnung des Mundes und der Nasenlöcher als Folge des erleichterten und lebhafteren Spieles der Athemmuskeln. Die stärker verkürzten Levatoren der Mundwinkel erweisen sich auch hier wieder als die die Gesichtszüge am wesentlichsten verändernden Muskeln. So entsteht also genau das umgekehrte Bild von dem im zuerst betrachteten Fall. Darauf allein beschränken sich die Veränderungen der Mienen als Folgen bestimmter Arten des Gemeingefühles.

Was hiebei geschieht, geschieht ohne Mitwirkung, blos unter vollkommener Zulassung des Willens. Jetzt muss das Verhältniss von Wille zu Muskelcontraction festgestellt werden. Alles, womit wir auf die Aussenwelt zu wirken im Stande sind, liegt in dem Muskelapparat und den dadurch weiter in Bewegung gesetzten passiven Organen. Die anfänglich unwillkührlichen und unberechneten Bewegungen, welche das Kind ausführt, findet es allmählig in Einklang mit einer bestimmten Absicht, und erlernt nach und nach den Gebrauch seiner Glieder einem beabsichtigten Zweck, einem Willen entsprechend, dem sich die Muskelbewegung fügt. Indem dies geschieht, findet es nicht blos Arten der Bewegungen ausführbar nach bestimmten Absichten in Beziehung auf den Ort und die Art der Combination, sondern auch solche, deren Heftigkeit in einem gewissen Verhältniss zur Lebhaftigkeit eines Wunsches, zur Intensität des Willens stehen. Es weiss nicht, innerhalb welcher Grenzen die Erfüllung seiner Wünsche an die Apparate geknüpft ist, die es ausschliesslich seinem Willen zur Disposition gestellt vorfindet. Die Erfahrung des Zusammenhanges von Willensintensität und Kraft der Contraction bestimmt es der Steigerung des ersten entsprechend die letzte zu erhöhen auch da, wo die Muskelthätigkeit gar nichts zur Erfüllung eines bestimmten Wunsches beitragen kann. Dieselbe Erfahrung treibt es auch später, wenn die Grenzen der unmittelbar mechanischen Muskelwirkung erkannt sind, an, die Heftigkeit seiner Wünsche durch zwecklose, aber entsprechend heftige Bewegungen kund zu geben. Auf dieser Stufe bleibt der rohe Mensch, der Wilde, während die Bildung sich in der Ausführung jeweiligen Situationen entsprechender und nie zweckloser Handlungen kundgiebt. Im Affekt, in der leidenschaftlichen Erregung kann es aber auch da vorkommen, dass Bewegungen gemacht werden, nicht des dadurch erreichbaren mechanischen Effektes willen, sondern allein jenem erfahrungsgemässen Zusammenhange gemäss, welcher zwischen Wille und Muskelkraft besteht.

Mehr oder weniger unbewusst werden hiebei zweierlei Absichten erreicht: Entweder nämlich es soll dem Anderen ein Begriff von der Höhe des Affektes beigebracht werden, oder der leidenschaftlich Erregte stachelt seine eigene Willensenergie zum höchsten Maass fort und fort auf.

In Beziehung auf das Erstere darf nur an das Ballen der Faust im Zorn, an das Stampfen mit den Füssen, an das Schreien oder Brüllen der Wuth erinnert werden, wodurch der Rohe seinen Gegner niederzuschmettern droht. In Beziehung auf das Zweite denke man an das Hurrahgeschrei beim Angriff der Soldaten, an das Wetzen der Zähne des Ebers, an das Aufwühlen des Bodens mit den Hörnern bei dem kampflustigen Stier, an die Gesten eines Menschen, welcher über Dinge erzürnt und in Wuth ist, die sich gar nicht mit Händen greifen lassen, gegen welche alle Kraft der Muskeln vergeblich verschwendet würde.

Wir fragen: wo drückt sich beides physiognomisch aus? In dem Gesicht haben wir nur eine beschränkte Gruppe von Muskeln, welche mechanischen Zwecken dienen. Es sind dieses die Kaumuskeln. Bei dem Widerstand, welchen die nicht weiter verrückbaren Kiefer den im Maximum contrahirten Muskeln entgegensetzen, macht sich das Maass der Heftigkeit innerer Erregung an dem Grad der Spannung bemerklich, welche in den Muskeln bei aneinander anliegenden Zahnreihen entsteht. Auf diese Gruppe beschränkt sich die physiognomische Veränderung, welche von dem Verhältniss der Willensenergie zur Muskelkraft abhängig ist. Im Zorn werden die Zähne knirschend aneinander gepresst, um die innere Aufregung zu verrathen oder die Leidenschaft gegen das verhasste Object rege zu erhalten. Im Schmerz geschieht dasselbe, um den Willen zum Widerstand gegen die schmerzerregende Ursache aufzustacheln; in der Verzweiflung klammert sich das verzagende Gemüth an diesen letzten Beweis innerer Kraft, um sich vor dem Zusammenbrechen zu schützen; im physischen Schmerz um die Selbstbeherrschung zu behaupten.

Alle anderen Contractionen in den eigentlich mimischen Muskeln haben nicht *diesen* Zweck.

Ist so festgestellt, in welchem Verhältniss der Wille zu dem Muskelsystem überhaupt steht, so ist jetzt zu untersuchen, was jeder Muskel für sich zu leisten im Stande ist, und zwar diejenige ganz allgemeine Eigenschaft, welche ihm abgesehen von allen speziellen Zwecken zukommt.

Sie kann in nichts anderem bestehen als darin, die räumliche Beziehung zwischen seinen beiden Befestigungspunkten oder den damit zusammenhängenden Theilen entsprechend dem Wechsel seiner Zustände zu ändern.

Dieser allgemeine Zweck der Muskelthätigkeit tritt am reinsten an dem wichtigsten Theil des mimischen Apparates, an den Augen hervor. Die Stellung derselben, mit einem Wort der *Blick*, ist darum das Bedeutungsvollste in der ganzen Physiognomie, weil er am unzweideutigsten das Verhältniss des Subjectes mit der ganzen Aussenwelt oder einem ganz determinirten Punkt derselben signalisirt. Durch die Augenmuskeln wird die räumliche Beziehung zwischen dem Gegenstand und dem Ort des deutlichsten Sehens auf unserer Netzhaut durch die imaginäre Linie des Richtungsstrahles bestimmt.

Von der Stellung unserer Augen hängt es ab, ob wir ein Ding mit der visio directa oder indirecta erfassen, oder ob wir es gar nicht sehen. Von ihr hängt es ab, ob wir es Punkt für Punkt fixiren, oder es in seiner Totalität mit Unklarheit seiner Details auf uns wollen wirken lassen: kurz der Blick giebt uns den sichersten und deutlichsten Maassstab für die Beurtheilung des Interesses ab, welches wir an einem Ding der Umgebung oder dieser überhaupt nehmen.

Das also, worauf sich alle übrigen Mienen und Gesten oder eine Handlung bezieht, verräth sich im Blick. Es ist dieser Gegenstand von Niemand mit mehr Schärfe behandelt worden als von *J. Müller* in seiner Physiologie des Gesichtssinnes. Es könnte das dort Erörterte hier nur wiederholt werden, und muss deshalb auf jenes allzusehr in Vergessenheit gerathene Werk verwiesen werden.

Wir gehen zur Betrachtung der einzelnen Gesichtsmuskeln und ihrer speciellen Leistungen über. Einzelne stehen in nächster Beziehung zu den Oeffnungen in Gesicht, andere nicht; und die ersteren theilen gelegentlich zugleich die Aufgaben der letzteren. Jene vermögen innerhalb bestimmter Grenzen die Weite der Oeffnungen, der Augen, des Mundes und der Nase zu reguliren. Ausser den Nasenlöchern können durch sie die beiden anderen Oeffnungen vollkommen geschlossen werden. Die Muskulatur der Nasenöffnung gestattet, wenn auch nicht dies, doch eine bald grössere bald kleinere Weite herzustellen. Absichtliche oder mehr unwillkührliche Bewegung ist im Stande, mit ihrer Hülfe die Wirkung der Aussenwelt auf die Sinne bald voll, bald beschränkt, bald gar nicht zuzulassen, und in all den Fällen, in welchen das Object der Vorstellung, wenn auch in diesem Augenblick nicht sinnlich erfassbar, so doch als sinnlich wirkend denkbar ist, erzeugt es durch sein Phantasiebild die gleiche Wirkung wie durch seine reale Gegenwart. Furcht, Entsetzen, Eckel, Abscheu führt auch dann physiognomisch zu solchen Absperrungen der Sinneswege, wenn ihre Objecte nur in der Vorstellung vorhanden sind.

Eigenthümlich ist die Miene des Horchenden. Das Ohr ermangelt einer dem Auge ähnlichen Verschliessbarkeit seines Einganges. Um Töne scharf zu hören, bedarf es einer oft beträchtlichen und sehr fühlbaren Anstrengung im Ohr zur Herstellung des jeweilig verlangten Spannungsgrades im Trommelfell. Diese Anstrengung erzeugt, gleichgültig durch welchen Zwischenmechanismus Mitbewegungen, welche meist um das dabei beschäftigte Auge, im Stirnmuskel auftreten, oft auch in anderen Muskeln des Gesichtes. Es ist aber die Contraction des frontalis die häufigste, weil durch seine Thätigkeit der tragus etwas nach vorwärts und aufwärts gezogen, und damit der äussere Gehörgang erweitert wird. Der Mund öffnet sich, um den Schallwellen gleichzeitigen Eintritt in die tuba zu gestatten, sie in der Mundhöhle zu Resonanz zu bringen, den Gelenkkopf des Unterkiefers aus seiner den äusseren Gehörgang heengenden Stellung zu verrücken.

Bei der auf den Gang der Respiration so mächtig einwirkenden inneren Erregung kann es nicht auffallen, wenn das Spiel der mimischen Muskeln an den Pforten der Respirationsorgane (Nase und Mund) in den veränderten Gang der Athembewegungen überhaupt mit hereingezogen wird. Nur lässt die geringere Beweglichkeit der Nasenflügel kein so lebhaftes Spiel an ihnen erkennen, wie das bei den Nüstern so vieler Thiere stattfindet. Wenn in der Traurigkeit, überhaupt allen deprimirenden Affekten, die Athembewegung verlangsamt, das Athembedürfniss nur periodisch im tiefen Seufzen gesteigert erscheint, so sind die Pforten der Respirationsorgane auch dabei sehr wenig geöffnet, und nur zeitweise stark erweitert; in den excitirenden Leidenschaften dagegen, von den geringsten bis zu den höchsten Graden hin im Allgemeinen weit, und je nach der Natur des Affektes andauernder, oder in kurzen Intervallen vollkommen geöffnet.

So weit waren bisher die einzelnen *Züge*, wenn auch in ihrer inneren Bedeutung oft nicht streng genug auseinander gehalten, klar und leichter zu deuten. Von der zweiten Gruppe der Muskeln, welche zu jenen Oeffnungen in gar keiner oder nur entfernterer Beziehung stehen, und ihrer Aufgabe, welche sie theilweise mit den anderen gemein haben, hat man sich keine bestimmte Vorstellung bis jetzt gemacht, und doch liegt darin der wesentlichste Schlüssel zum Verständniss der Physiognomie. Man hat die Züge, welche durch sie entstehen, bald nach ihrer Form, oder Symmetrie, bald nach ihrer unter einander verglichenen Richtung, kurz nach ihrer, wenn ich so sagen darf, plastischen Wirkung beurtheilt. Bald hat man sie auf Auge, Ohr, Nase oder Geschmacksorgan bezogen, und in ihnen Symbole gewisser innerer Stimmungen oder Zustände gefunden.

Man hat sie mit allen Sinnen in Verbindung gebracht, nur nicht mit einem, welcher in dem Gesicht wahrlich nicht fehlt, dem *Tast-* oder *Hautsinn.*

Alle Anatomen haben es bei der Beschreibung der Gesichtsmuskeln als etwas Eigenthümliches hervorgehoben, dass sie Hautmuskeln sind, d. h. solche, welche entweder den einen oder beide Befestigungspunkte in der Haut haben. Man hat aber nicht weiter gefragt: was sollen diese Hautmuskeln? Jeder Muskel muss einen mechanischen Zweck haben. Es ist ein mechanischer Apparat und seine Gegenwart wäre nutzlos, wenn sein Endzweck nicht auch ein rein mechanischer wäre. Nun giebt es wohl viele dieser Hautmuskeln, welche in Beziehung auf Oeffnen und Schliessen der oben erwähnten Oeffnungen einen solchen Zweck wirklich erfüllen; was soll aber z. B. der frontalis in dieser Beziehung leisten? das Hinaufziehen der ohnedies das Sehen wenig störenden Augenbrauen? —

Die Verschiebungen der Haut durch diese Muskeln können nicht ohne eine Wirkung auf die zahlreichen Empfindungsnerven in der Haut geschehen. Dieses ist die mechanische Wirkung, welche sie als Hautmuskeln *neben* der Erfüllung anderer Zwecke haben. Nicht um dem Menschen die Lettern für eine dem Anderen verständliche Zeichensprache zu geben, erhielt er seinen mimischen Apparat, sondern um seiner selbst willen. Das Subject selbst gewinnt dadurch für sein eignes Wesen, für sein Thun und Leiden, und nur deswegen, weil bei der Gleichartigkeit der menschlichen Organisation in physischer und psychischer Beziehung das Spiel des physiognomischen Apparates in Ursache und Rückwirkung auf den Organismus überall gleich und dasselbe ist, wird es zu einer auch für den Anderen lesbaren Schrift, und dient zu diesem Zweck geistiger Mittheilung dem der Selbstbeobachtung fähigen Menschengeist. Dieser benützt die ihm zu Gebote stehenden Apparate, nicht weil sie für die Mittheilung geschaffen sind, sondern weil er sie sich zu diesem Zweck unterordnet, ganz ähnlich wie die Apparate zur Sprache, den höheren Thieren nicht weniger vergönnt als dem Menschen, doch nur von diesem dafür ausgebeutet werden, während das Thier sie nur zu dem gebraucht, wozu sie ihm für sein eigenes physisches Leben nütze sind.

Wenn wir sagen, die Hautmuskeln üben einen mechanischen Effekt auf die Hautnerven aus, so müssen wir die Wirkung mechanischer Reize auf diese überhaupt jetzt in's Auge fassen. Es ist bekannt und besonders durch *Webers* schöne Untersuchungen in das hellste Licht gesetzt, dass die mechanischen Einflüsse je nach ihrer Natur, nach der Applications-Weise und Stelle, und nach ihrer Dauer sehr verschiedene Empfindungen zu erzeugen vermögen. Jeder kennt das unausstehliche Gefühl des Kitzels, welches bei leisen Berührungen an mehreren Orten des Körpers auftritt; die angenehme Wirkung schwächerer Friktion. Nicht minder findet man einen deutlichen Unterschied in der Wirkung eines mässigen Druckes auf die Haut, welcher angenehm ist, und einer Dehnung oder Zerrung der Haut, um so widerlicher und schmerzhafter, je weiter sie getrieben wird.

Die verschiedenen Bewegungen unserer Glieder sind bald mit dem einen, bald mit dem anderen verbunden. Sie werden häufig ganz übersehen und bleiben unbeachtet, weil die Aufmerksamkeit auf die eigentlichen Zwecke der Bewegung gerichtet ist. Da aber, wo die Muskelcontraction entweder ganz oder fast ganz ausschliesslich auf die Bewegung der Haut wirkt, wo keine anderweitigen beabsichtigten mechanischen Zwecke in den Vordergrund treten, gewinnt das Gefühl jener Wirkungen die Oberhand, und drängt sich mit dem ganzen Maass seiner Intensität dem Bewusstsein auf.

Geschieht dies, so kann eine Rückwirkung auf das Gemeingefühl nicht ausbleiben, und dieses gewinnt in seiner eben bestehenden Form nicht blos an Intensität, sondern auch an Bestimmtheit, die es vordem nicht gehabt hat, obwohl es selbst die veranlassende Ursache jener

Wirkung auf die Haut gewesen ist. *Das ist der Zweck der mimischen Muskeln, so weit sie auf die Haut wirken.*

Ihre nächste Aufgabe, nämlich die, welche sie für uns selbst zu erfüllen haben, bleibt dieselbe, auch wenn wir das Gesicht verhüllen, unter einer Maske verbergen, oder in die Einsamkeit fliehen.

Nun bleiben noch zwei Dinge zu untersuchen: Erstens nämlich wie wird uns die an Anderen beobachtete Zeichensprache verständlich, und zweitens wie entsteht dieselbe, wie entwickelt sie sich also im Kind?

Die Sprache benützt ganz andere Mittel zur Feststellung und zur Explication eines Begriffes als zur Bezeichnung eines Gefühles. Im ersteren Fall benützt sie die Kraft der logischen Prämissen und der logischen Schlussfolgerung zur Erzeugung einer bestimmten Vorstellung, welche als unmittelbare Wirkung der ersteren mit der Ueberzeugung der Richtigkeit in dem Augenblick zugleich die Klarheit und Bestimmtheit gewinnt, in welchem sie, wenn auch zum erstenmal, vor unser Bewustsein tritt. Es lässt sich also aus bekannten Vorstellungen durch die Rede die anfänglich unbekannte produciren. Somit kann der menschliche Geist durch den Entwicklungsgang seiner Gedanken um unendlich viele begriffliche Vorstellungen bereichert werden. Die Gefühle bilden und nuanciren sich aber nicht dadurch, sondern ausschliesslich durch Erfahrungen, durch Erlebnisse. Das Gefühl ist mit einem Wort nicht logisch definirbar oder producirbar, sondern bei seinem Entstehen muss abgewartet werden, bis zu dieser oder jener Vorstellung von selbst das eine oder andere noch hinzukommt, was diese Vorstellung mit einem bestimmten Gefühl verknüpft.

Von der Existenz eines Gefühles kann nur der überzeugt werden, welcher dieses Gefühles fähig ist, oder es schon gehabt hat, nie aber kann dieselbe logisch entwickelt oder bewiesen werden. Die Sprache kann wohl Gefühle erwecken, aber mit ganz anderen Mitteln, als mit welchen sie für Begriffe überzeugt. Sie thut es durch Erzeugung von Vorstellungen, welche als ursächliche Momente eines Gefühls erkannt oder voraussetzbar sind, oder welche als Bilder der begleitenden Umstände die Wirkungen des zu bezeichnenden Gefühles herbeiführen.

Was dabei die Sprache thut, thut für sich auch die Miene, durch welche wir ein Gefühl zu erkennen geben, indem in ihrer Entstehung schon eine auf das Gemeingefühl enthaltene Rückwirkung mit inbegriffen ist, welche dessen ursprünglicher Natur adäquat bleibt. Bei dieser Uebereinstimmung von primärer Wirkung des Gemeingefühles auf die mimischen Muskeln mit der sekundären Rückwirkung auf dasselbe zur Erzeugung der gleichen Qualität, nur mit Herstellung einer strengeren Beziehung zu einer bestimmten Localität des Nervensystems (peripherische Verbreitung in der Gesichtshaut) muss die Miene ein Charakteristikon für den bestehenden Zustand dieses Gemeingefühles abgeben.

Jede Bewegung, welche wir ausführen, veranstalten wir nicht mit Hülfe der Vorstellungen von den Mitteln, deren wir dazu bedürfen, sondern mit der Vorstellung von ihrem Effekt, ohne alle Kenntniss der nothwendigen Mittel. Die Vorstellung eines solchen Effektes ist bei einiger Lebhaftigkeit jedesmal mit dem Wiederschein des Gefühles verbunden, welches wir bei der Ausführung der Bewegung selbst haben, auch dann, wenn wir sie wirklich *nicht* ausführen.

Bewegungen, welche an uns selbst nur den *einen* Erfolg haben, dass sie ein Gefühl, also z. B. ein Hautgefühl erzeugen, müssen viel weniger um der nutzlosen Hautverschiebungen als um der wirkungsvollen Gefühle willen interessiren, welche ihre Ausführung begleiten.

Sehen wir diese Bewegung daher an einem Zweiten, so bleibt viel weniger der Eindruck der Ortsveränderung, also die Faltung etc. der Haut als das dabei entstehende Hautgefühl unserem eigenen Vorstellungsleben nahe gelegt. Das Gefühl und nicht die Bewegungsform wirkt so auf unser eigenes Gemeingefühl, wie es auf das des Anderen selbst zurückwirkt; dabei entsteht die gleiche Art desselben in dem, welcher die Miene zeigt, wie in dem, welcher sie sieht. Es ist bekannt, wie die Bewegungen des Mienenspieles nicht blos zu dem ihm zu Grunde liegenden Gefühl anreizen, sondern selbst zu einer wirklich nachgeahmten Ausführung. Es gilt dies von allen Bewegungen, welchen wir mit Theilnahme folgen. Wir lachen, wir gähnen, wir machen ein trauriges Gesicht, wenn wir es sehen. Es zucken unsere Muskeln beim Anblick grosser Körperanstrengung; wir entfernen Personen mit hysterischen Krämpfen aus den Krankensälen, aus Furcht vor dem contagium per adspectum. Gehört eine gewisse Willenskraft dazu, die gesehenen Bewegungen nicht sofort auch auszuführen, so ist es begreiflich, dass die dabei so lebhafte Vorstellung von ihrem Effekt wenigstens so auf unser Gefühl zurückwirkt, wie bei der wirklichen Ausführung der Bewegung geschehen würde.

Wenn es nun feststeht, dass bei einer bestimmten Combination von Muskelthätigkeit unseres mimischen Apparates in der Gesichtshaut angenehme Empfindungen entstehen, bei einer anderen unangenehme, widerliche, ja schmerzhafte, so ist begreiflich, dass der Anblick derartiger Mienen in uns die entsprechenden Gefühle erwecken muss, so dass wir diejenigen Züge als angenehm oder unangenehm bezeichnen, welche bei ihrem Entstehen die entsprechenden Empfindungen erzeugen.

Von allen den oben bezeichneten Qualitäten der mechanischen Reizung können durch die mimischen Muskeln nur zwei hervorgerufen werden: *Druck* oder *Zug*, Zerrung. Diese beiden Modificationen lassen sich mit den ihnen entsprechenden Empfindungen nicht nur in der Physiognomik des Menschen, sondern auch der sehr vieler Thiere verfolgen.

Man hat den Menschen für besonders reich an solchen Apparaten gehalten, durch welche er pantomimisch seine Empfindungen auszusprechen im Stande ist. Dagegen darf man vielmehr behaupten, dass er arm ist im Vergleich zu den entsprechenden Muskelapparaten der Thiere. Denn sind es vorwaltend die Hautmuskeln, so muss sogleich zugegeben werden, dass diese bei den meisten höheren Thieren eine viel ausgedehntere Verbreitung haben als bei dem Menschen. Bei diesem sind sie in dem Gesicht concentrirt, bei jenen dagegen mit viel grösseren Hautmassen in Verbindung gebracht. Selbst an dem Kopf fehlt uns ein bei vielen Thieren sehr entwickelter physiognomischer Apparat fast ganz, nämlich der die Stellung und Form des Ohres bedingende. Wer sich nur etwas auf Physiognomik der Thiere versteht, wird zugeben, dass sie damit viel auszudrücken im Stande sind.

Es darf nur an das Hautzittern der Pferde, an das Borsten des Rückens und Schwanzes bei der Katze, an das Aufstellen und Sträuben der Federn bei den Vögeln erinnert werden, um zu sehen, wie auch hier in den leidenschaftlichen Erregungen die Hautmuskeln eine wichtige Rolle spielen.

Wenn ein Thier (ein Hund oder eine Katze) uns schmeicheln will, kauert es sich mehr zusammen, drückt sich an uns oder nahe Gegenstände an, weil ihm dies selbst angenehme Hautgefühle erweckt. Im entgegengesetzten Fall streckt es sich, die Muskeln erzeugen dem Thier selbst unangenehme Spannungen in der Haut; man erkennt diese an dem Borsten der Rückenhaare, dem Schwellen des Schwanzes bei der Katze etc. Druck von wohlwollender Freundes-Hand, Druck der Lippenhaut beim Kuss, ebenso wie das Ringen der Hände, das Ausraufen der

Haare im Schmerz und der Verzweiflung: alles dies steht unter dem gemeinsamen Verband des Hautgefühles.

Es lässt sich leicht auffinden, wodurch und wann in dem Gesichte angenehmer Druck der Haut, wann unangenehme Spannung und Zerrung entstehen muss. Bewegung der Gesichtshaut ohne fühlbare oder wenigstens noch nicht unangenehme Dehnung kann nur da stattfinden, wo zwischen dem bewegten Punkt und dem festen ein so grosser Zwischenraum liegt, dass bei einer bemerkbaren Entfernung beider Punkte von einander der procentische Werth der dadurch erzeugten Verlängerung einer diese beiden Punkte verbindenden Linie gering ist; je grösser derselbe, desto weniger leicht kann die Verschiebung der Haut die fühlbare Zerrung vermeiden.

Am festesten liegt die Haut auf dem Rücken der Nase, und in der Ohrgegend besonders der hinteren auf. Somit erzeugt Runzlung der Stirne in Querfalten Spannung in der Gegend der Nasenwurzel, Runzlung jener in Längsfalten eine bis gegen die Schläfe hin fühlbare Zerrung; ebenso das Zwinkern mit den Augen, weil die Haut gegen den fixen Punkt des orbicularis hingedrängt, in der Schläfengegend aber gespannt wird. Einfaches Schliessen der Augen mit leisem Druck in der Liedspalte bringt nichts der Art hervor, und erzeugt ein angenehmes Gefühl. Die Thätigkeit des levator labii superioris alaeque nasi erzeugt bis zu einer gewissen Grenze angenehmen Druck, indem sich die Haut des Nasenflügels gegen die darüber liegende an der seitlichen Wand der Nase stemmt, und so lange die leicht bewegliche Haut der Oberlippe folgt; über diese Grenze hinaus und um so mehr, je mehr der orbicularis oris jenem Zug entgegenwirkt, entsteht Spannung, und der Anfang des unangenehmen Eindruckes, welcher das Nasenrümpfen begleitet. Dieser wird um so widerwärtiger, je mehr der vermehrten Emporziehung des Nasenflügels die Thätigkeit des orbicularis oris oder endlich gar des depressor labii inferioris et anguli labii inferioris entgegenkämpft.

Die Wirkung der zygomatici und des levator labii superioris proprius stemmt die leichter bewegliche Haut der Unterwangengegend gegen die massigere der Wange, erzeugt angenehmen Druck, so wie der orbicularis oris nachgiebt. In diesem Fall entsteht das wohlwollende Lächeln. Bei dem geringsten Widerstand durch den orbicularis tritt Spannung in der Lippenhaut auf, und das Lächeln wird sarkastisch. Die feine Nuancirung der Züge um den Mund entspricht dem bekanntlich so äusserst feinen Tastsinn und Hautgefühl der Lippen; es werden daher alle Muskelwirkungen, wenn sie nicht ganz symmetrisch auftreten, wenn also z. B. *ein* Mundwinkel in seiner Stellung verbleibt, während der andere auch nur wenig aus- und aufwärts gezogen wird, fühlbare und unangenehme Dehnungen schon bei den geringeren Contractionsgraden hervorrufen. Die ausserordentliche Feinheit in der Abstufung der Hautgefühle in dieser Gegend bezeichnet die Sprache schon so treffend mit dem Wort „es spielt“ ein Zug des Lächelns der Verachtung etc. um seinen Mund. Die Contractionen des orbicularis oris verursachen angenehme Druckgefühle in der Lippenhaut; wird jedoch die Unterlippe höher hinaufgeschoben, so entsteht Spannung in der Kinnhaut: der hochmüthige Zug. Die Spannung steigert sich, je mehr gleichzeitig der depressor anguli oris den Mundwinkel herabzieht, und dadurch noch die Dehnung in der Lippenhaut hinzutritt.

Nach all' dem stellt sich als unzweifelhaft und jeden Augenblick durch den Versuch mit dem eigenen Mienenspiel zu bestätigen heraus, dass alle die Mienen, welche uns eine unangenehme Empfindung in der Gesichtshaut verursachen, bei einem Anderen gesehen, unangenehmen Eindruck verursachen; alle, welche von angenehmen Hautgefühlen begleitet sind, auch eine angenehme Wirkung im Ausdruck hervorbringen.

Die Gesichtszüge werden uns also verständlich erstens dadurch, dass sie in uns Wirkungen auf das Gefühl hervorbringen, welche gleich sind denen der affektiven Vorstellung, durch die sie bei dem Anderen erzeugt wurden; sie entsprechen also der sprachlichen Bezeichnung der Gefühle, welche aus der Schilderung ihrer Wirkungen entlehnt sind. Dies geschieht durch die eigentlich mimischen Muskeln und ihre mechanischen Einflüsse auf die Hautnerven des Gesichts. Zweitens ist die in der Sprache von den Ursachen hergenommene Bezeichnung in dem Mienenspiel vertreten durch die Feststellung der Beziehung zwischen dem Subject und dem, was ausser ihm ist, wesentlich also durch die bedeutungsvolle Augenstellung: *den Blick*, im Allgemeinen durch die im Gesicht sich aussprechende Richtung der Sinnesthätigkeit. Drittens ist die sprachliche Bezeichnung der Intensität, ohne Rücksicht auf die Qualität der Empfindung, vertreten durch die Heftigkeit der Contractionen überhaupt, insbesondere aber der Kaumuskeln.

Wir haben noch die letzte Frage zu beantworten: wie entwickelt sich das Mienenspiel? wie kommen wir dazu diese oder jene Qualität des Gefühles, durch eine entsprechende Kategorie der Hautempfindung gleichsam zu reproduciren?

Die Beobachtung an jedem Kind lehrt, dass es durch anfangs ganz zwecklose, dann je mehr und mehr planmässige Bewegungen seiner Glieder gegen einander sich zuletzt auf seiner ganzen Hautoberfläche orientirt. Wie es dabei zu der Raumanschauung seiner eigenen Körpertheile zunächst durch eine grosse Menge unter einander verschiedener Empfindungsarten gelangt, welche mit Berührung dieser oder jener Hautstelle verknüpft sind, so entsteht in Folge der anfänglich zwecklosen Bewegungen eine Reihe von Gefühlen, welche ausser der Verschiedenheit je nach dem Ort sich zugleich auch durch das Angenehm oder Unangenehm unterscheiden.

Das Kind kennt lange nichts anderes als körperliches Wohl- oder Missbehagen, physischen Schmerz. Bald entstehen diese Gefühle durch äussere Veranlassungen, welche das Kind nicht kennt, bald durch ein Thun, welches anfänglich unwillkührlich geschieht, nach und nach aber erkannt wird als ein solches, welches vom Willen abhängt. Dieser steht bei dem Kind der Stimmung noch nicht gegenüber, sondern ist mit dieser unzertrennlich verwachsen. Dadurch gewinnt die Stimmung die Direktive für die Bewegung. Unangenehme Gefühle treiben zu Bewegungen, welche unangenehme Hautgefühle, angenehme zu solchen, welche wohlthuende Hautgefühle erzeugen. Dass diese durch diejenigen Mittel am leichtesten und häufigsten erzeugt werden, welche fast ausschliesslich für die Haut bestimmt sind, bedarf keines weiteren Beweises. Wir kennen diese Mittel bei dem Menschen; es sind die mimischen Muskeln.

Bei vorgeschrittener geistigen Entwicklung, wo Stimmung und Wille einander häufig gegenübertreten, ändern sich die Verhältnisse. Affekte mit unangenehmer Stimmung können nur bei sehr geringen Graden ihrer Intensität durch das Hervorrufen angenehmer Hautgefühle etwas oder momentan bekämpft werden. Man sieht diesen Versuch häufig auf Gesichtern, wenn mitten durch die Züge des Schmerzes oder der Traurigkeit ein leichtes Lächeln zieht.

So wie der Affekt heftiger wird, reicht dieses Mittel nicht mehr aus, es wird nicht einmal versuchsweise dazu gegriffen, sondern entweder giebt man sich der Stimmung ganz hin, oder greift zu einem dem ersteren gerade entgegengesetzten Mittel. Je unbestimmter ein Missbehagen ist, d. h. je weniger wir seine Ursache kennen, desto widerwärtiger ist es uns, während wir einen bestimmt markirten, und auf einen einzigen Theil beschränkten Schmerz viel leichter zeitweise tragen. Das in gewissen Affekten über das ganze körperliche Befinden verbreitete Unbehagen suchen wir unwillkührlich auf eine Stelle des Körpers, und zwar eine solche, wo das Gefühl überhaupt am bestimmtesten ist, zu concentriren, indem wir durch Muskelcontraction ein unangenehmes Hautgefühl, eine Spannung erzeugen, welche wir um so mehr steigern, je mehr wir entweder gegen das allgemeine Unbehagen ankämpfen, oder je mehr wir suchen, einen Schmerz hervorzurufen, welcher durch seine Intensität den ursprünglichen zu übertäuben im Stande ist. Denn wir finden besonders im Kampf mit dem physischen Schmerz eine Menge von Bewegungen ausgeführt, durch welche wir uns neue, aber andere Schmerzen freiwillig zuziehen, um die Vorstellung von den unfreiwilligen, und das davon unzertrennliche Gefühl auf einen anderen Punkt zu lenken. Endlich rufen die Leidenschaften Verzerrungen der Züge hervor, um das physisch Unangenehme durch physischen Schmerz zu steigern, durch welchen zuletzt wieder der Wille zum Kampf gegen das verhasste Object aufgestachelt wird. So ist es im Zorn, der Wuth und Verzweiflung, und in den geringeren Graden der Affekte, dem Neid, der Ironie, der Verhöhnung, dem Abscheu und dergl.

Aus dieser ganzen Untersuchung, welche nur die allgemein giltigen Grundlagen des bewegten Mienenspieles zum Vorwurf haben sollte, ergeben sich schliesslich folgende Momente, welche auf den Gesichtsausdruck in einer jeweiligen Situation einwirken:

1) das Maass der noch bestehenden Willensenergie gegenüber der Macht des Gemeingefühles, und dessen Rückwirkung auf das Muskelsystem im Ganzen.

2) Die Natur der Beziehung, welche zwischen der affektiven Vorstellung und dem Object der Vorstellung besteht.

3) Die Neigung sich dem Affekt ganz hinzugeben oder gegen ihn anzukämpfen.

4) Die Natur des den Affekt begleitenden Gefühles.

Wenn diese „Beiträge“ überzeugt haben, dass dieser Theil der Physiognomik einer wissenschaftlichen Analyse zugänglich ist, so haben sie ihren Zweck erreicht.

# Ueber die nächste Ursache
# der
# spontanen Bläuung einiger Pilze.

---

Von

**C. F. Schönbein.**

# Ueber die nächste Ursache der spontanen Bläuung einiger Pilze.

Von

**C. F. Schoenbein.**

Es ist den Pflanzenkennern wohl bekannt, dass die Stiele und Hüte einiger Pilze, wenn zerbrochen der Einwirkung der atmosphärischen Luft dargeboten, rasch grünblau werden und mehrere Boleti, namentlich Boletus luridus, diese Erscheinung in sehr augenfälliger Weise zeigen.

Meines Wissens ist die Ursache besagter Färbung bis jetzt noch nicht erkannt und sind darüber nur unbestimmte, zum Theil ganz unrichtige Vermuthungen geäussert worden, wesshalb ich neuerlichst dieser Erscheinung meine besondere Aufmerksamkeit geschenkt und eine Reihe von Versuchen in der Absicht angestellt habe, den nächsten Grund des Phänomens zu ermitteln. Hierbei habe ich einige Thatsachen aufgefunden, von denen ich glaube, dass sie neu und der Mittheilung nicht unwerth seien, leider stand mir aber bei dieser Arbeit nicht so viel Material zu Gebot, als nothwendig gewesen wäre, sie zu dem gewünschten Abschlusse zu führen. Es sind jedoch, wie aus Nachstehendem erhellen wird, die erhaltenen Ergebnisse so ausgefallen, dass sie den Chemikern, welche diesen keineswegs ganz uninteressanten Gegenstand aufzunehmen die Lust fühlen sollten, als sichere Anhaltspunkte dienen können.

Dass die fragliche Erscheinung von der Oxydation einer in den Pilzen vorhandenen eigenthümlichen Materie herrühre, bewerkstelliget durch den atmosphärischen Sauerstoff, ist eine sehr nah liegende Vermuthung und von ihr ausgehend, wie auch der von mir zu seiner Zeit ermittelten Thatsache eingedenk, dass manche organische Substanzen mit Sauerstoff sich vergesellschaften können so, dass sie anfänglich mit diesem Elemente keine eigentliche chemische Verbindung eingehen, dasselbe leicht auf andere oxydirbaren Materien sich übertragen lässt, wie diess z. B. mit dem an das Guajak gebundenen Sauerstoff der Fall ist, so hielt ich es für möglich, dass die erwähnte Färbung mancher Pilze ganz den gleichen Grund habe, wesshalb das Guajakharz unter dem Einfluss einer Anzahl oxydirender Agentien sich bläut.

In wie weit diese Vermuthung eine gegründete war, werden nachstehende Angaben zeigen und bevor ich dieselben mittheile, will ich noch bemerken, dass alle meine Versuche mit Boletus luridus angestellt worden sind.

Wird der Stiel oder Hut des besagten Pilzes in einzelne Stücke zerbrochen, so färben sich diese rasch grünblau und bringt man ein so verändertes Pilzstück in eine Flasche, die Schwefelwasserstoffgas oder gasförmige schweflichte Säure enthält, so entbläut es sich beinahe augenblicklich, um sich wieder zu färben, wenn nur kurze Zeit in eine schwache Atmosphäre von Chlor, Brom, Jod oder Untersalpetersäure-Dampf gebracht; und es wird wohl kaum der ausdrücklichen Bemerkung bedürfen, dass die gebläuten Pilzstücke auch durch wässrige Schwefelwasserstoff- oder schweflichte Säure sofort entfärbt werden.

Lässt man die in der Luft blau gewordenen Pilzstücke längere Zeit liegen, so entbläuen sie sich von selbsten, werden schmutzigbraun und haben die Fähigkeit verloren, durch irgend ein Mittel sich wieder bläuen zu lassen.

Zerquetscht man einen frischen Pilz unter Weingeist, so färbt sich dieser sofort gelbgrün, um jedoch bald wieder eine blassgelbe Färbung anzunehmen. Lässt man den zertrümmerten Pilz 24 Stunden mit dem Weingeist unter Ausschluss der Luft zusammenstehen und presst man dann das breiartige Gemenge durch Leinwand, das hierbei Durchgelaufene durch Papier filtrirend, so wird eine klare tiefbraungelb gefärbte Flüssigkeit erhalten, welche wir künftighin der Kürze halber Pilztinctur nennen wollen.

Diese Tinctur ändert ihre Färbung bei der Berührung mit atmosphärischer Luft durchaus nicht, bringt man aber mit ihr eine Anzahl oxydirender Agentien zusammen, so färbt sie sich sofort blaugrün und ich will gleich hier bemerken, dass alle Substanzen, welche die Pilztinctur färben, es auch wieder sind, welche das in Weingeist frisch gelöste Guajak bläuen.

Schwache Lösungen von Chlor, Brom, Jod, Uebermangansäure und Hypochloriten verursachen augenblicklich eine blaugrüne Färbung der Pilztinctur, und es wird die gleiche optische Wirkung hervorgebracht durch die Superoxyde des Mangans, Bleies, Kobaltes, Nickels, Wismuthes, Silbers, wie auch durch die Oxyde des letztgenannten Metalles, Goldes und Platins.

Benetzt man die Innenseite einer Porzellanschale mit Pilztinctur und lässt man einige Untersalpetersäure-Dämpfe hinzutreten, so tritt augenblicklich eine blaugrüne Färbung ein. Auch die Schalen roher Kartoffeln, in Berührung mit atmosphärischer Luft gesetzt, färben unsere Tinctur ziemlich rasch grün. Es ist nun wohl bekannt, dass die frischbereitete Guajaktinctur durch alle die genannten und namentlich auch durch das letzterwähnte Mittel gebläut wird.

Als bequemstes Mittel zur Färbung der Pilztinctur dient mir das Bleisuperoxyd, welches nur in geringer Menge zugefügt und kurze Zeit mit ihr geschüttelt oder zusammengerührt zu werden braucht, um sie bis zur Undurchsichtigkeit zu färben. Durch welches der angeführten Mittel die Pilztinctur aber auch grünblau gemacht worden seyn mag, immer verliert sie ihre Färbung wieder unter folgenden Umständen.

1. *Von selbsten.* Ueberlässt man die grünblaue Tinctur ab- oder unausgeschlossen von der Luft bei gewöhnlicher Temperatur sich selbst, so verliert sie allmählig, d. h. im Laufe weniger Stunden ihre Farbe und wird wieder braungelb, welche Entfärbung im Sonnenlichte jedoch merklich rascher, als in der Dunkelheit unter sonst gleichen Umständen erfolgt. Eben so verhält sich nach meinen Beobachtungen die gebläuete Guajaklösung.

Bei ihrem Siedpunkte entfärbt sich die grünblaue Pilztinctur in wenigen Sekunden, was die blaue Guajaklösung bei weitem nicht so schnell thut.

2. *Durch desoxydirende Materien.* Mit gasförmiger oder in Wasser gelöster Schwefelwasserstoff- oder schweflichter Säure zusammengebracht entfärbt sich unsere grünblaue Tinctur augenblicklich; etwas langsamer, wenn geschüttelt mit Arsenwasserstoffgas; beinahe augenblicklich beim Vermischen mit wenig Gerbestoff- oder Gallussäurelösung. Nach meinen Erfahrungen wird die gebläuete Guajaklösung durch die gleichen Mittel entfärbt.

3. *Durch unorganische Säuren und Alkalien.* Kleine Mengen verdünnter Schwefelsäure, Phosphorsäure, Salpetersäure, Arsensäure, Salzsäure, Kali-, Natron- und Ammoniaklösung bewirken augenblickliche Entfärbung der grünblauen Pilztinctur, durch welche Mittel die gebläuete Guajaklösung ebenfalls sofort entfärbt wird.

Färbt man die Pilztinctur z. B. mittelst Bleisuperoxydes oder Uebermangansäurelösung grünblau und wartet man ab, bis sie von selbsten sich entfärbt hat, so kann sie durch wiederholte Behandlung mit den erwähnten Substanzen auf's Neue gebläut werden, um natürlich abermals diese Färbung von selbsten zu verlieren; nach mehreren solcher Operationen büsst jedoch die Pilztinctur das Vermögen ein, sich durch irgend ein Mittel wieder blaugrün färben zu lassen und ganz so verhält sich auch die Guajaklösung.

Was die grünblaue Färbung betrifft, welche die Pilztinctur unter dem Einflusse der erwähnten oxydirenden Agentien annimmt, so entsteht sie unstreitig aus der Vermischung einer gelben in der Tinctur schon enthaltenen Materie mit der reinblauen Substanz, welche aus der Vereinigung des eigenthümlichen im Boletus luridus farbelos vorhandenen Stoffes mit Sauerstoff hervorgeht.

Aus voranstehenden Angaben erhellt nach meinem Dafürhalten zur Genüge, dass in dem Boletus luridus eine Substanz enthalten ist, welche hinsichtlich ihres Verhaltens zum Sauerstoff mit dem Guajakharz eine so grosse Aehnlichkeit hat, dass nicht leicht zwei andere Materien gefunden werden dürften, welche sich in ihren Eigenschaften mehr als die beiden besprochenen Substanzen gleichen, wesshalb mir auch die Annahme nicht gewagt zu seyn scheint, dass die nächste Ursache der Färbung besagter Materien eine und eben dieselbe sei.

Was nun das durch verschiedene oxydirende Agentien gebläuete Guajak betrifft, so glaube ich, dass meine vielfältigen mit diesem Körper angestellten Versuche zu dem Schlusse berechtigen: es sei dasselbe eine lockere Verbindung des ursprünglichen Harzes mit ozonisirtem oder activem Sauerstoff, durchaus vergleichbar mit derjenigen, welche die Stärke mit dem Jod eingeht. Es ist nemlich in dem blauen Harze oder in dessen geistiger Lösung dieser Sauerstoff so enthalten, dass er sich auf eine Anzahl oxydirbarer Materien so leicht übertragen lässt, wie das Jod aus der Jodstärke auf eine Reihe von Substanzen, wesshalb auch gewisse Körper das blaue Guajakharz in gleicher Weise entfärben, wie sie die Jodstärke entbläuen. Indem z. B. $SO^2$ die gebläuete Guajaktinctur entfärbt, vereiniget sich Jenes mit dem in dieser enthaltenen $\overset{o}{O}$ zu Schwefelsäure und indem HS ebenfalls entbläuend auf die blaue Harzlösung einwirkt, tritt sein H mit dem $\overset{o}{O}$ der Tinctur zu Wasser zusammen u. s. w.

Gründe der Analogie, den oben mitgetheilten Thatsachen entnommen, bestimmen mich daher die Vermuthung auszusprechen, dass im Boletus luridus eine eigenthümliche Materie enthalten sei, welche die Fähigkeit besitzt, mit $\overset{o}{O}$ eine lockere blaugefärbte Verbindung einzugehen, in ihrem chemischen Verhalten dem ozonisirten Guajak so ähnlich als möglich. Da überdiess die fragliche Materie nicht mit Wasser, wohl aber mit Weingeist aus dem Pilze sich ausziehen lässt, so gibt diese Thatsache der weitern Vermuthung Raum, dass sie mit dem Guajak auch die harzartige Natur theile. So lange freilich die im Boletus luridus enthaltene eigenthümliche Materie nicht isolirt ist, lässt sich über ihren chemischen Bestand nichts Sicheres sagen; ihrer merkwürdigen Eigenschaften halber scheint es mir aber wohl der Mühe werth zu seyn, sie im Zustande der Reinheit darzustellen, was beim Besitze eines hinreichend grossen Materiales von frischem Boletus keine so schwierige Arbeit seyn dürfte.

Ich habe oben erwähnt, dass in Berührung mit atmosphärischer Luft die Pilztinctur eben so wenig als die Guajaklösung sich bläut, was auffallen muss, wenn damit die Raschheit verglichen wird, mit welcher der zerbrochene Boletus an der Luft selbst in der Dunkelheit sich färbt. Dass das Guajak in der beleuchteten Luft sich allmählig von selbsten grünt, ist eine wohl bekannte Thatsache, und meine Versuche haben gezeigt, dass eine frisch bereitete verdünnte Guajaklösung, im kräftigen Sonnenlichte mit atmosphärischer Luft geschüttelt, sich etwas bläut, woraus erhellt, dass unter diesen Umständen einiges ozonisirte Guajak entsteht. Mit der Pilztinctur konnte ich keine solche Reaction erhalten, und eben dieses ihr indifferentes Verhalten gegen beleuchteten Sauerstoff zusammengenommen mit der selbst in dunkler Luft so rasch erfolgenden Bläuung des zerstückten Pilzes lässt mich vermuthen, dass in dem Boletus noch eine andere Substanz enthalten sei, mit dem Vermögen begabt, gerade so erregend auf den atmosphärischen Sauerstoff zu wirken, wie diess die Materie oder Materien thun, welche in der Schale roher Kartoffeln und in gewissen Theilen noch vieler anderen Pflanzen sich finden und die Eigenschaft besitzen, in Berührung mit atmosphärischer Luft die Guajaklösung zu bläuen.

Es ist weiter oben der Thatsache Erwähnung geschehen, dass die Pilztinctur, mit Kartoffelschalen und atmosphärischer Luft in Berührung gesetzt, sich grüne, d. h. ähnlich sich verhalte, wie der frische zerbrochene Pilz selbst. In diesem Falle ist es gewiss, dass die Färbung oder die Sauerstoffaufnahme der eigenthümlichen Pilzmaterie durch die Kartoffelschalen vermittelt wird und ohne die Anwesenheit der letztern besagte Reaction nicht stattfinden würde. Nehmen wir nun an, der Weingeist vermöge aus dem Pilze zwar die guajakartige Materie, nicht aber auch die den Kartoffelschalen ähnlich wirkende, d. h. Sauerstoff erregende Substanz aufzunehmen, so begreift sich, wesshalb die Pilztinctur nicht mehr wie der Boletus selbst an der Luft sich bläut.

Was die spontane Entfärbung der gebläueten Pilztinctur betrifft, so verhält es sich wohl mit derselben wie mit derjenigen der gebläueten Guajaklösung: das in diesen Flüssigkeiten enthaltene $\overset{o}{O}$ wirkt nach und nach wirklich oxydirend auf die Grundbestandtheile der harzartigen

Materien ein, dadurch den chemischen Bestand derselben wesentlich verändernd, was daraus erhellt, dass diese Tincturen durch wiederholte Färbung und Selbstentfärbung die Fähigkeit verlieren, mittelst oxydirender Agentien sich bläuen zu lassen.

In gleicher Weise muss auch die Thatsache gedeutet werden, dass der zerbrochene und an der Luft blau gewordene Pilz allmählig diese Färbung wieder verliert und braun wird, damit aber auch die Fähigkeit einbüsst, durch irgend ein Mittel sich wieder bläuen zu lassen.

Bevor ich diese Mittheilung schliesse, kann ich nicht umhin, auf die chemisch-physiologische Bedeutung der Thatsache wiederholt aufmerksam zu machen, gemäss welcher es organische Materien gibt, mit dem so merkwürdigen Vermögen ausgestattet, gewöhnlichen Sauerstoff aus der Atmosphäre aufzunehmen und in einen solchen Zustand zu versetzen, dass er befähiget wird, in andern organischen und auch unorganischen Substanzen Oxydationswirkungen hervorzubringen, welche er für sich allein nicht zu bewerkstelligen vermöchte. Derartige Materien sind wirklich mit dem Stickoxyd oder Eisenoxydul zu vergleichen, welche schon bei gewöhnlicher Temperatur begierig atmosphärischen Sauerstoff aufnehmen und so modificiren, dass er unter geeigneten Umständen sich leicht auf oxydirbare Substanzen übertragen lässt, d. h. befähigt wird, Oxydationswirkungen zu verursachen, welche er in seinem gewöhnlichen isolirten Zustande nicht hervorbringen könnte. Ein solches Vermögen besitzen, wie ich schon vor Jahren zeigte, die Camphenöle nebst noch manchen andern Stoffen, und ich zweifle kaum daran, dass die zahlreichen Oxydationswirkungen, welche der atmosphärische Sauerstoff schon bei gewöhnlicher Temperatur in vielen organischen Materien hervorbringt, keine unmittelbaren, sondern vermittelte sind, in ganz ähnlicher Weise bewerkstelliget wie die Ueberführung von $SO_2$ in $SO_3$ durch $NO_2$ beim Zutritte der atmosphärischen Luft, oder wie die Oxydation des metallischen

Silbers durch atmosphärische Luft, welche mit Phosphor in Berührung steht.

In manchen Fällen kann die organische Materie selbst, welche durch den atmosphärischen Sauerstoff eine Oxydation erleidet, die Rolle eines Erregers spielen: erst modificirt sie diesen Sauerstoff und nimmt ihn als solchen unverbunden auf und später erleidet sie die oxydirende Wirkung desselben, wie diess zum Beispiel beim Terpentinöl geschieht.

In andern Fällen, und diese dürften in der Natur zahlreich vorkommen, erhält eine organische Materie von einer andern den durch letztere zum Oxydationswerke tauglich gemachten Sauerstoff. Einen derartigen Fall haben wir z. B. im Terpentinöl und in dem in Schwefelsäure gelösten Indigoblau. Setzen wir diese miteinander gemengten Substanzen der Einwirkung der atmosphärischen Luft aus, so nimmt aus dieser das Oel Sauerstoff auf, ihn später dem Indigo abgebend, wodurch dieser zu Isatin oxydirt und desshalb entfärbt wird.

Bei der noch so grossen Unvollkommenheit unserer Kenntnisse über die Art und Weise, in der die Oxydation organischer Materien durch den atmosphärischen Sauerstoff bei gewöhnlicher Temperatur bewerkstelliget wird, und bei der in theoretischer Hinsicht so eminenten Wichtigkeit dieser Vorgänge sollten die Chemiker einem Felde von Erscheinungen, das so oft in das physiologische Gebiet hinüberstreift, mehr Aufmerksamkeit schenken, als bisher geschehen ist. Die sorgfältige und umsichtige Bearbeitung dieses Forschungsgebietes kann nicht fehlen, eine reiche Ausbeute an interessanten Ergebnissen zu liefern, und es will mir scheinen, als ob gerade Thatsachen, wie die in voranstehender Mittheilung besprochenen es sind, in einer nahen Beziehung zu dem fraglichen Gegenstande stünden, und an dieselben desshalb auch ein allgemeineres Interesse sich knüpfte.

24
11 9